

Leistungsfähigkeit bei zweigeteilter Vorfahrt

von

Werner Brilon, Ning Wu, Kerstin Lemke

(Veröffentlichung in *Straßenverkehrstechnik*,
Heft 6/1996. Kirschbaum Verlag GmbH, Bonn, 1996)

Kurzfassung:

An vielen Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlage entsteht als Folge eines breiten Mittelstreifens ein größerer Zwischenraum zwischen den Fahrstreifen der beiden Fahrtrichtungen. Dieser ermöglicht es den Kraftfahrern im kreuzenden Verkehr, den bevorrechtigten Verkehr jeder Fahrtrichtung einzeln zu durchqueren. An einem solchen Knotenpunkt ist die Leistungsfähigkeit für den vorfahrtsrechtlich untergeordneten Verkehr größer, als wenn ein solcher Warteplatz in der Mitte der Straße nicht existiert. Die hierdurch erreichte zusätzliche Leistungsfähigkeit wird durch konventionelle Berechnungsverfahren für Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen nicht ermittelt. In dem Artikel wird ein Berechnungsverfahren vorgestellt, mit dem die Leistungsfähigkeit solcher größerer vorfahrts geregelter Knotenpunkte errechnet werden kann. Es basiert auf einem Lösungsansatz von Harders (1968). Dazu war jedoch eine Reihe von Verbesserungen und Erweiterungen notwendig, um die Ergebnisse realistischen Bedingungen anzupassen. Zusätzlich zu analytischen Theorien wurde eine Simulation durchgeführt, um die Theorie mit möglichst realistischen Bedingungen zu überprüfen. Als Ergebnis wird eine Reihe von Gleichungen angeboten, mit denen die Leistungsfähigkeit für den kreuzenden vorfahrtsrechtlich untergeordneten Verkehr ermittelt werden kann. Diese Gleichungen werden durch Nomogramme ergänzt, die eine leichte Anwendung der Theorien in der Praxis ermöglichen.

Schlüsselwörter: Leistungsfähigkeit, Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen, zweigeteilte Vorfahrt, Zwischenstauraum.

Verfasseranschrift:

Prof. Dr.-Ing. Werner Brilon
Dr.-Ing. Ning Wu
Dipl.-Ing. Kerstin Lemke

Ruhr-Universität Bochum
Lehrstuhl für Verkehrswesen
44 780 Bochum

Es wird ein Rechenmodell benötigt, mit dem diese Verhaltensweise der Kraftfahrer und deren Folgen auf die Leistungsfähigkeit beschrieben werden kann. Ein dafür geeignetes Modell ist bereits von Harders (1968) entwickelt worden. Die Überlegungen von Harders sind hier als Grundlage benutzt worden. Eine nähere Nachprüfung hat jedoch ergeben, daß das Harders-Modell in theoretischer Hinsicht einige ungeklärte Probleme aufweist. Es ist ebenfalls nicht für alle praktisch vorkommenden Fälle gelöst. So hat Harders den Strom 1 (vergl. Bild 1) noch nicht in seine Überlegungen einbezogen. Das Harders-Konzept ist hier benutzt worden, um darauf aufbauend eine möglichst hohe Übereinstimmung mit der Realität zu erreichen.

Für unsere Herleitungen betrachten wir eine Kreuzung, die aus 2 Teilen besteht (Bild 1). Zwischen den beiden Teilen I und II besteht ein Aufstellplatz für k Fahrzeuge. Diese Aufstellfläche muß von dem Linksabbieger auf der Hauptstraße (Strom 1) und dem Geradeausfahrer aus der Nebenstraße (Strom 5) durchfahren werden. Auch der Linksabbiegerstrom aus der Nebenstraße (Strom 4) muß diese Fläche durchfahren. Es wird sich jedoch zeigen, daß Strom 4 wie Strom 5 behandelt werden kann. Deshalb konzentrieren wir uns in unseren Herleitungen auf den Nebenstrom 4, der in Geradeausrichtung beide Teile der Kreuzung durchfährt. Die Bezeichnung der Ströme ist in Anlehnung an das Merkblatt der FGSV (1991) gewählt worden. Wir gehen davon aus, daß in allen Fällen die üblichen Regeln aus der Straßenverkehrsordnung von den Fahrern ohne Ausnahmen angewandt werden. Daher haben die Ströme 2 und 8 Vorfahrt vor allen anderen Strömen. Fahrzeuge aus Strom 1 müssen auch die Vorfahrt von Strom 8 beachten, während Strom 5 die Vorfahrt aller anderen Strömen, die in Bild 1 dargestellt sind, zu beachten hat. Bei unseren Herleitungen steht der Strom 8 für alle Hauptströme am Teil II der Kreuzung. Diese können - je nach Entwurf des Knotenpunktes - auch die Linksabbieger (Strom 7) und die Rechtsabbieger (Strom 9) enthalten.

2. Analytisches Modell

Um die Leistungsfähigkeit des gesamten Knotenpunktes zu bestimmen, nehmen wir an, daß eine ständige Warteschlange aus der untergeordneten Zufahrt zur Kreuzung (Strom 5) besteht.

w_i ist die Wahrscheinlichkeit für eine Warteschlange von i Fahrzeugen, die sich in den Zwischenstellplätzen im Zentrum der Kreuzung ausbildet. Daher müssen sich die Wahrscheinlichkeiten w_i für alle möglichen Warteschlangenlängen i zu 1 summieren mit $0 \leq i \leq k$, d.h.:

$$\sum_{i=0}^k w_i = 1 \quad (1)$$

mit k = Anzahl der Aufstellplätze für Pkw in der zentralen Fläche.

Wir betrachten nun diese zentrale Fläche der Kreuzung als ein in sich geschlossenes Lagersystem, das von der Input-Linie und der Output-Linie (vergl. Bild 1) begrenzt ist. Die Leistungsfähigkeitseigenschaften dieses zentralen Lagersystems sind entsprechend den Möglichkeiten des maximalen Zuflusses (Input) und des maximalen Abflusses (Output)

begrenzt. Wir müssen nun zwischen vier verschiedenen Zuständen des Systems unterscheiden:

1. Zustand 1:

Wir betrachten Teil I der Kreuzung, der über den Zufluß zu der Lagerfläche entscheidet. Im Zustand 1 betrachten wir Situationen, in denen die Anzahl i der Fahrzeugen in der Lagerfläche $< k$ ist. Während dieses Zustands kann ein Nebenstraßenfahrzeug vom Strom 5 die Lagerfläche erreichen, wenn die bevorrechtigten Ströme 1 und 2 genügend Lücken lassen. In diesem Fall ist die Leistungsfähigkeit von Teil I (möglicher Zufluß von Strom 5) charakterisiert durch die Leistungsfähigkeit:

$$c_1 = c(q_1 + q_2) \quad (2)$$

mit $c(q_1 + q_2) =$ Leistungsfähigkeit von Teil I für den fiktiven Fall, daß von Teil II der Kreuzung keine Behinderung ausgeht. Dies ist die Leistungsfähigkeit einer isoliert liegenden unsignalisierten Kreuzung für kreuzenden Verkehr mit bevorrechtigten Verkehrsströmen der Stärke $q_1 + q_2$.

Die Wahrscheinlichkeit für diesen Zustand 1 ist $p_1 = 1 - w_k$. Deshalb ist der Beitrag von Zustand 1 zur gesamten Leistungsfähigkeit im Strom 5 am Knotenpunkt Teil I

$$c_{1,1} = (1 - w_k) \cdot c(q_1 + q_2) \quad (3)$$

Natürlich können während Zustand 1 auch Fahrzeuge des Stroms 1 die Lagerfläche erreichen.

