

Kapazität von nichtsignalisierten Knotenpunkten mit der Regelungsart "Rechts-Vor-Links"

Ning Wu¹

(veröffentlicht in *Straßenverkehrstechnik*, Heft 7/8, 2003.

Kirschbaum Verlag GmbH, Bonn, 2003)

1 Einleitung

Knotenpunkte, die nach der Verkehrsregel "Rechts-Vor-Links" (RVL) betrieben werden, wurden in der Straßenverkehrstechnik weltweit bisher. Die Frage nach ihrer Funktionalität und nach ihrem Leistungsvermögen erhält jedoch zunehmend Bedeutung, weil in den letzten Jahren viele vorfahrtgeregelter Knotenpunkte (mit Zeichen 205/206 StVO) in Zusammenhang mit Verkehrsberuhigungsmaßnahmen in unregelmäßige Anlagen zurückversetzt wurden, die nach der Verkehrsregel RVL betrieben werden. An den RVL-Knotenpunkten werden nach Erfahrung langsamer gefahren. Sie werden deswegen bevorzugt im Wohngebiet eingesetzt. Eine quantitative Beurteilung der RVL-Knotenpunkte im Hinblick auf die Kapazität und Verkehrsqualität kann bisher nicht durchgeführt werden. Dieser Aufsatz präsentiert einen Ansatz, der den Mechanismus an RVL-Knotenpunkten analysiert.

1.1 Vorhandener Kenntnisstand

Die Kapazität von RVL-Knotenpunkten hat in den 50er und frühen 60er Jahren eine Rolle in der fachlichen Diskussion gespielt (Hondermarcq, 1968; Lutter, 1963). Die internationale bedeutendste Arbeit zum Thema RVL ist die von Vasarhelyi (1976). Dort werden auf der Basis von Simulationen Kapazitätsgrenzen und Verkehrsqualitäten angegeben. Die seinerzeit erreichte Aussagegenauigkeit wird weitgehend bisher für ausreichend zuverlässig gehalten.

Ähnlich der RVL-Regelung ist das Steuerungsprinzip All Way Stop Control (AWSC), das sehr verbreitet auf dem amerikanischen Kontinent verwendet wird. Bei dieser Verkehrsregelung werden Stop-Zeichen in allen 4 Zufahrten mit der Bedeutung: Anhalten! Rechts vor Links installiert. Weil es erwartet wird, dass die aufrückenden Fahrzeuge auf jeden Fall an der

¹ Dr.-Ing. habil., Privatdozent an der Fakultät für Bauingenieurwesen, Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum
Ning.Wu@uni-bochum.de

Haltlinie anhalten müssen, kann jeweils nur 1 Fahrzeug von jeder Zufahrt in der Reihenfolge abfahren. Daher kann ein Fahrzeug immer zuerst abfahren, das zuerst an der Haltlinie ankommt. Diese Steuerungsart ist in den USA mit großem Aufwand erforscht worden (Hebert, 1963; Richardson, 1987; Kyte e.a., 1996; in Projekt Kyte hat der Autor mitgearbeitet). Die zugrunde liegenden Modellvorstellungen nach Hebert und Richardson, welches zur Zeit im amerikanischen HCM 2001 intergeriert ist, sind jedoch zu komplex und unvollständig. Sie führen zu komplizierten sehr Zirkelrechnungen. Kyte e.a. haben sehr umfangreiche empirische Erhebungen durchgeführt und dabei sowohl die realistischen Modellparameter bestimmt, als auch die Tragfähigkeit des Konzepts nachgewiesen. Basiert auf diesen empirischen Daten hat der Autor (2002) eine Weiterentwicklung des Ansatzes vorgeschlagen, die die notwendigen Rangbedingungen an AWSC-Knotenpunkten hinreichend berücksichtigt. Allerdings ist das Verfahren so kompliziert, dass es ohne Unterstützung von EDV-Anlagen nicht verwendbar ist.

Auf der Basis des AKF-Verfahrens (Cleue, 1972) hat der Autor ein verbessertes theoretisches Modell zur Analyse von AWSC-Knotenpunkten entwickelt (Wu, 2000). Dieses Modell ist theoretisch besser begründet als das von Richardson/HCM, und es ermöglicht relativ einfache und robuste Berechnungen. Mit dem Datenmaterial von Kyte e.a. kann die Realitäts-treue des neuen Modells nachweisen werden. Diese Entwicklung hat ein sehr starkes Potential in sich, die in den USA durchgeführten Entwicklungen in Zukunft zu ersetzen. Diese Modellvorstellung kann jedoch nur auf die in Deutschland verwendete Verkehrsregel "Rechts-Vor-Links" übertragen werden, wenn alle Fahrzeuge ebenfalls vor Anfahren an der Haltlinie anhalten müssen. Leider kann ein solches Fahrverhalten nicht beobachtet werden. Für den Fall, dass bei Überlastungen in allen Zufahrten die Fahrzeuge wechselweise die Vorfahrt dem wartenden Fahrzeug an den anderen Zufahrt überlässt, kann dieses Modell unter Vorbehalt übernommen werden. Da die RVL-Knotenpunkte nur selten unter Überbelastung betrieben werden, ist die Einsatzmöglichkeit des AWSC-Modells für RVL-Knotenpunkte sehr begrenzt.

Speziell für RVL-Knotenpunkte wird hier ein weiteres mathematisches Modell dargestellt, mit dem die Blockierung des RVL-Knotenpunkts durch die ineinander verschachtelten Vorfahrtregelung berücksichtigt werden kann. Es zeigt sich, dass bei perfekter Einhaltung der Vorfahrtregel (RVL) der Verkehrsfluss instabil ist und die theoretische Kapazität des Knotenpunkts nicht ausgeschöpft werden kann. Mit dem Modell kann die zu erwartende Wartezeit an RVL-Knotenpunkten realistisch geschätzt werden.

1.2 Verkehrsregel und reales Fahrverhalten an RVL-Knotenpunkten

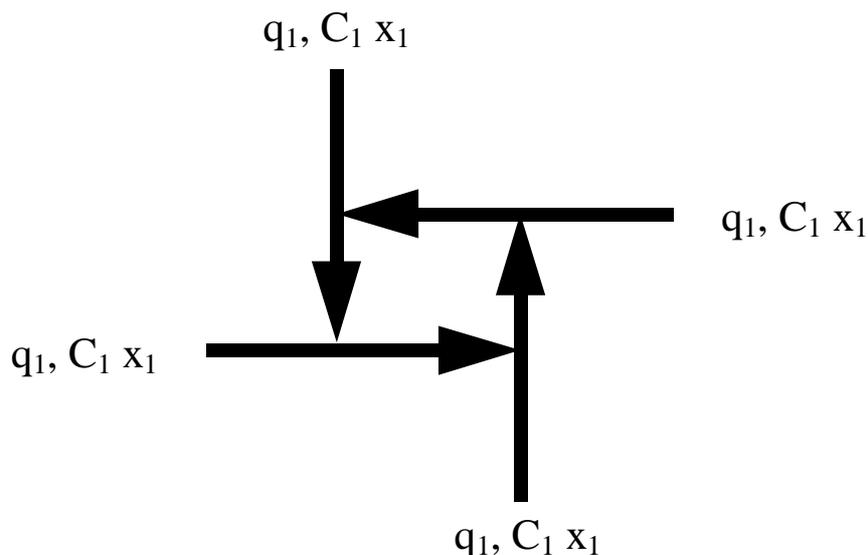


Abb. 1 - Gegenseitige Blockierung der Verkehrsströme an RVL-Knotenpunkten

An RVL-Knotenpunkten ist das Vorfahrtsrecht nur dann klar definiert wenn wenigstens in einer Zufahrt kein Fahrzeug steht und in der Zufahrt kein Fahrzeug dem Knotenpunkt nähert. Wenn alle Zufahrten eines RVL-Knotenpunkts mit wartenden oder heranfahrenden Fahrzeugen belegt sind, gibt es in Deutschland keine schriftlich formulierte Regel für die Reihenfolge der Vorfahrt mehr. Daher können bei überlasteten RVL-Knotenpunkten - zu mindestens nach einer theoretischen Betrachtung - gegenseitige Blockierungen auftreten (vgl. Abb.1). Die Rechtsprechung besagt jedoch, dass sich dann die Verkehrsteilnehmer über die Reihenfolge der Abfahrt arrangieren müssen.