2. Zustand 2 :

Für diesen Zustand nehmen wir an, daß die Lagerfläche besetzt ist. D.h.: k Fahrzeuge sind in der Lagerfläche vorhanden. In diesem Fall könnte normalerweise kein Nebenstraßenfahrzeug aus Strom 5 oder Fahrzeuge aus Strom 1 in die Lagerfläche einfahren. Wenn jedoch eine ausreichend große Lücke für die Durchfahrt von einem Nebenstraßenfahrzeug gleichzeitig an Teil I und Teil II der Kreuzung angeboten wird, dann könnte ebenfalls ein Fahrzeug in die Lagerfläche einfahren, weil zugleich auf der anderen Seite ein Fahrzeug ausfährt. Die Leistungsfähigkeit hinsichtlich Strom 8 (möglicher Input der Lagerfläche aus Strom 8) während dieses Zustands ist

$$c_2 = c(q_1 + q_2 + q_8) \quad (4)$$

mit

$c(q_1 + q_2 + q_8) =$ Leistungsfähigkeit einer isoliert liegenden Kreuzung für kreuzenden Verkehr mit dem Hauptstrom $q_1 + q_2 + q_8$.

Auf diese Weise ist der Beitrag von Zustand 2 zur Leistungsfähigkeit von Teil I:

$$c_{1,2} = w_k \cdot c(q_1 + q_2 + q_8) \quad (5)$$

mit $w_k =$ Wahrscheinlichkeit dafür, daß k Fahrzeuge in der Lagerfläche sind.

Zustand 1 und Zustand 2 schließen sich gegenseitig aus. Die Leistungsfähigkeit von Teil I ist der gesamte maximale Input in die Lagerfläche. Hier muß der Strom 1 mit seiner Verkehrsstärke q_1 zusätzlich zu den Teil-Leistungsfähigkeiten, wie sie zuvor erklärt wurden, addiert werden. Deshalb ist der gesamte maximale Input in die Lagerfläche:

$$\begin{aligned} \text{Input} &= c_{1,1} + c_{1,2} + q_1 \\ &= (1-w_k) \cdot c(q_1 + q_2) + w_k \cdot c(q_1 + q_2 + q_8) + q_1 \end{aligned} \quad (6)$$

3. Zustand 3 :

Wir betrachten nun den Output der Lagerfläche. Hier konzentrieren wir uns auf Teil II der Kreuzung. Wenn wenigsten ein Fahrzeug in der Lagerfläche ist, d.h. $i > 0$ kann jede Möglichkeit für eine Abfahrt aus der Lagerfläche heraus, die vom Hauptstrom 8 geboten wird, ausgenutzt werden. Die Leistungsfähigkeit (maximaler Output der Lagerfläche) von Teil II ist in diesem Fall:

$$c_3 = c(q_8) \quad (7)$$

mit $c(q_8) =$ Leistungsfähigkeit von Teil II einer isoliert liegenden Kreuzung für den Fall, daß keinerlei Behinderung durch den Strom aufwärtsliegenden Teil I entsteht. Hier: Leistungsfähigkeit für kreuzenden Verkehr der Stärke q_8 .

Die Wahrscheinlichkeit für diesen Zustand ist $p_3 = 1 - w_0$.

Auf diese Weise ist der Beitrag von Zustand 3 zur Leistungsfähigkeit von Teil II der Kreuzung gleich

$$c_{II,3} = (1 - w_0) \cdot c(q_8) \quad (8)$$

mit $w_0 =$ Wahrscheinlichkeit dafür, daß 0 Fahrzeuge in der Lagerfläche sind.

In diesem Zustand 3 können keine Fahrzeuge aus Strom 1 direkt, d.h. ohne Behinderung durch Strom 8 die Lagerfläche durchfahren.

4. Zustand 4 :

Im Falle von $i = 0$ (d.h. kein Fahrzeug in der Lagerfläche) kann kein Fahrzeug die Lagerfläche verlassen, auch wenn der Hauptstrom der Stärke q_8 genügend Leistungsfähigkeit offenlassen würde. Wenn jedoch eine ausreichend große Lücke in den bevorrechtigten Strömen beider Teile der Kreuzung gleichzeitig angeboten wird, könnte

ein untergeordnetes Fahrzeug aus Strom 5 die gesamte Kreuzung durchfahren, ohne irgendwo angehalten zu werden. Der mögliche Abfluß aus der Lagerfläche durch Strom 5 Fahrzeuge während dieses Zustands ist

$$c_4 = c(q_1 + q_2 + q_8) \quad (9)$$

Auf diese Weise ist der Beitrag von Zustand 4 zur Leistungsfähigkeit von Teil II der Kreuzung:

$$c_{II,4} = w_0 \cdot c(q_1 + q_2 + q_8) \quad (10)$$

In diesem Zustand können auch Fahrzeuge aus Strom 1 die Kreuzung durchfahren. Die Anzahl von Fahrzeugen aus Strom 1, die in diesem Zustand die Lagerfläche durchfahren ist

$$c_{II,4,q1} = w_0 \cdot q_1 \quad (11)$$

Hier bedeutet $c_{II,4,q1}$ nicht die Leistungsfähigkeit für q_1 , sondern die Nachfrage nach Leistungsfähigkeit. Auf jeden Fall sollte die Verkehrsstärke in Strom 1 kleiner sein als die Leistungsfähigkeit von Teil II der Kreuzung $c(q_8)$. D.h. $q_1 < c(q_8)$. Andernfalls wäre die Kreuzung bereits durch den Strom 1 überlastet. Als Folge davon würde sich hier eine ständig wachsende Warteschlange ausbilden und eine stationäre Lösung des Problems könnte nicht existieren.

Zustand 3 und 4 schließen sich gegenseitig aus. Deshalb ist der maximal mögliche Output der Lagerfläche gleich

$$\begin{aligned} \text{Output} &= c_{II,3} + c_{II,4} + c_{II,4,q1} \\ &= (1-w_0) \cdot c(q_8) + w_0 \cdot c(q_1 + q_2 + q_8) + w_0 \cdot q_1 \\ &= (1-w_0) \cdot c(q_8) + w_0 \cdot [c(q_1 + q_2 + q_8) + q_1] \end{aligned} \quad (12)$$

Man könnte einwenden, daß die Herleitungen von $c_{1,2}$ und $c_{II,4}$ die Fahrzeit der Fahrzeuge zwischen Teil I und Teil II der Kreuzung vernachlässigen. Dies ist jedoch gerechtfertigt: Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Nebenstraßenfahrzeug eine ausreichende Lücke im Teil I und Teil II z.Zt. t_I bzw. t_{II} (mit $t_{II} = t_I + \Delta t$ und mit $\Delta t =$ Fahrzeit zwischen den Haltelinien von Teil I und Teil II) antrifft, ist unabhängig von der Fahrzeit Δt wenn $\Delta t =$ konstant für alle Fahrzeuge ist und wenn die Ankunftsprozesse in den Hauptströmen beider Knotenpunkte unabhängig voneinander sind. Dies kann im allgemeinen unterstellt werden. Deshalb ist das Resultat dasselbe unabhängig davon, ob Δt einen realistischen positiven Wert hat oder ob Δt zu 0 angesetzt wird.