Somit stellen sich Verkehrszustände ein, die nicht mehr eindeutig durch theoretisch begründete Methoden vorhersehbar sind. Zur Analyse ist man deswegen auf die Empirie angewiesen. Für den Idealfall, dass die Fahrzeuge an allen Zufahrten nach dem Prinzip "Wer zuerst da ist fährt zuerst", kann das Verfahren für AWSC-Knotenpunkte näherungsweise übernommen werden (vgl. Abs. 1.1).

Auch unabhängig von diesem Dilemma, das nur bei hoher Belastung von Bedeutung ist, gibt es vielfach Verhaltensweisen, die von den Regeln abweichen. Oft gibt es an einzelnen RVL-Knotenpunkten eine Art "psychologischer Vorgang", der von bevorrechtigten und untergeordneten Fahrern in gleicher Weise praktiziert wird. Es wurde oft solcher praktizierter Vorrang für geradeaus durchgehende Straße gegenüber von rechts einmündender Straße (sogenanntes Regulativ der Bordsteinschwelle) oder für breitere Straßen oder für stärker benutzte

Zufahrten) beobachtet. Diese Aspekte sind verschiedentlich dokumentiert worden. Sie lassen sich hinsichtlich der Methodik ebenfalls nur empirisch behandeln.

2 Modellierung der RVL-Knotenpunkte

2.1 Das 4-Ströme- Problem nach RVL-Regelung

Zuerst wird hier ein vereinfachtes Knoten-Modell betrachtet, das alle Fahrzeuge in jeder Zufahrt zu einem Verkehrsstrom zusammenfasst. So erhält man ein Modell, das insgesamt nur aus vier Verkehrsströmen besteht. Diese Vereinfachung wird aus Grunde der Handhabbarkeit einer möglichst anschaulichen praktischen Lösung gewählt. Dies entspricht auch der Vorgehensweise im HCM 2000, in dem ebenfalls nur die Zufahrten, nicht die Ströme betrachtet werden. Als Kontrolle der Einsetzbarkeit des 4-Ströme-Systems anstelle eines 12-Ströme-Systems wird in Abs.2.2 realistische Zahlbeispiele angegeben. Es zeigt sich, dass die Vereinfachung des 12-Ströme-Systems in ein 4-Ströme-System für die praktische Anwendung ohne große Realitätsverlust tragbar ist.

2.1.1 Kapazität nach der RVL-Regelung

Betrachtet wird verallgemeinert ein Knotenpunkt mit RVL-Regelung mit insgesamt $N > 1$ Zufahrten. Jede Zufahrt weist nur einen Gradausstrom auf. Die Zufahrten werden gegen den Uhrzeigersinn nummeriert (vgl. Abb. 1). Es gilt dann nach der Zeitlückentheorie (Wu, 2001) für die Kapazität der Zufahrt i

$$C_i = (1 - x_{i+1}) \cdot C_{0,i} \quad [\text{Fz/h}] \quad (1)$$

mit
$$C_{0,i} = \frac{3600}{t_{f,i}} \cdot (1 - \Delta \cdot \frac{q_{i+1}}{3600}) \cdot e^{-\frac{q_{i+1}}{3600} \cdot (t_{g,i} - \frac{t_{f,i}}{2} - \Delta)}$$

= Grundkapazität der Zufahrt i [Fz/h] (2)

$t_{f,i}$ = Folgezeitlücke der Zufahrt i [s]

$t_{g,i}$ = Grenzzeitlücke der Zufahrt i [s]

Δ_i = Mindestzeitlücke zwischen zwei Fahrzeugen i [s]

q_i = Verkehrsstärke der Zufahrt i [Fz/h]

$x_{i+1} = \frac{q_{i+1}}{C_{i+1}}$ = Auslastungsgrad der Zufahrt $i+1$ [-] (3)

Für den Fall, dass der Index $i = N$ wird $i + 1 := 1$ verwendet. Es gilt also $i = \min(i, i - N)$.

Nach der Gl.(1) und (5) ist C_i eine Funktion von C_{i+1} . C_{i+1} ist wiederum eine Funktion von C_{i+2} etc.. Es führt zu einer Zirkelrechnung. Setzt man rekursiv $i = 1$ bis N ein, erhält man als ein Beispiel für $N = 4$

$$\begin{aligned}
 C_1 &= (1 - x_2) \cdot C_{0,1} \\
 &= \left(1 - \frac{q_2}{\left(1 - \frac{q_3}{\left(1 - \frac{q_4}{\left(1 - \frac{q_1}{C_1}\right) \cdot C_{0,4}}\right) \cdot C_{0,3}}\right) \cdot C_{0,2}}\right) \cdot C_{0,1} \quad . \quad [\text{Fz/h}] \quad (4)
 \end{aligned}$$

Geht man davon aus, dass ein ankommendes Fahrzeug am RVL-Knotenpunkt auf jeden Fall halten muss (vergleichbar wie beim STOP-Zeichen an vorfahrtgeregelten Knotenpunkten) oder zu mindestens die Geschwindigkeit so absetzt, dass die wartenden Fahrzeuge an den anderen Zufahrten gefahrlos anfahren können, kann man den nähernden Verkehr bei der Berechnung der Kapazität außer Acht nehmen (vgl. auch HBS, FGSV 2001). Dieser Sachverhalt entspricht durchaus dem realen Fahrverhalten an RVL-Knotenpunkten, weil kein Fahrzeug absolutes Vorfahrtrecht besitzt. Es gilt so zu sagen die RVL-Regel nur für die wartenden Fahrzeuge mit einem Abflusszeitlücke der Länge t_f . Dann ist die Grundkapazität nur von der Folgezeitlücke t_f abhängig. Es gilt dann

$$C_{0,i} = \frac{3600}{t_{f,i}} \quad . \quad [\text{Fz/h}] \quad (5)$$

Gl.(2) ist die allgemeine Form der Gl.(5).

Nach Erfahrung an AWSC- und vorfahrtgeregelten Knotenpunkten bewegt sich der t_f -Wert zwischen 3,5 und 4,5s. Bei $t_f=3,9$ s (Folgezeitlücke nach HBS 2001 (FGSC 2001)) für Kreuzen einer Einbahnstraße) erhält man $C_0=3600/3,9=923$ Pkw-E/h. Der t_f -Wert ist der Grundparameter des Modells. Er muss anhand Messungen an realen RVL-Knotenpunkten ermittelt werden. Da bisher keine zuverlässigen Messungen für den t_f -Wert vorhanden sind, wird hier für die Rechenbeispiele den Wert $t_f=3,9$ s verwendet.

Um die nachfolgenden Diskussionen verallgemeinern zu können, werden die Verkehrsstärke und der Kapazität der Zufahrt gegen die Grundkapazität normiert. Setzt man also $a_i = q_i/C_{0,i}$ als normierte Verkehrsstärke und $c_i = C_i/C_{0,i}$ als normierte Kapazität ein, erhält man für die Zufahrt 1

$$c_1 = \left(1 - \frac{a_2}{\left(1 - \frac{a_3}{\left(1 - \frac{a_4}{\left(1 - \frac{a_1}{c_1}\right)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (6)$$

Diese Gleichung ist nicht mehr von den einzelnen Grundkapazitäten und daher nicht mehr von einzelnen t_f -Werten der Zufahrten abhängig. Die nachfolgenden Diskussionen werden nur auf Basis dieser Gleichung durchgeführt.