Zu Zeiten, in denen die gesamte Kreuzung an der Leistungsfähigkeitsgrenze arbeitet, muß aus Gründen der Kontinuität der maximale Input und der maximale Output der Lagerfläche gleich sein. Deshalb gilt:

$$\text{Input} = \text{Output} \quad (\text{vergl. Gleichung 6 und Gleichung 12})$$

d.h.:

$$(1-w_k) \cdot c(q_1+q_2) + w_k \cdot c(q_1+q_2+q_8) + q_1 = (1-w_0) \cdot c(q_8) + w_0 \cdot [c(q_1+q_2+q_8) + q_1] \quad (13)$$

Die gesamte Leistungsfähigkeit c_T für kreuzende Nebenstraßenfahrzeuge (Strom 5) ist im Hinblick auf die gesamte Kreuzung identisch mit beiden Seiten dieser Gleichung 13 abzüglich der Verkehrsstärke q_1 des Stroms 1. Zusätzlich muß c_T folgende Restriktion erfüllen, weil negative Verkehrsstärken nicht zugelassen werden können:

$$c_T = \max \begin{cases} \text{output} - q_1 = c_{\Pi,3} + c_{\Pi,4} + c_{\Pi,4,q1} - q_1 \\ 0 \end{cases} \quad (14)$$

Für den einfachsten Fall von $k = 1$ erhalten wir

$$w_0 + w_1 = 1 \quad (15)$$

Aus den Gleichungen 13-15 erhalten wir:

$$c_T = \frac{c(q_1 + q_2) \cdot (c(q_8) - q_1) - [c(q_1 + q_2 + q_8)]^2}{c(q_1 + q_2) + c(q_8) - q_1 - 2 \cdot c(q_1 + q_2 + q_8)} \quad \text{für } k = 1 \quad (16)$$

Für $k > 1$ sind einige allgemeinere Herleitungen notwendig. Diese Herleitungen können von Harders (1968) übernommen werden. Sie werden hier Kürze halber nicht wiederholt. Die Herleitung sind auch in Brilon, Wu, Lemke (1996, Gl.17-36) angegeben. Hierfür wird vorausgesetzt, daß q_2 und q_8 über die Zeit konstant sind. Dann sind auch die Leistungsfähigkeiten $c(q_2)$, $c(q_8)$, und $c(q_2 + q_8)$ konstant über die Zeit.

Wir definieren:

$$y = \frac{c(q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2 + q_8)}{c(q_8) - q_1 - c(q_1 + q_2 + q_8)} \quad (17)$$

Damit werden die Wahrscheinlichkeiten w_0 (Wahrscheinlichkeit dafür, daß kein Fahrzeug in der Lagerfläche ist) und w_k (Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Lagerfläche mit k Fahrzeugen voll ausgefüllt ist):

$$w_0 = \frac{y-1}{y^{k+1}-1} \quad (18)$$

$$w_k = \frac{y^{k+1} - y^k}{y^{k+1} - 1} \quad (19)$$

Für alle Zwischenwerte gilt

$$w_i = y^i \cdot w_0 \quad (20)$$

Unter Verwendung von y können wir die gesamte Leistungsfähigkeit c_T für Strom 5 bestimmen nach:

$$c_T = \left(1 - \frac{y-1}{y^{k+1}-1}\right) \cdot c(q_8) + \frac{y-1}{y^{k+1}-1} \cdot [c(q_1 + q_2 + q_8) + q_1] - q_1 \quad (21)$$

$$c_T = \left(1 - \frac{y-1}{y^{k+1}-1}\right) \cdot [c(q_8) - q_1] + \frac{y-1}{y^{k+1}-1} \cdot c(q_1 + q_2 + q_8)$$

Hieraus ergibt sich für den Sonderfall $k = 1$ die Lösung von Gleichung 16.

Für den Sonderfall $y = 1$ (d.h. $c(q_1 + q_2) = c(q_8) - q_1$) ist der Ausdruck Gleichung 21 nicht definiert. Durch eine Grenzwertbetrachtung für $y \rightarrow 1$ erhalten wir für diesen Sonderfall:

$$c_T = \frac{1}{k+1} \cdot [k \cdot (c(q_8) - q_1) + c(q_1 + q_2 + q_8)] \quad (22)$$

An dieser Stelle sollte besonders hervorgehoben werden: Die Leistungsfähigkeiten $c(q_1 + q_2 + q_8)$ und $c(q_8)$ können durch jede beliebige Formel errechnet werden, z.B. durch Formeln aus der Theorie der Grenzzeitlücken (z.B. Gleichung von Harders, 1968 oder Gleichung von Siegloch, 1973). Aber auch Lösungen aus der linearen Regressionsmethode (Details vergleiche: Brilon, Troutbeck, Tracz, 1995) können verwendet werden.

3. Leistungsfähigkeit unter Verwendung der Grenzzeitlückentheorie

Die einfachste Formel für die Leistungsfähigkeit eines Knotenpunkts ohne Lichtsignalanlagen mit einem Nebenstrom und einem Hauptstrom ist die von Siegloch (1973).

Verschiedene Autoren (z.B. Siegloch, 1973, Großmann, 1992) haben gezeigt, daß diese Formel auch realistische Ergebnisse errechnet, wenn die beiden grundlegenden Voraussetzungen der Formel (freier Verkehr im Hauptstrom und konstante Grenz- und Folgezeitlücken) in realistischen Verkehrsströmen nicht erfüllt sind. Die Siegloch-Formel lautet:

$$c(q) = \frac{1}{t_f} \cdot e^{-q \cdot t_0} \quad (23)$$

mit $c(q)$ = Leistungsfähigkeit für den Nebenstrom (Fz/s)
 t_f = Folgezeitlücke (s)

	=	mittlerer Abstand zwischen 2 Nebenstromfahrzeugen, die in dieselbe Lücke des Hauptstroms einfahren	
t_0	=	$t_c - t_f/2$	(s)
t_c	=	Grenzzeitlücke	(s)
	=	mittlere Zeitlücke zwischen 2 aufeinanderfolgenden Hauptstromfahrzeugen, die als minimaler Wert von den Nebenstromfahrzeugen akzeptiert wird, um die Kreuzung zu durchqueren.	

Wir müssen nun zwischen verschiedenen Werten für t_c und t_f unterscheiden:

- t_c - und t_f - Werte für Teil I der Kreuzung (Zustand 1 und Zustand 2)
- t_c - und t_f - Werte für Teil II der Kreuzung (Zustand 3 und Zustand 4)
- t_c - und t_f - Werte für das Überqueren von Teil I und Teil II der Kreuzung im Falle von $k = 0$, d.h. kein Zwischenstauraum. In diesem Fall müssen die Nebenstraßenfahrzeuge aus Strom 5 beide Teile der Kreuzung in einem Zuge durchfahren. Es ist realistisch anzunehmen, daß ein Nebenstraßenfahrer dann größere Grenz- und Folgezeitlücken t_c und t_f benötigt als im Fall a) oder b).

Es ist gerechtfertigt anzunehmen, daß die t_c - und t_f - Werte im Fall a) und b) von gleicher Größenordnung sind und daß insbesondere die t_f - Werte in beiden Fällen nahezu identisch sind. Diese Voraussetzung ist wichtig für die folgenden Herleitungen.

Realistische Werte für die Grenz- und Folgezeitlücken können aus Tabelle 1 entnommen werden. Es handelt sich um Werte, wie sie kürzlich in den USA festgestellt wurden (Kyte u.a., 1995). Grenz- und Folgezeitlücken aus deutschen Messungen, wie sie z.B. aus der Untersuchung von Harders (1976) vorliegen und in das Merkblatt der FGSV (1991) aufgenommen wurden, sind in den letzten Jahren zunehmend kritisiert worden. Insbesondere ist die starke Zunahme der Werte mit der Geschwindigkeit auf der Hauptstraße mehr und mehr in Zweifel gezogen worden. Bis zum Vorliegen genauerer Ergebnisse aus zukünftigen Forschungsprojekten, ist es jedoch gerechtfertigt, in Deutschland die Meßwerte für eine Geschwindigkeit von 50 km/h aus den beiden genannten Quellen zu verwenden.

	$k = 0$ d.h. keine Warteflächen in Knotenpunktmitte Fall c)	$k \geq 1$ d.h. Zwischenstauraum in der Mitte der Kreuzung mit unterschiedlicher Größe k	
		Teil I Fall a)	Teil II Fall b)
t_c	7.0 s	6.0 s	6.0 s
t_f	3.8 s	3.8 s	3.8 s

Tabelle 1: Typische Grenz- und Folgezeitlücken für aufgeweitete Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen bei mehrstreifigen Hauptstraßen unter US-Bedingungen

Auf der Basis von Gleichung 23 mit der Annahme, daß alle Folgezeitlücken t_f etwa gleich groß sind, läßt sich feststellen:

$$\frac{c(q_1 + q_2 + q_8)}{c_0} = \frac{c(q_1 + q_2)}{c_0} \cdot \frac{c(q_8)}{c_0} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } c_0 &= \frac{1}{t_f} && (\text{Fz/s}) \\ &= \text{maximale Durchlaßfähigkeit des Knotenpunktes für den fiktiven Fall, daß alle Verkehrsstärken auf der Hauptstraße gleich } 0 \text{ sind.} \end{aligned}$$

Diese Relation ermöglicht es, alle Leistungsfähigkeitswerte zu standardisieren. Wenn c_0 in der Einheit Fz/s benutzt wird, müssen auch alle anderen Ausdrücke für die Leistungsfähigkeit diese Einheit besitzen. Natürlich könnte statt dessen auch die Einheit Fz/h benutzt werden. In dieser Situation ist es auch sinnvoll, c_T in Gleichung 21/22 dieser Standardisierung zu unterziehen

$$\text{mit } \hat{c}_T = \frac{c_T}{c_0} \quad (\text{Fz/s}) \quad (25)$$

Damit kann \hat{c}_T (nach Gleichung 21/22) als eine Funktion von $c(q_1 + q_2)/c_0$ und $[c(q_8) - q_1] / c_0$ ausgedrückt werden. Auf diese Weise ist es möglich, die Ergebnisse dieser Herleitungen durch einfache Nomogramme anzugeben (Bild 2).

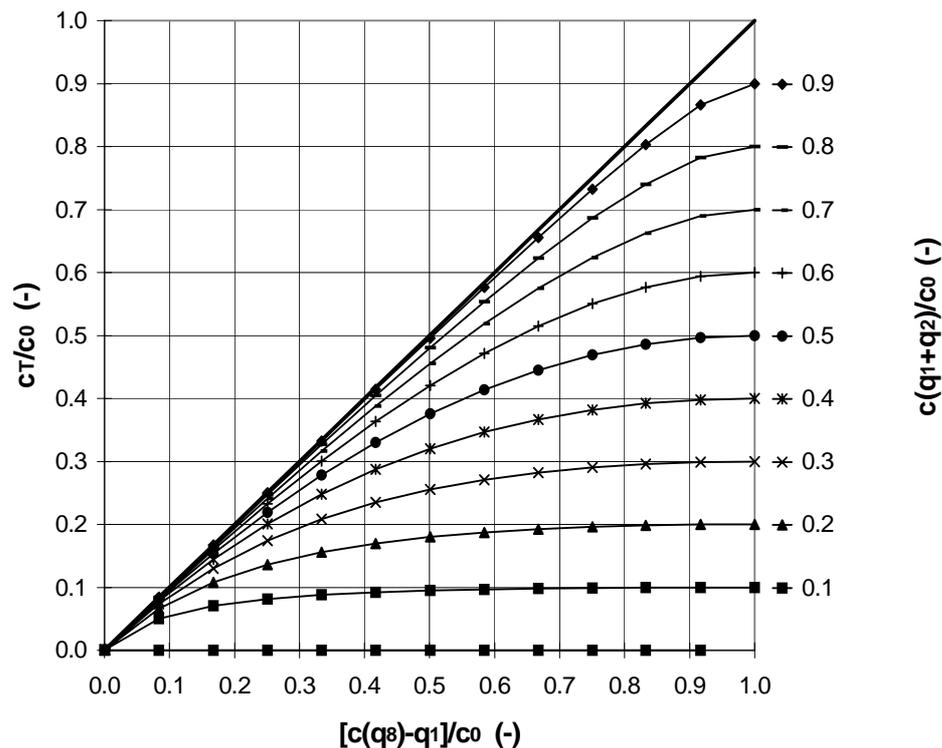


Bild 2: Gesamte Leistungsfähigkeit $\hat{c}_T = c_T/c_0$ als Ergebnis von Gleichung 25 (in Verbindung mit Gleichung 21) in Abhängigkeit von $c(q_1 + q_2)/c_0$ und $[c(q_8) - q_1]/c_0$ für $k = 1$

Es kann als gerechtfertigt angesehen werden, Nomogramme dieses Typs mit ausreichender Annäherung auch unter realistischen Umständen zu verwenden, die von den Voraussetzungen der Grenzzeitlückentheorie abweichen, z.B.

- wenn die Leistungsfähigkeiten $c(q_1 + q_2)$ und $c(q_8)$ aus anderen Theorien ermittelt wurden als der Grenzzeitlückentheorie. Die Anwendung wird sogar für möglich gehalten, wenn die Leistungsfähigkeiten direkt gemessen worden sind.
- wenn bei Verwendung der Grenzzeitlückentheorie die Grenzzeitlücken t_c für jeden Teil des Knotenpunktes unterschiedlich sind.

Die einzige notwendige Voraussetzung für die Anwendung dieser Nomogramme ist es, daß die Folgezeitlücken t_f etwa von gleicher Größenordnung sind.

4. Grenzen der Theorie

Bei einem kritischen Blick auf die Theorie, die zur Gleichung 21 führte, ist zu bemerken, daß dieses theoretische Konzept mit einer gewissen Sorgfalt zu behandeln ist. Das Konzept wäre dann zutreffend, wenn wir die Leistungsfähigkeiten $c(q_1 + q_2 + q_8)$ und $c(q_8)$ einwandfrei ermitteln könnten auch unter Berücksichtigung der Tatsache, daß maximal k Fahrzeuge eine Lücke des Hauptstroms in Teil I und Teil II der Kreuzung benutzen können. Die Begrenzung auf k Nebenstromfahrzeuge pro Lücke des Hauptstroms ergibt sich aus der begrenzten Lagerfläche für k Fahrzeuge im Mittelbereich der Kreuzung. Diese Begrenzung gilt insbesondere für $c(q_1 + q_2)$ und $c(q_8)$ (Zustand 1 und 3, vergl. oben)

und ist weniger maßgebend für $c(q_1 + q_2 + q_8)$, weil während Zustand 2 und Zustand 4 (Definition s. oben) die Anzahl der Nebenstromfahrzeuge, die während einer sehr großen Lücke des Hauptstroms (die gleichzeitig in allen Hauptströmen 1, 2, und 8 geboten wird) nicht begrenzt ist. Alle konventionellen Formen für die Leistungsfähigkeit $c(q)$ (z.B. die Siegloch-Formel, Gleichung 23) basieren jedoch auf der Annahme, daß während langer Hauptstromlücken eine größere Zahl von Nebenstromfahrzeugen einfahren kann. Diese sehr große Zahl von Nebenstromfahrzeugen pro Hauptstromlücke ist jedoch in dem hier behandelten Fall der zweistufigen Lückenannahme (Zustand 1 und 3) nicht möglich. Vielmehr gilt eine Begrenzung auf maximal k Fahrzeuge pro Lücke.