Auf die gleiche Weise kann auch eine Gleichung mit impliziertem Auslastungsgrad x_1 aufgestellt werden. Setzt man $x_1 = a_1/c_1$, erhält man für die Zufahrt 1

$$\frac{a_1}{x_1} = \left(1 - \frac{a_2}{\left(1 - \frac{a_3}{\left(1 - \frac{a_4}{(1-x_1)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (7)$$

Die Gleichung (7) ist eine quadratische Gleichung von x_1 . Diese Gleichung kann umgeformt werden in eine Standardform (siehe auch Anhang A)

$$A \cdot x_1^2 + B \cdot x_1 + C = 0 \quad (8)$$

mit

$$A = 1 - (a_3 + a_2)$$

$$B = (1 - a_4) \cdot a_2 - (1 + a_1) \cdot (1 - a_3) + a_4$$

$$C = [1 - (a_3 + a_4)] \cdot a_1$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung lautet

$$x_1 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = f(a_1, a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (9)$$

Für den Normalen Betrieb gilt die untere Ast dieser Funktion, d.h., man soll die Funktion

$$x_1 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = f(a_1, a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (10)$$

für die Berechnung der Kapazität und der Wartezeit verwenden. Die Kapazität kann nach der Beziehung $c_1 = a_1/x_1$ berechnet werden.

Es ist zu erkennen, dass die Kapazität und der Auslastungsgrad der Zufahrt 1 Funktionen der Verkehrsstärken aller Zufahrten (a_1, a_2, a_3, a_4) sind. Die Kapazität c_1 ist auch von der Verkehrsstärke der Zufahrt 1, a_1 abhängig. Als ein Rechenbeispiel für $a_2=0.2, a_3=0.25$ und $a_4=0.2$ ist diese Abhängigkeit zwischen a_1 und c_1 in Abb. 2 und Abb. 3 dargestellt. Die Kapazität c_1 ist keine realistische Kapazität der Zufahrt 1, da sie mit zunehmenden Verkehrsstärke a_1 abnimmt. Hier wird die Kapazität c_1 als scheinbare Kapazität bezeichnet.

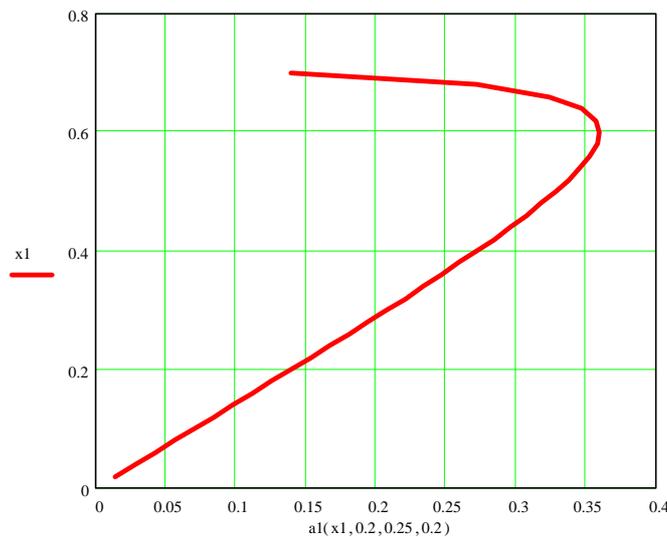


Abb. 2 - Auslastungsgrad x_1 als Funktion der Verkehrsstärke a_1

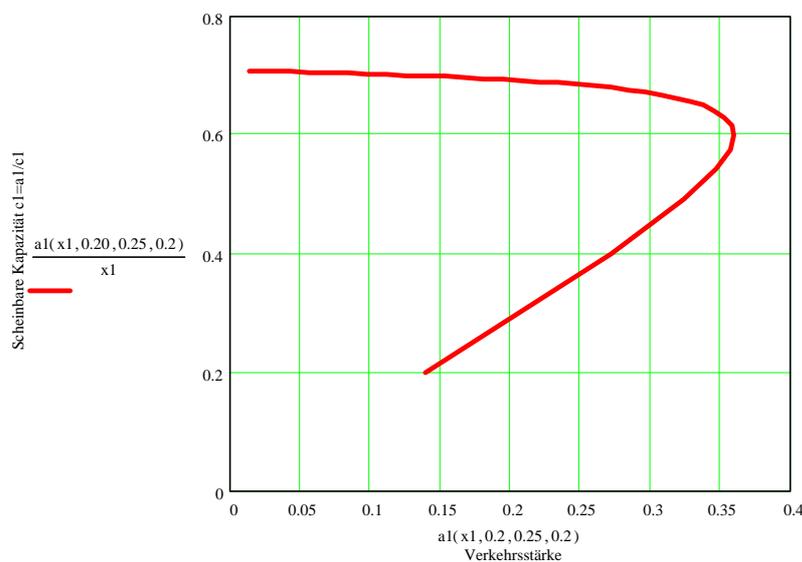


Abb. 3 - Scheinbare Kapazität in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke in der gleichen Zufahrt (mit $a_2=0.2, a_3=0.25$ und $a_4=0.2$)

Man kann erkennen, dass die scheinbar Kapazität c_1 mit steigender Verkehrsstärke a_1 in der Zufahrt zuerst langsam abnimmt aber dann rapid absinkt, wenn a_1 einen bestimmten Wert $a_{i,max}$ überstreitet. Dies führt dazu, dass die scheinbare Kapazität c_1 nicht als maximaler Durchlass der Zufahrt 1 betrachtet werden darf. Der maximal mögliche Durchlass $a_{i,max}$ in der Zufahrt 1 ist das Maximum in der Beziehung $a_1=f(c_1)$. Der Wert a_1 erreicht den maximalen Wert $a_{i,max}$ wenn in der Gl.(9) die Diskriminante $\Delta=B^2-4AC$ gleich null ist. Setzt man die entsprechenden Werte von A, B und C in diese Gleichung ein, erhält man

$$D \cdot a_{1,max}^2 + E \cdot a_{1,max} + F = 0 \quad (11)$$

mit

$$D = (1 - a_3)^2$$

$$E = 2 \cdot (1 - a_4 - a_3 - a_2 + a_4 \cdot a_2) \cdot (1 - a_3) - 4 \cdot (a_3 + a_2 - 1) \cdot (a_3 + a_4 - 1)$$

$$F = (1 - a_4 - a_3 - a_2 + a_4 \cdot a_2)^2$$

Diese Gleichung führt ebenfalls zu einer quadratischen Gleichung von $a_{1,max}$. Die Lösung dieser Gleichung, die real von Bedeutung ist, lautet

$$a_{1,max} = \frac{-E - \sqrt{E^2 - 4 \cdot D \cdot F}}{2 \cdot D} = f(a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (12)$$

$a_{1,max}$ ist die eigentliche Kapazität der Zufahrt. Wenn die Verkehrsstärke der Zufahrt 1 die Kapazität $a_{1,max}$ überstreitet, wird der Verkehr zusammenbrechen. Eine Erholung des Verkehrsablaufs wird nur dann möglich, wenn die Verkehrsstärke wieder deutlich unter die Kapazität $a_{i,max}$ fällt. Die Verkehrsstärke der Zufahrt 1 wird sich selbst blockieren. Dieses Phänomen ähnelt sich sehr dem Verkehrsablauf auf freien Strecken, wo der Durchlass ebenfalls von der aktuellen Verkehrsstärke abhängig ist.