Es sind verschiedene Ansätze untersucht worden, um diese Begrenzung der Gültigkeit von Gleichung 21 zu überwinden. Die Herleitung einer analytischen Formel, die diesen Effekt berücksichtigt, erschien als nicht möglich. Es waren auf analytischen Wegen nur begrenzte Annäherungen an vollständig realistische Zustände möglich. Deshalb mußte mit Näherungen gearbeitet werden.

5. Simulationsstudien

Deshalb ist die Lösung mit Hilfe von Simulationen weiterentwickelt worden. Die Simulationen dienen zugleich zur Überprüfung der Theorie, die zu Gleichung 21 führte. Speziell für diesen Zweck ist ein Simulationsmodell entwickelt worden (Lemke, 1995). Die Grundstrukturen des Modells schließen sich sehr eng an die Ideen des Programms KNOSIMO (vergl. Großmann, 1992) an. Die wichtigen Eigenschaften können wie folgt charakterisiert werden:

- Die Zeitlücken im Hauptstrom sind nach einer Hyperlang-Verteilung verteilt (vergl. Dawson, 1969; Großmann, 1991).
- Die Grenzzeitlücken und die Folgezeitlücken sind nach einer Erlang-Verteilung verteilt. Dabei wurden die Parameter angewandt, die von Großmann (1991) angegeben sind und die auch im Programm KNOSIMO verwendet werden.

Beide Annahmen entsprechen eher der Realität, als die theoretischen Herleitungen in Absatz 2. Andererseits sind die folgenden Herleitungen des Modells eine Vereinfachung gegenüber der Realität. Sie entsprechen jedoch den Annahmen der oben entwickelten Theorie.

- Es werden keine Zeitverluste in Rechnung gestellt, die auf das begrenzte Beschleunigungs- und Verzögerungsvermögen der Fahrzeuge zurückgehen.
 - Die Fahrzeit Δt zwischen den beiden Teilen I und II des Knotenpunktes werden nicht in Rechnung gestellt, d.h. $\Delta t = 0$ (vergl. Argumentation zur Gleichung 12).
 - Jedes Nebenstromfahrzeug hat einen Zeitverlust von mindestens t_f an Teil I des Knotenpunktes, auch wenn kein Hauptstromfahrzeug in der Nähe ist. Damit wird die Zeit berücksichtigt, die die Fahrer benötigen, um die Verkehrssituation auf der Hauptstraße zu erkennen, wenn sie sich der Kreuzung nähern. Innerhalb dieses Zeitrahmens haben sich die Fahrer auch zu entscheiden, ob sie die Kreuzung sofort befahren können. Eine solche Orientierungszeit wird dagegen nicht verwandt für diejenigen Fahrzeuge, die sich dem Teil II der Kreuzung nähern, weil hier eine bessere Übersichtlichkeit angenommen wird.
 - Alle Verkehrsstärken sind über die Zeit konstant.
-

- Das Simulationsprogramm ist so aufgebaut, daß vor der ersten Haltelinie, den Strom 5 vor der Kreuzung passieren muß, sich eine ständige Warteschlange ausbildet. Auf diese Weise ermittelt das Programm die maximal mögliche Zahl von durchfahrenden Fahrzeugen in Strom 5 und damit die Leistungsfähigkeit. Die so ermittelte Zahl von Fahrzeugen, die den Knotenpunkt in Strom 5 passieren können, ist die Leistungsfähigkeit für den untergeordneten kreuzenden Verkehr. Das Simulationsprogramm ist mit den verschiedensten Werten für die Parameter q_1 , q_2 und q_8 verwendet worden.

Danach sind verschiedenste Versuche unternommen worden, eine möglichst einfache näherungsweise Beschreibung für die Ergebnisse der Simulation zu erreichen. Ein guter Kompromiß zwischen leichter Anwendbarkeit des Ergebnisses und hoher Genauigkeit wird in der folgenden Lösung gesehen. Anstelle der oben als c_T bezeichneten Gesamtleistungsfähigkeit benutzen wir nun das Ergebnis c_{Tr} als eine möglichst gute Annäherung der realistischen Leistungsfähigkeit.

$$c_{Tr} = \alpha \cdot c_T \quad (\text{Fz/s}) \quad (26)$$

mit

$$\begin{aligned}
 c_{Tr} &= \text{realistische Leistungsfähigkeit für Strom 5 (kreuzender Verkehr von der Nebenstraße).} \\
 c_T &= \text{Ergebnis der theoretischen Herleitungen nach Gleichung 21} \\
 \alpha &= \text{Anpassungsfaktor} \\
 &= \begin{cases} 1 & \text{für } k = 0 \\ 1 - 0.32 \cdot \exp(-1.3 \cdot \sqrt{k}) & \text{für } k > 0 \end{cases} \quad (27)
 \end{aligned}$$

Eine noch bessere Lösung für das Korrekturglied α wird durch die folgende Gleichung gegeben. Diese Lösung hat jedoch den Nachteil einer etwas komplizierteren Benutzung. Deswegen eignet sich diese Näherungslösung eher für Anwendungen in Computerprogrammen.

$$\alpha = 1 - 0,245 \cdot \frac{e_2 \cdot e_8}{k^{1,65}} \quad (28)$$

$$e_2 = \frac{\lambda_2 \cdot (\lambda_2 \cdot z_2)^k}{(k)!} \cdot e^{-(\lambda_2 \cdot z_2)}$$

$$\lambda_2 = a + b \cdot z_8 + c \cdot z_8^2$$

$$e_8 = \frac{\lambda_8 \cdot (\lambda_8 \cdot z_8)^k}{(k)!} \cdot e^{-(\lambda_8 \cdot z_8)}$$

$$\lambda_8 = a + b \cdot z_2 + c \cdot z_2^2$$

$$z_2 = \frac{c(q_2)}{c_0} \quad z_8 = \frac{c(q_8)}{c_0}$$

$$c_0 = \frac{1}{t_f} \quad (\text{FZ/s}) \quad \text{or} \quad c_0 = \frac{3600}{t_f} \quad (\text{FZ/h})$$