Die scheinbare Kapazität c_1 ist keine real vorhandene möglicher Durchlass. Sie repräsentiert jedoch die genaue Bedienungszeit des Warteschlangensystems (Bedienungszeit $t_{s,1}=1/c_1*3600/C_{0,1}$). Die zu erwartende Wartezeit in der Zufahrt 1 ist daher anhand der scheinbaren Kapazität c_1 zu berechnen.

2.1.2 Wartezeit an RVL-Knotenpunkten

Die Wartezeit an der Zufahrt kann mit der Wartezeitformel für das M/M/1-Warteschlangensystem näherungsweise geschätzt werden, da sowohl der Zufluss als auch der

Abfluss als sehr zufällig betrachtet werden kann. Die mittlere Wartezeit für die Zufahrt 1 lautet demnach

$$W_1 = \frac{3600}{C_{0,1}} \cdot \frac{1}{c_1 - a_1} = \frac{3600}{C_{0,1}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{x_1} - 1\right) \cdot a_1} \quad [s] \quad (13)$$

Die Zahl 3600 ist ein Umrechnungsfaktor von einer Stunde zu einer Sekunde, da die Kapazität mit der Einheit Fz/h oder Pkw-E/h angegeben ist. Man kann die Wartezeit ebenfalls gegen die Grundkapazität C_0 normieren, So erhält man die normierte Wartezeit

$$w_1 = \frac{1}{c_1 - a_1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{x_1} - 1\right) \cdot a_1} \quad [3600/C_0] \quad (14)$$

Es gilt immer $W_1 = w_1 \cdot 3600 / C_0$.

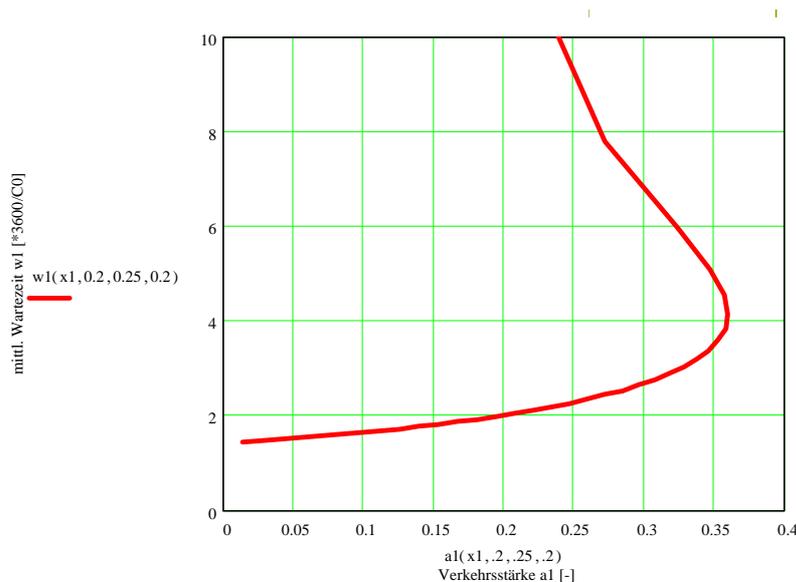


Abb. 4 - Mittlere Wartezeit in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke in der gleichen Zufahrt (mit $a_2=0.2$, $a_3=0.25$ und $a_4=0.2$)

Der Verlauf der mittleren Wartezeit in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke in der gleichen Zufahrt ist in Abb. 4 dargestellt. Auch hier kann festgestellt werden, dass die Wartezeit überproportional ansteigt, wenn die Verkehrsstärke der Zufahrt der Kapazität $a_{1,max}$ nähert. Außerdem ist zu beobachten, dass für die gleiche Verkehrsstärke a_1 zwei Werten für w_1 vorhanden sind. Z.B. für $a_1=0,3$ ist $w_1 = 2,2$ oder $w_1 = 8,1$. Dies zeigt, dass der Verkehrsfluss zwei stabile Zustände besetzen. Durch äußere Störungen kann der Verkehrsfluss vom Zustand I ($w_1=2,2$)

zum Zustand II ($w_1=8,1$) springen. Es kehrt nur dann vom Zustand II nach Zustand I zurück, wenn die Verkehrsstärke deutlich zurückgeht. Die rechnerisch maximale Kapazität $a_{1,max}$ (hier=0,41) kann nicht ausgeschöpft werden, da im Bereich vom $a_{1,max}$ der Verkehr äußerst labil ist. Um eine störfreie Operation zu gewährleisten, soll die aktuelle Verkehrsstärke das 0,8-Fach der Kapazität $a_{1,max}$ nicht überschreiten.

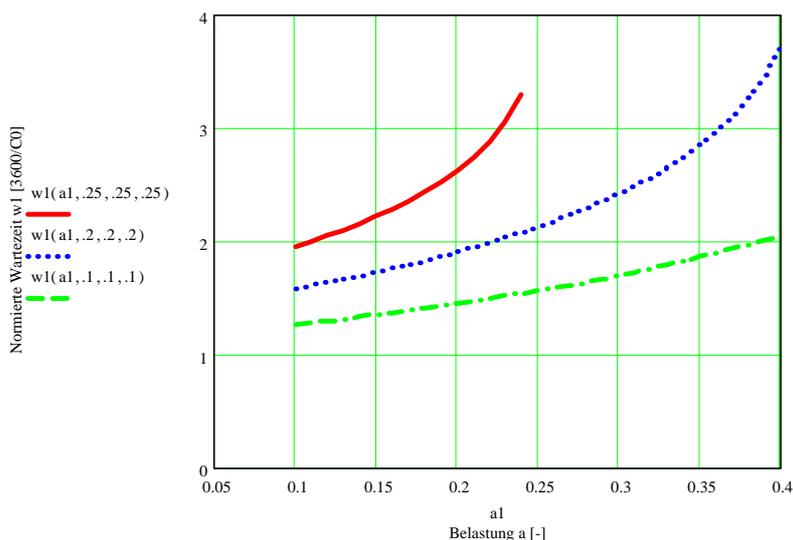


Abb. 5 - Mittlere Wartezeit in der Zufahrt 1 in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke a_1 mit konstanten $a_2=a_3=a_4=0.1, 0.2$ und 0.25

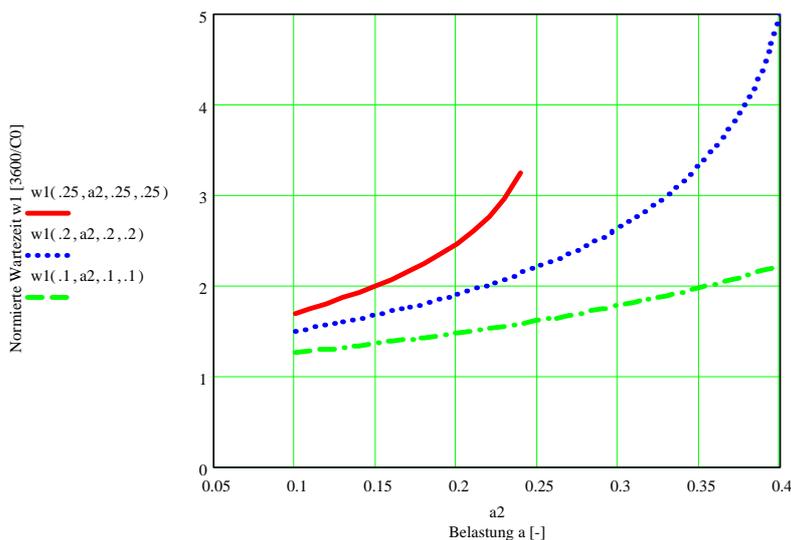


Abb. 6 - Mittlere Wartezeit in der Zufahrt 1 in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke a_2 mit konstanten $a_1=a_3=a_4=0.1, 0.2$ und 0.25