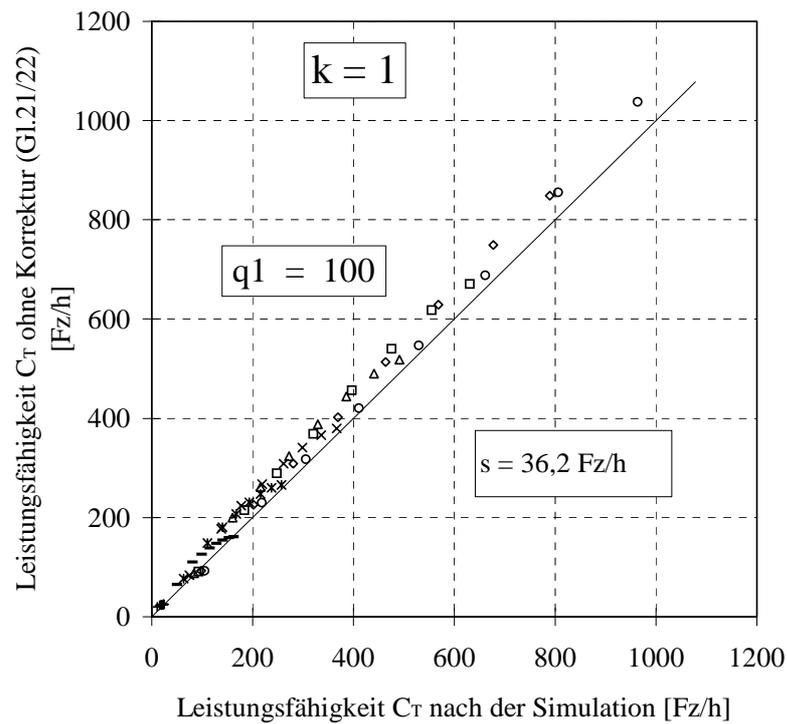
Innerhalb dieser Gleichungen sollten die folgenden Parameter verwandt werden:

a	2.788
b	-1.259
c	-0.576

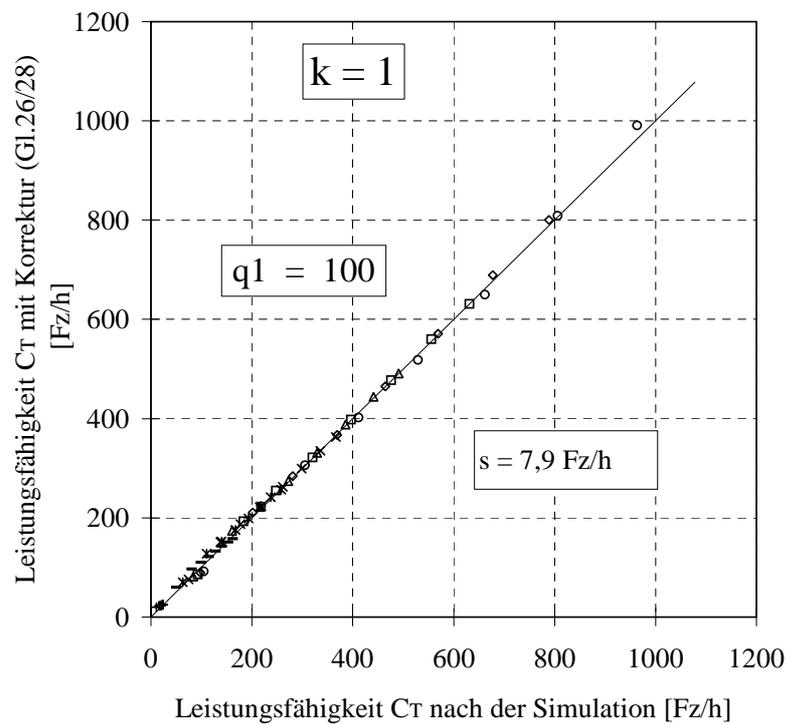
Diese Lösungen für die Leistungsfähigkeit c_T des Stroms 5 beschreiben die simulierten Ergebnisse mit einer Standardabweichung s (zwischen den Ergebnissen für c_T aus der Simulation und den Ergebnissen nach Gleichung 26, die aus Tab. 2 entnommen werden können).

	s		
	$q_1 = 50$	$q_1 = 100$	$q_1 = 200$
$\alpha = 1$	29	30	32
Gl. 27	18	18	19
Gl. 28	7	8	15
	Fz/h	Fz/h	Fz/h

Tabelle 2: Standardabweichung s für die errechneten c_T - Werte im Vergleich zu simulierten Werten für zwei unterschiedliche Lösungen des Korrekturglieds α



a)



b)

Bild 3: Vergleich von simulierten Leistungsfähigkeiten c_T für Strom 5 mit errechneten c_T -Werten. Die simulierten Werte werden hier als die wahren Ergebnisse im statistischen Sinne betrachtet.

- Berechnung ohne Korrekturglied α nach Gleichung 21/22.
- Berechnung mit Korrekturglied α nach Gleichung 26/27.

An dieser Stelle können die Rechenschritte zusammengefaßt werden, die notwendig sind, um die Leistungsfähigkeit für eine aufgeweitete Kreuzung ohne Lichtsignalanlage zu berechnen:

q_1	=	Verkehrsstärke für den bevorrechtigten Linksabbieger an Teil I	
q_2	=	Verkehrsstärke für den bevorrechtigten Geradeausverkehr von links an Teil I	
q_8	=	Verkehrsstärke der Summe aller bevorrechtigten Ströme, die an Teil II von rechts kommen. Natürlich müssen hier die Verkehrsstärken aller bevorrechtigten Ströme an Teil II der Kreuzung eingeschlossen werden. Diese sind: Rechtsabbieger (9, außer wenn dieser Strom hinter einer Dreiecksinsel geführt wird), bevorrechtigter Geradeausverkehr (8), bevorrechtigter Linksabbieger (7); Bezeichnung der Ströme nach FGSV, 1991).	
$c(q_1 + q_2)$	=	Leistungsfähigkeit bei Teil I	
$c(q_8)$	=	Leistungsfähigkeit bei Teil II	
$c(q_1+q_2+q_8)$	=	Leistungsfähigkeit für den untergeordneten Geradeausverkehr an einer einfachen Kreuzung mit dem Hauptstrom der Stärke $q_1+q_2+q_8$	
(Alle Leistungsfähigkeitsangaben beziehen sich auf Strom 5. Sie können durch jede brauchbare Leistungsfähigkeitsformeln errechnet werden, z. B. die Siegloch-Formel, Gleichung 23).			
y	=	$\frac{c(q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2 + q_8)}{c(q_8) - q_1 - c(q_1 + q_2 + q_8)}$	(17)
c_T	=	$\frac{\alpha}{y^{k+1} - 1} \left\{ y \cdot (y^k - 1) \cdot [c(q_8) - q_1] + (y - 1) \cdot c(q_1 + q_2 + q_8) \right\}$	für $y \neq 1$ (21)
$c_{T(y=1)}$	=	$\frac{\alpha}{k+1} [k \cdot [c(q_8) - q_1] + c(q_1 + q_2 + q_8)]$	für $y = 1$ (22)
c_T	=	gesamte Leistungsfähigkeit der Kreuzung für den untergeordneten Geradeausverkehr (Strom 5)	
mit	$\alpha =$	$\begin{cases} 1 & \text{for } k = 0 \\ 1 - 0.32 \cdot \exp(-1.3 \cdot \sqrt{k}) & \text{for } k > 0 \end{cases}$	(27)

Die Gleichungen 21, 22 und 23 sind nur gültig für $c(q_8) - q_1 > 0$.

6. Nomogramme für die praktische Anwendung

Die hier hergeleiteten Ergebnisse einschließlich der Korrektur nach Gleichung 26/27 sind in Bild 4 für $k = 1$ und $k = 2$ angegeben. Hier können die Leistungsfähigkeiten $c(q_1 + q_2)$ und $c(q_8)$ als Eingangsgrößen benutzt werden, unabhängig von der Formel, mit der sie ermittelt worden sind. Ein anderer Vorteil dieser Nomogramme ist es, daß sie für jeden beliebigen Wert der Verkehrsstärke q_1 anwendbar sind.