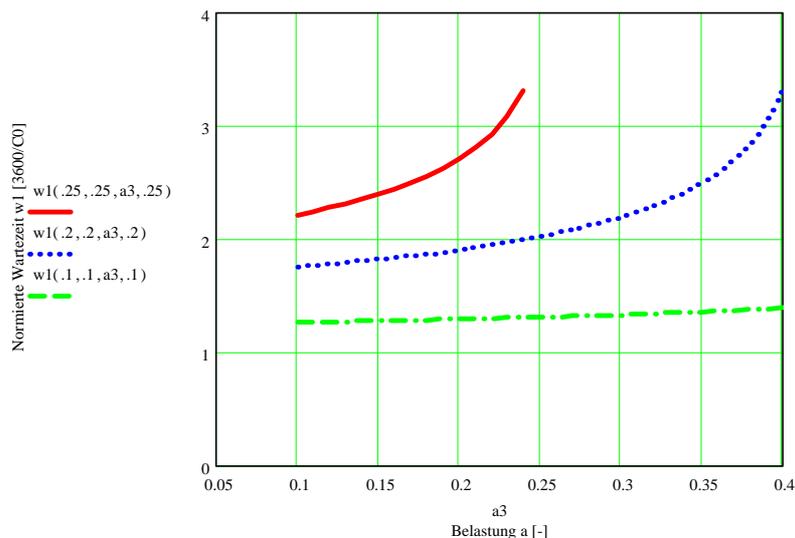


Abb. 7 - Mittlere Wartezeit in der Zufahrt 1 in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke a_3 mit konstanten $a_1=a_2=a_4=0.1, 0.2$ und 0.25

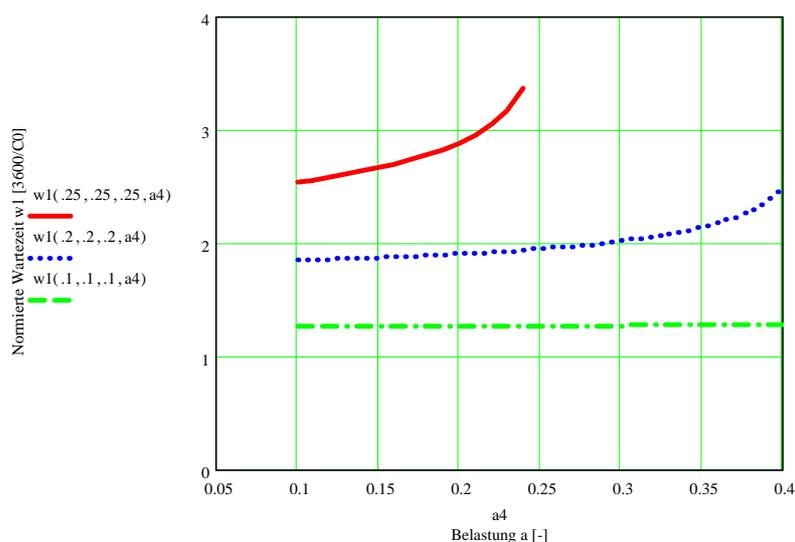


Abb. 8 - Mittlere Wartezeit in der Zufahrt 1 in Abhängigkeit von der Verkehrsstärke a_4 mit konstanten $a_1=a_2=a_3=0.1, 0.2$ und 0.25

Die Wartezeit der betrachteten Zufahrt ist eine Funktion der Verkehrsstärken in allen Zufahrten. In Abb. 5 bis Abb. 8 ist der Verlauf der Wartezeit unter normalen Verkehrsbedingungen (Summe $a_i < a_{i,max}$ für alle Zufahrten) als Funktion der einzelnen Zufahrten dargestellt. Man kann erkennen, dass die Wartezeit in der Regel nicht größer ist als das 4-Fach der Folgezeitlücke $[t_f=3600/C_0]$. Mit $t_f=3,9$ Sekunde hat man in der Regel eine Wartezeit unter 16s.

2.1.3 Gesamtkapazität an RVL-Knotenpunkten

Obwohl die Kapazitäten der Zufahrten nicht ausgeschöpft werden können (Umschwung in labilen Zustand, Blockade des Knotenpunktes), sie stellt dennoch eine theoretische Schwelle des Aufnahmevermögens der Knotenpunkte. Die gesamte, maximal zulässige Durchlässe (Gesamtkapazität) des Knotenpunkts kann nach zwei unterschiedlichen Prinzipien ermittelt werden:

1. Gesamtkapazität als Summe der Kapazität einer Zufahrt und der Verkehrsstärken aller anderen Zufahrten. Der Kapazität der betrachteten Zufahrt wird bei konstanten Verkehrsstärken in den anderen Zufahrten berechnet.
2. Gesamtkapazität als Summe der Kapazitäten aller Zufahrten. Die Kapazitäten der Zufahrten werden so ermittelt, indem Verkehrsstärken in allen Zufahrten proportional angehoben werden.

Über die Ermittlung der Gesamtkapazität beider Arten wird im folgenden ausführlich diskutiert.

2.1.3.1 Gesamtkapazität mit konstanten Verkehrsstärken in anderen Zufahrten

Betrachtet man die Verkehrstärke an den anderen Zufahrten als konstant, ist die Gesamtkapazität des Knotenpunkts

$$C_m = a_{1,\max} \cdot C_{0,1} + a_2 \cdot C_{0,2} + a_3 \cdot C_{0,3} + a_4 \cdot C_{0,4} \quad [\text{Fz/h}] \quad (15)$$

$a_{1,\max}$ kann explizit nach der Gl.(12) ermittelt werden (vgl. auch Anhang A).

Angenommen, dass die Grundkapazität in allen Zufahrten gleich groß sind, d.h., $C_{0,1} = C_{0,2} = C_{0,3} = C_{0,4} = C_0$, erhält man die normierte Gesamtkapazität

$$c_m = \frac{C_m}{C_0} = a_{1,\max} + a_2 + a_3 + a_4 = f(a_1, a_2, a_3) \quad [-] \quad (16)$$

Für $a_2=0.1$ bis 0.4, $a_3=0.1$ bis 0.4 und $a_4=0.1$ bis 0.3 können insgesamt 48 Datenpunkte von c_m als Funktion der Verkehrsstärke a_2 , a_3 und a_4 berechnet werden. Die Vorgegebenen Belastungen in den Zufahrten 1, 2, und 3 sowie die berechnete, maximal mögliche Belastung in der Zufahrt 1 sind in Abb. 9 dargestellt. Die Ergebnisse für c_m sind in Abb. 10 dargestellt.

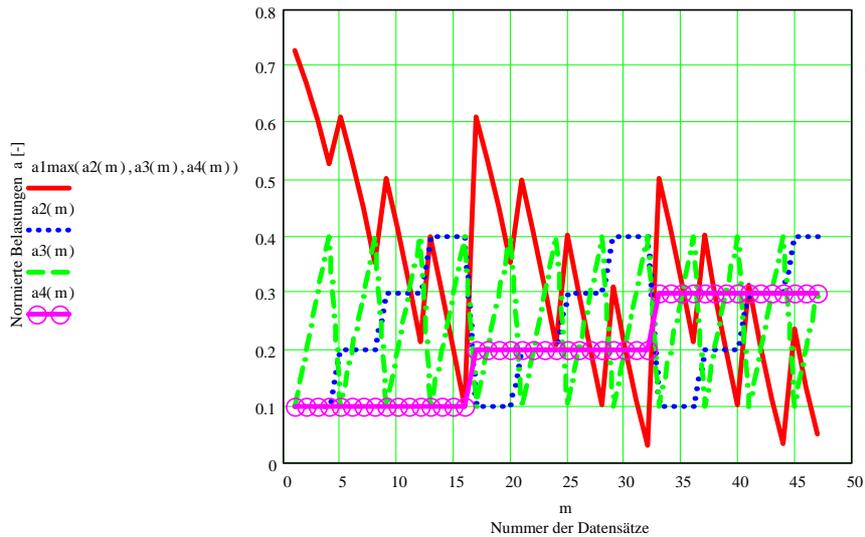


Abb. 9 - Vorgegebene konstante Belastungen in den Zufahrten 1, 2 und 3 sowie berechnete, maximal möglich Belastung (Kapazität) in der Zufahrt 1

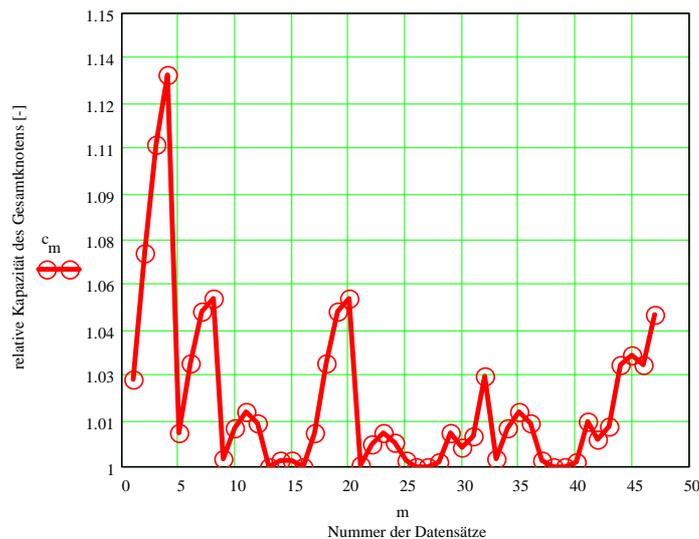


Abb. 10 - Gesamtkapazität des Knotenpunktes

Es ist zu erkennen, dass die normierte Gesamtkapazität des Knotenpunktes zwischen 1 und 1,14 liegt. Das bedeutet, dass die Gesamtkapazität zwischen dem 1-Fach und dem 1,14-Fach der Grundkapazität C_0 liegt. Bei $t_f=3,9$ s (Folgezeitlücke nach HBS für Kreuzen einer Einbahnstraße in der Hauptrichtung) erhält man $C_0=3600/3,9=923$ Pkw-E/h. Die Gesamtkapazität eines Knotenpunktes mit RVL -Regelung ist dann zwischen 923 und 1052 Pkw-E/h. Die für die Praxis verwendbare Kapazität liegen dann zwischen $923*0,8=738$ Pkw-E/h und 841 Pkw-E/h. Diese Werte korrespondieren sehr gut mit der von Vasarhely (1976) angegebenen werten (600-900 Pkw-E/h).

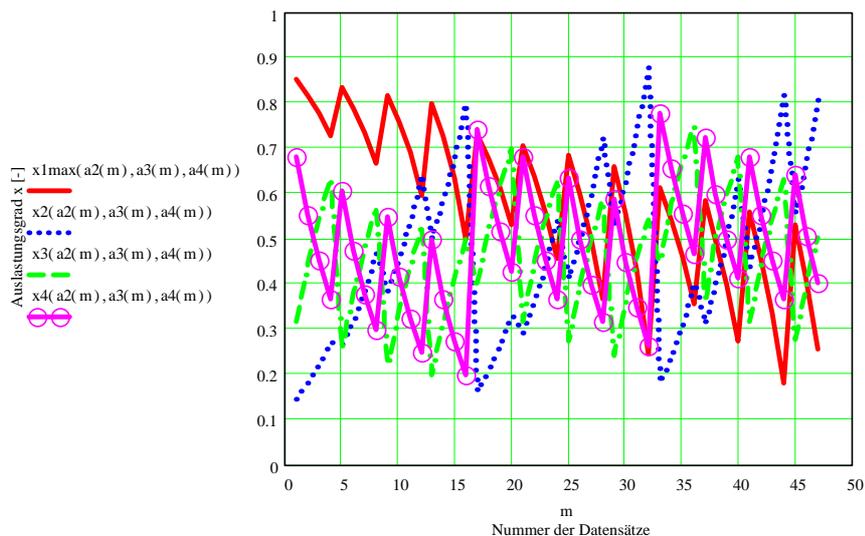


Abb. 11 - Auslastungsgrade der einzelnen Zufahrten beim Erreichen der Gesamtkapazität

Es wurde ein Phänomen festgestellt, dass die Summe der Auslastungsgrade an allen Zufahrten den Wert von ca. 2 annimmt, wenn die Gesamtkapazität des Knotenpunkts erreicht wird. D.h., es gilt fast immer

$$\begin{aligned}
 X_m &= X_{1,max} + X_2 + X_3 + X_4 \\
 &= \frac{a_{1,max}}{c_1} + \frac{a_2}{c_2} + \frac{a_3}{c_3} + \frac{a_4}{c_4} \\
 &= \frac{q_{1,max}}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + \frac{q_4}{C_4} \\
 &\approx 2
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Dieses Ergebnis zeigt, dass bei Erschöpfung der Gesamtkapazität die Zufahrten im Mittel nur zu 50% ausgelastet sind. Die einzelnen Zufahrten können auch höher belastet werden (Abb. 11). Diese ist eigentlich einleuchtend, da der Knotenpunkt nicht durch den Verkehr einer Zufahrt völlig blockiert werden darf. In Abb. 12 sind die Berechnungsergebnisse von x_m dargestellt. In Abb. 11 und Abb. 12 sind die gleichen Ausgangsdaten wie in Abb. 10 verwendet.

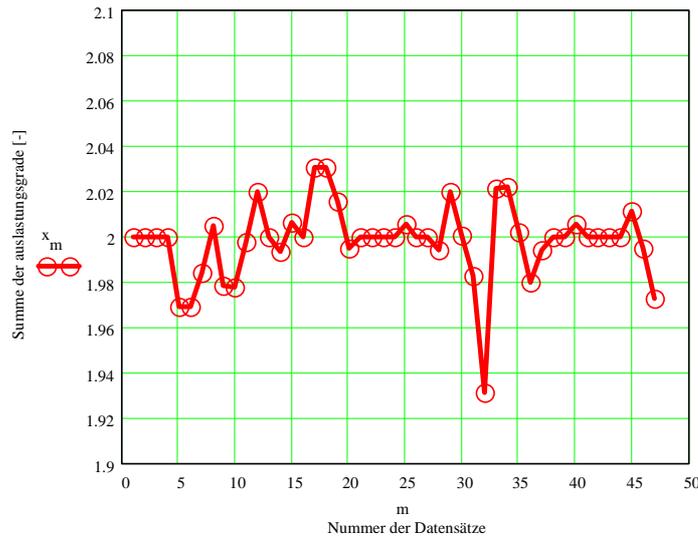


Abb. 12 - Summe der Auslastungsgrade beim Erreichen der Gesamtkapazität

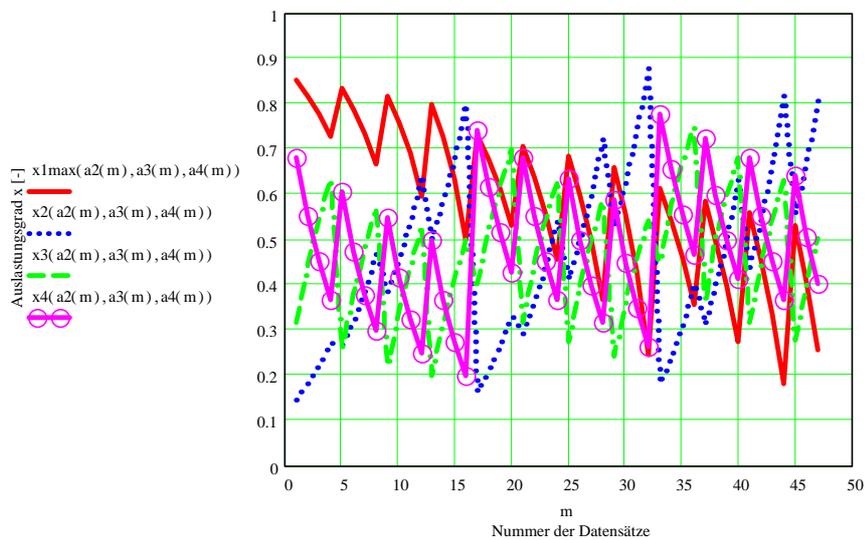


Abb. 13 - Mittlere normierte Wartezeit in allen Zufahrten beim Erreichen der Gesamtkapazität