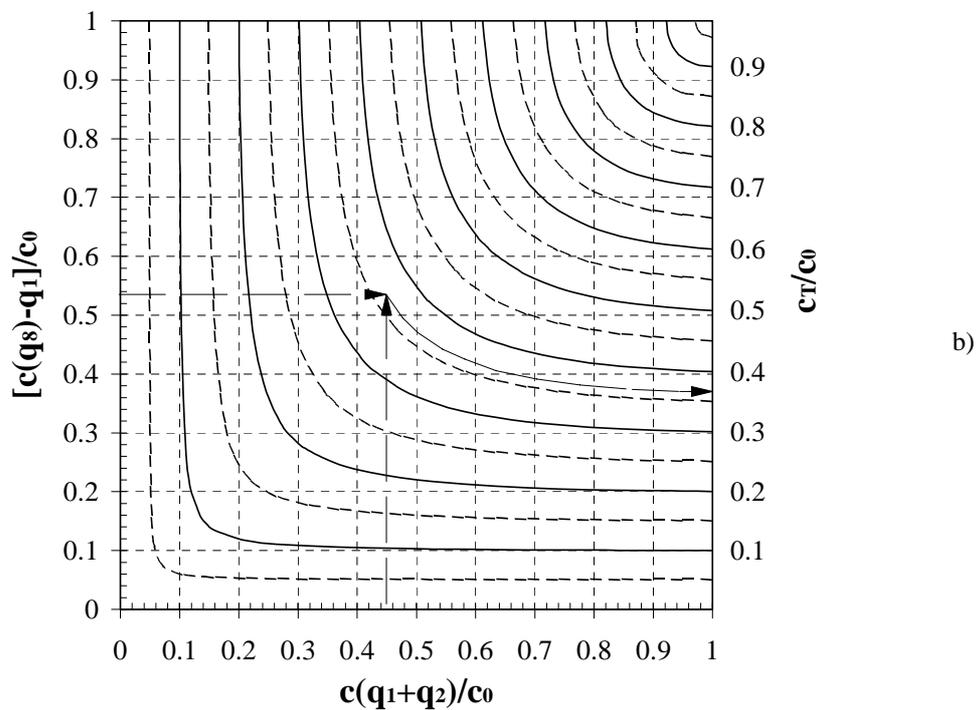
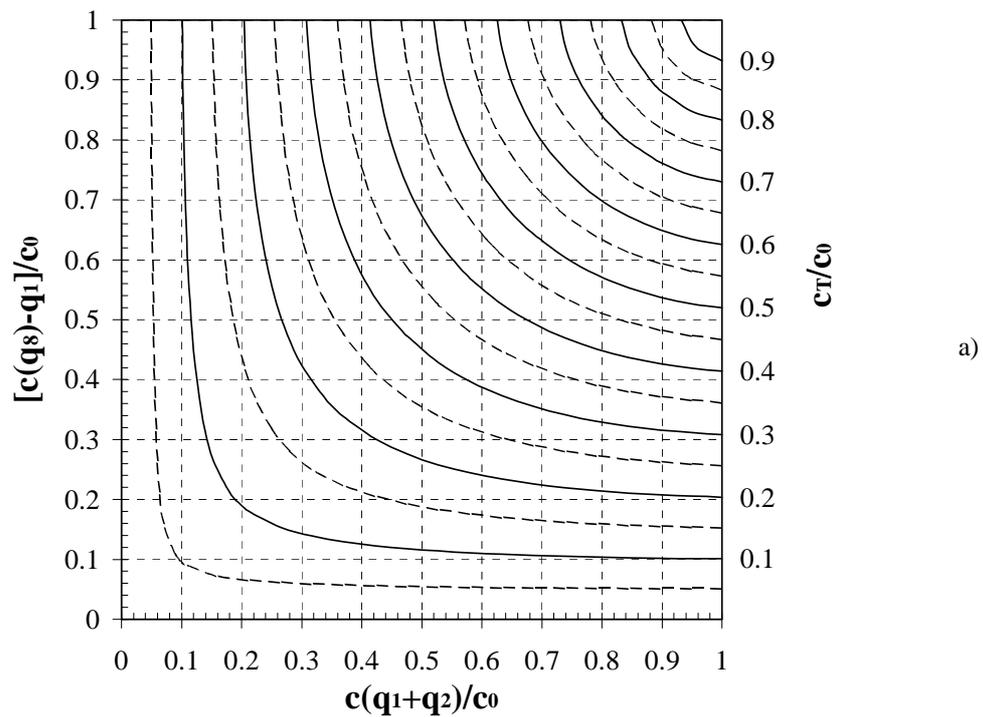


Bild 4: Leistungsfähigkeiten $\hat{c}_T = c_T/c_0$ (vergl. Gleichung 25) für Strom 8 in Abhängigkeit zu den normierten Werten der Leistungsfähigkeit (einschließlich q_1). Alle Ergebnisse sind unter Verwendung des Korrekturgliedes α nach Gleichung 26/27) errechnet worden.

- a) $k = 1$
- b) $k = 2$

Beispiel:

Wir betrachten eine aufgeweitete Kreuzung ohne Lichtsignalanlage mit den Verkehrsstärken $q_1=100$ Fz/h, $q_2=600$ Fz/h und $q_8=400$ Fz/h. Der mittlere Bereich der Kreuzung soll einen Zwischenstauraum für $k = 2$ Fahrzeuge bieten (vergl. Bild 1). Die Leistungsfähigkeiten für Strom 5 an den einzelnen Teilen der Kreuzung werden nach der Siegloch-Formel (Gleichung 23) errechnet. Die entsprechenden Werte für die Grenz- und Folgezeitlücken sind aus Tab. 1 entnommen. Die Parameter für den Eingang in die Nomogramme nach Bild 4 werden wie folgt berechnet:

$$\text{Teil I: } c(q_1 + q_2) = \frac{1}{t_f} \cdot e^{-(q_1+q_2) \cdot t_0} = \frac{1}{3.8} \cdot e^{-\frac{(100+600)}{3600} \cdot (6 - \frac{3.8}{2})} = 0.119 \quad (\text{Fz/s})$$

$$\text{Teil II: } c(q_8) = \frac{1}{t_f} \cdot e^{-q_8 \cdot t_0} = \frac{1}{3.8} \cdot e^{-\frac{400}{3600} \cdot (6 - \frac{3.8}{2})} = 0.167 \quad (\text{Fz/s})$$

(vergl. Gleichung 23)

mit

$$c_0 = \frac{1}{t_f} = \frac{1}{3.8} = 0.263 \quad (\text{Fz/s})$$

$$q_1 = \frac{100}{3600} = 0.028 \quad (\text{Fz/s})$$

erhalten wir die Parameter Bild 4:

$$\frac{c(q_1 + q_2)}{c_0} = \frac{0.119}{0.263} = 0.45$$

$$\frac{c(q_8) - q_1}{c_0} = \frac{0.167 - 0.028}{0.263} = 0.53$$

Mit diesen beiden Parametern erhalten wir die normierte Leistungsfähigkeit für Strom 5:

$$\hat{c}_T = c_T / c_0 = 0.36 \quad (\text{Bild 4, b}).$$

Danach ist die absolute Leistungsfähigkeit für Strom 5

$$\begin{aligned} c_T &= \hat{c}_T \cdot c_0 \\ &= 0.36 \cdot 0.263 \\ &= 0.095 \text{ Fz/s} \\ &= 342 \text{ Fz/h.} \end{aligned}$$

Wenn die Theorie der Grenzzeitlücken angewandt wird, um die einzelnen grundsätzlichen Leistungsfähigkeiten ($c(q_1 + q_2)$ und $c(q_8)$) zu ermitteln und wenn die Werte der Grenz- und Folgezeitlücken vorgegeben werden, dann kann die Leistungsfähigkeit für Strom 5 auch direkt aus Nomogrammen entnommen werden, die nur noch von q_2 und q_8 abhängen. Bild 5 gibt ein Beispiel für dieser Art der Darstellung. Es ist ermittelt worden mit den Grenz- und Folgezeitlücken nach Tab. 1.