Die zu erwartenden, normierten Wartezeiten für das gleiche Beispiel (bei $a_1+a_2+a_3+a_4=c_m$) sind in Abb. 13 dargestellt.

Um die realen Wartezeiten zu ermitteln müssen die Werte in Abb. 13 mit $3600/C_0$ multipliziert werden. Die realen Wartezeiten fas das Rechenbeispiel (mit $3600/C_0=3.9s$) sind in Abb. 14 dargestellt.

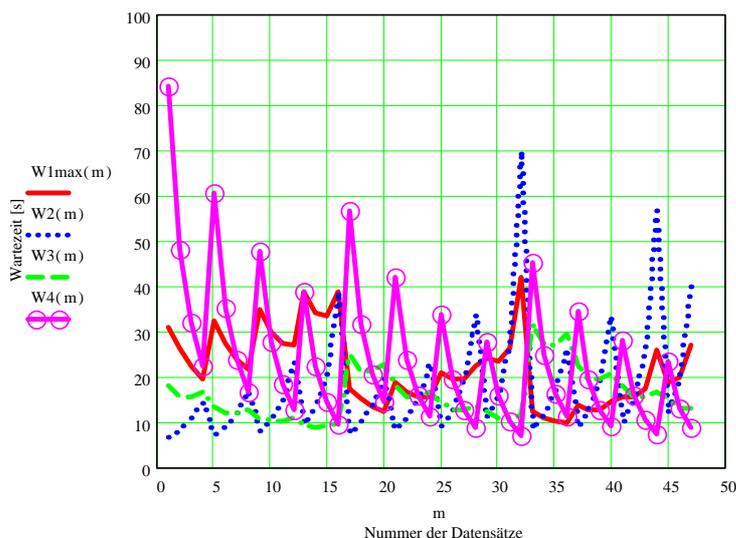


Abb. 14 - Reale Wartezeit in allen Zufahrten beim Erreichen der Gesamtkapazität (mit $3600/C_0=3.9s$)

Anhand der Auslastungsgrade kann auch die Wahrscheinlichkeit der Blockade berechnet werden. Der Knotenpunkt wird blockiert (Deadlock), wenn in allen Zufahrten wartende Fahrzeuge vorhanden sind. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer Zufahrt mindest ein Fahrzeug wartet, ist gleich dem Auslastungsgrad der Zufahrt. Daraus folgt die Wahrscheinlichkeit der Blockade:

$$P_b = x_{1,max} \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \quad [-] \quad (18)$$

Die Gleichung (18) setzt voraus, dass die Wartenprozesse in den Zufahrten unabhängig voneinander sind. Die Wahrscheinlichkeit der Blockade für das Rechenbeispiel ist in Abb. 15 dargestellt. Es zeigt sich, auch beim Erreichen der Gesamtkapazität der Knotenpunkt nur sehr selten blockiert wird (immer unter 6%). Deshalb kann das hier vorgestellte Modell in den meisten Fällen in der Praxis ohne große Verzerrung der Aussage eingesetzt werden.

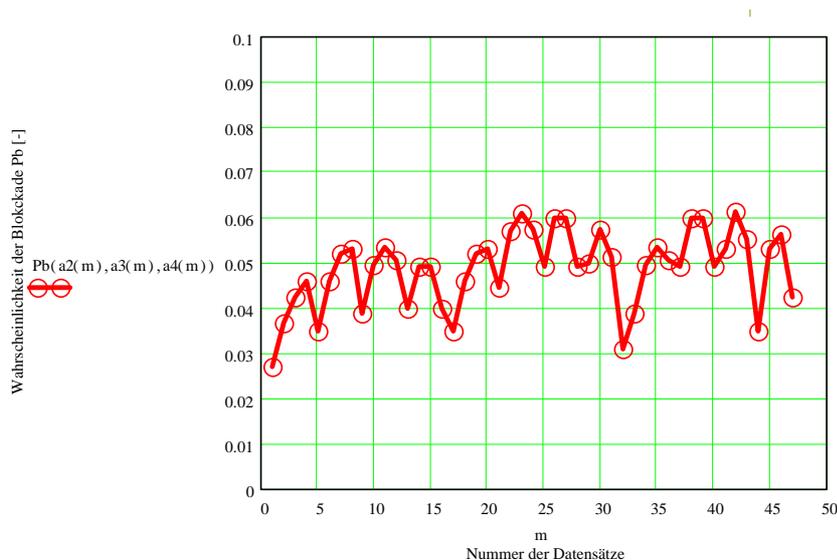


Abb. 15 - Wahrscheinlichkeit der Blockade beim Erreichen der Gesamtkapazität

2.1.3.2 Gesamtkapazität mit proportional angehobenen Verkehrsstärken in allen Zufahrten

Multipliziert man die Verkehrsstärke an allen Zufahrten mit einem Faktor k, dann erhält man anstatt Gl.(6) die folgende Gleichung:

$$c_1 = \left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_3 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_4 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_1 \cdot k}{c_1} \right)} \right)} \right)} \right) \quad [-] \quad (19)$$

Mit der gleichen Technik wie oben kann die Gesamtkapazität des Knotenpunktes c_m als eine Funktion von k ermittelt werden. Bei vorgegebenen Werten für a_1 , a_2 , a_3 und a_4 ist c_m eine polynomiale Funktion vierter Ordnung von k. Die Lösung der Funktion ist analytisch vorhanden. Sie ist aber ziemlich unhandlich für die Praxis. Die Lösung kann numerisch, iterativ gefunden werden. Der Autor benutzte eine Spreadsheet (EXCEL) zur Lösung dieser Aufgabe.

Für die praktischen Anwendungen wird es normalerweise als ausreichend betrachtet, wenn nur die Proportion der Verkehrsstärken der beiden kreuzenden Straßen berücksichtigt wird. D.h., man kann $a_1=a_3$ und $a_2=a_4$ voraussetzen. Die Gl. (19) geht über zu

$$c_1 = \left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_1 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_1 \cdot k}{c_1}\right)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (20)$$

und entsprechend

$$\frac{a_1}{x_1} = \left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_1 \cdot k}{\left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{(1 - x_1 \cdot k)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (21)$$

Beim Erreichen der Gesamtkapazität ist k dann eine einfache Funktion von a₁ und a₂ (vgl. Anhang B). Diese Funktion lautet:

$$k(a_1, a_2) = \begin{cases} \frac{(a_1 + a_2) - 2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot a_2}}{(a_1 - a_2)^2} & a_1 \neq a_2 \\ \frac{1}{4 \cdot a} & a_1 = a_2 = a \end{cases} \quad [-] \quad (22)$$

Der Verlauf des Parameters k ist als Funktion von a₁ und a₂ in Abb. 16 dargestellt.