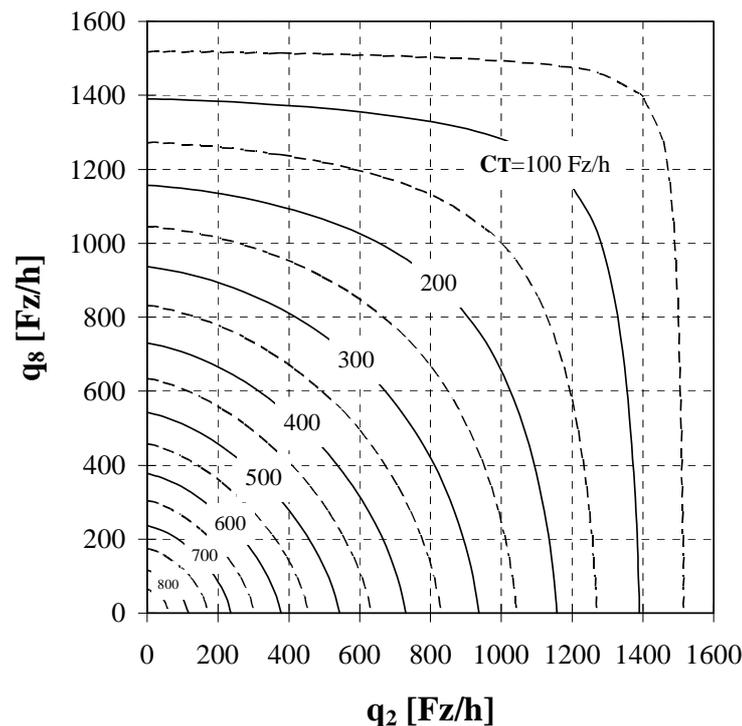


Bild 5: Leistungsfähigkeiten c_T für Strom 8 in Abhängigkeit von den Verkehrsstärken q_2 und q_8 . Für dieses Beispiel ist $q_1 = 0$ gesetzt worden. Die Errechnung erfolgte mit dem Korrekturglied α sowie den Gleichungen 21/26/27, mit $k = 1$).

Natürlich kann dieselbe Theorie wie sie hier beschrieben wurde, auch benutzt werden, um die Leistungsfähigkeit des Linksabbiegerstroms (Strom 4) aus der Nebenstraße an einer solchen aufgeweiteten Kreuzung errechnet werden. Wenn für diesen Linksabbieger in den Zwischenstauraum in Kreuzungsmitte kein eigener Fahrstreifen vorhanden ist, muß die sog. Mischspur-Formel (Gleichung 8-7 nach FGSV 1991), die von Harders (1968) stammt, angewandt werden, um aus den beiden einzelnen Leistungsfähigkeiten von Strom 4 und Strom 5 die Gesamtleistungsfähigkeit für die gemeinsame Führung beider Ströme auf einem Fahrstreifen errechnet werden.

Die Wartezeiten für derartige aufgeweitete Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen können nach den Formeln von Kimber und Hollis (1979) oder dem Ansatz von Brilon (1995) ermittelt werden.

Dies theoretische Konzept ist im Rahmen des Forschungsprojektes NCHRP 3-46 (1995) entwickelt worden, für das die Autoren mit amerikanischen Forschungsstellen zusammengearbeitet haben.

7. Schlußbetrachtung

Aufgeweitete Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen, wie sie gelegentlich an mehrstreifigen Hauptverkehrsstraßen auftreten, bieten höhere Leistungsfähigkeiten als vergleichbare Kreuzungen ohne den in der Mitte der Kreuzung gelegenen

Zwischenstauraum an. Solche Knotenpunktformen sind in Deutschland bei Neuanlagen eher ungewöhnlich, weil die einschlägigen Richtlinien an solchen Stellen die Anlage von Lichtsignalanlagen nahelegen. Die hier dargestellte Theorie ermöglicht es jedoch, zu überprüfen, ob aus Gründen der Leistungsfähigkeit eine Lichtsignalanlage tatsächlich notwendig ist. Die Grundlagen der hier vorgestellten Verfahrensweise gehen auf Harders (1968) zurück. Die dortigen Resultate mußten jedoch kritisch überdacht und weiterentwickelt werden, um eine bessere Übereinstimmung mit der Realität zu erreichen. Dieser Beitrag stellt eine mathematische Lösung dieses Problems dar. Es hat sich jedoch herausgestellt, daß eine vollständige mathematische Durchdringung nicht möglich ist. Daher sind in Ergänzung Simulationen durchgeführt worden. Auf dieser Basis konnte eine Gruppe von Nomogrammen entwickelt werden, die eine einfache Schätzung der Leistungsfähigkeit an solchen aufgeweiteten Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen ermöglichen. Diese Nomogramme sind leicht für die Praxis nutzbar. Ein vollständiger Satz dieser Nomogramme für k -Werte von 0 bis 5 kann von den Autoren bezogen werden.

Ungeachtet des Vertrauens der Autoren in ihre Theorie wäre eine empirische Bestätigung dieses Modellansatzes wünschenswert. Dabei sollte auch untersucht werden, ob das Modell für sehr große k -Werte noch Gültigkeit hat. Es wäre dann auch für rasterartige Netze von Einbahnstraßen anwendbar. Auch wenn somit noch einige Fragen offen bleiben, kann die entwickelte Theorie dennoch zur Anwendung in der Praxis empfohlen werden.

8. Literatur

Brilon, W. (1995)

Wartezeiten an überlasteten Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlage:
Straßenverkehrstechnik 11/95.

Brilon, W., Troutbeck, R.J., Tracz, M. (1995)

Review of International Practices Used to Evaluate Unsignalized Intersections. Wird vom amerikanischen TRB als Circular publiziert, 1995

Brilon, W., Wu, N., Lemke, K. (1995)

Two-Stage Priority. Preprint of a presentation at the TRB-conference, Washington, Januar 1996, to be published in a TRB-record.

Dawson, R.F. (1969)

The Hyperlang Probability Distribution - A Generalized Traffic Headway Model. In: Schriftenreihe Straßenbau- und Straßenverkehrstechnik, Heft 86, S. 30-36, Bonn 1969.

Grossmann, M. (1991)

Methoden zur Berechnung und Beurteilung von Leistungsfähigkeit und Verkehrsqualität an Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen. Ruhr-Universität Bochum, Schriftenreihe Lehrstuhl für Verkehrswesen, Heft 9, 1991.

Harders, J. (1968)

Die Leistungsfähigkeit nicht signal geregelter städtischer Verkehrsknoten. Schriftenreihe Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 76, 1968.

HCM (1994)

Highway Capacity Manual. Transportation Research Board, Special Report 209, new edition, Washington 1994.

Kimber, R.M. and Hollis, E.M. (1979)

Traffic queues and delays at road junctions. TRRL Laboratory Report LR909, 1979.

Siegloch, W. (1973)

Die Leistungsermittlung an Knotenpunkten ohne Lichtsignalsteuerung. Schriftenreihe Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 154, 1973.

Lemke, K.:

Berechnungsverfahren für Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen - Weiterentwicklung. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Verkehrswesen, Ruhr-Universität Bochum, Aug. 1995.