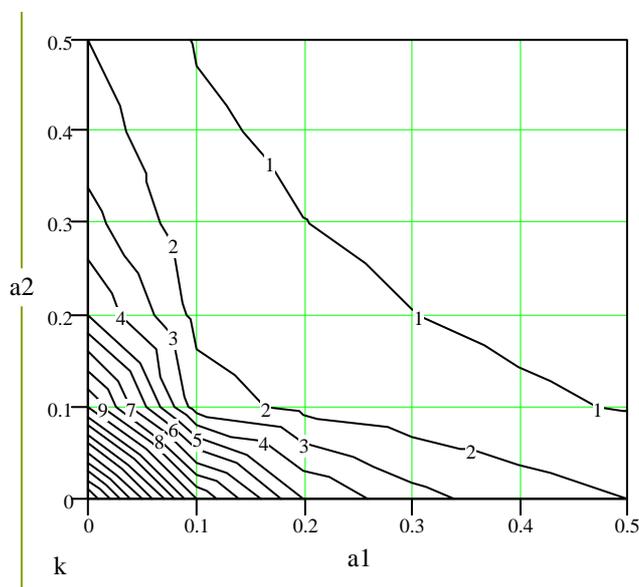


Abb. 16 - k als Funktion von a₁ und a₂

Setzt man k(a₁, a₂)=1, erhält man die Beziehung zwischen a₁ und a₂ beim Erreichen der Gesamtkapazität des Knotenpunktes, nämlich:

$$\frac{(a_1 + a_2) - 2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot a_2}}{(a_1 - a_2)^2} = 1 \quad \text{oder} \quad (a_1 + a_2) - 2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot a_2} - (a_1 - a_2)^2 = 0 \quad [-] \quad (23)$$

Diese Beziehung ist grafisch in Abb. 17 dargestellt.

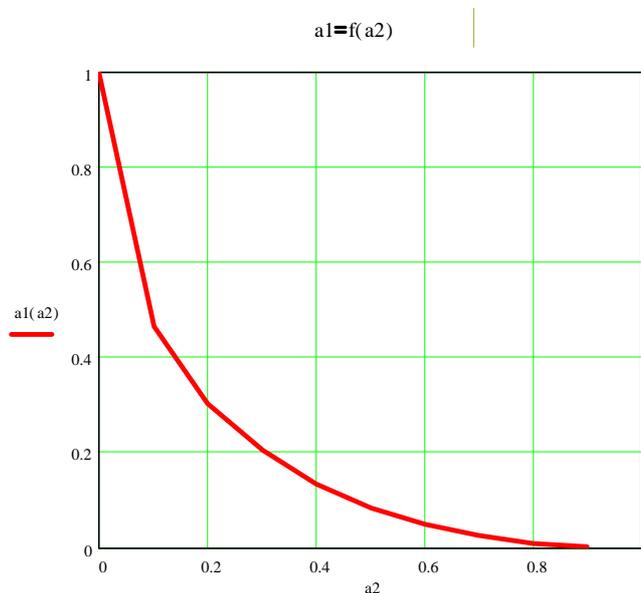


Abb. 17 - Beziehung zwischen a_1 und a_2 beim Erreichen der Kapazität

Diese Gl.(23) führt zu (vgl. Anhang B)

$$a_1(a_2) = 1 + a_2 - 2 \cdot \sqrt{a_2} = (1 - \sqrt{a_2})^2$$

$$x_1(a_2) = 1 - \sqrt{a_2} \quad [-] \quad (24)$$

$$c_1(a_2) = \frac{a_1(a_2)}{x_1(a_2)} = 1 - \sqrt{a_2}$$

und

$$w_1(a_2) = \frac{1}{c_1(a_2) - a_1(a_2)} = \frac{1}{(\sqrt{a_2} - a_2)} \quad [3600/C_0] \quad (25)$$

Es ist eindeutig zu erkennen, dass die Gesamtkapazität bei gleichmäßig verteilten Verkehrsstärke auf beiden Straßen am niedrigsten ist. Deshalb soll man bei der Dimensionierung der RVL-Verkehrsanlage von diesem ungünstigsten Fall ausgehen. Setzt man an allen Zufahrten die Verkehrsstärke gleich, d.h., setzt man $a_1 = a_2$ in Gl. (22), erhält man

$$k(a) = \frac{1}{4 \cdot a} \quad [-] \quad (26)$$

Die minimale Gesamtkapazität (dies geschieht in dem Fall, dass die Verkehrsstärken in allen Zufahrten gleich sind) für einen Knotenpunkt mit $N=4$ Zufahrten berechnet sich zu

$$c_m = 4 \cdot a \cdot k(a) = 1 \quad \text{oder} \quad C_m = C_0 \quad [-] \quad (27)$$

Das heißt, die Gesamtkapazität des Knotenpunktes ist mindest so hoch wie die Grundkapazität einer Zufahrt. Gl. (26) hat eine sehr Interessante Eigenschaft: sie gilt für RVL-Knotenpunkte mit beliebig viele Zufahrten (vgl. Anhang B). Dies bedeutet, dass die Gesamtkapazität eines RVL-Knotenpunkts proportional zur Anzahl der Zufahrten ist. Es gilt also immer für die Gesamtkapazität eines RVL-Knotenpunkts

$$c_m = N \cdot a \cdot k(a) = N \cdot a \cdot \frac{1}{4 \cdot a} = \frac{N}{4} \quad \text{oder} \quad C_m = \frac{N}{4} \cdot C_0 \quad [-] \quad (28)$$

2.2 Das 12-Ströme-Problem nach der RVL-Regelung

Um zu prüfen, ob die in Abs. 2.1 hergeleiteten Gleichungen und die daraus resultierenden Ergebnisse für real vorhandene RVL-Knotenpunkte verwendbar sind, werden jetzt die Ergebnisse von Abs. 2.1 auf ein Model mit 12- Ströme erweitert. Jetzt werden alle 3 Ströme in jeder Zufahrt betrachtet, die real vorhanden sind. Bezeichnet man den Linksabbieger mit der Index L, den Gradeausfahrer mit der Index G und den Rechtsabbieger mit der Index R, dann können Beziehungen zwischen den scheinbaren Kapazitäten und den Auslastungsgraden hergestellt werden.

Es gilt dann für die Kapazität der Zufahrt i (alle Ströme fließen von einem Fahrstreifen ab)

$$C_{i,L} = (1 - x_{i+1,L} - x_{i+1,G}) \cdot (1 - x_{i+2,G} - x_{i+2,R}) \cdot C_{0,i,L} \quad [\text{Fz/h}] \quad (29)$$

$$C_{i,G} = (1 - x_{i+1,L} - x_{i+1,G} - x_{i+1,R}) \cdot C_{0,i,G} \quad [\text{Fz/h}] \quad (30)$$

$$C_{i,R} = C_{0,i,R} \quad [\text{Fz/h}] \quad (31)$$

Oder mit normierten Werten a und c :

$$c_{i,L} = (1 - x_{i+1,L} - x_{i+1,G}) \cdot (1 - x_{i+2,G} - x_{i+2,R}) \quad [\text{Fz/h}] \quad (32)$$

$$c_{i,G} = (1 - x_{i+1,L} - x_{i+1,G} - x_{i+1,R}) \quad [\text{Fz/h}] \quad (33)$$

$$c_{i,R} = 1 \quad [\text{Fz/h}] \quad (34)$$

Da die drei Verkehrsströme in einer Zufahrt einen gemeinsamen Fahrstreifen benutzen, gilt für die Zufahrt i die Kapazität

$$c_i = \frac{a_{i,L} + a_{i,G} + a_{i,R}}{x_{i,L} + x_{i,G} + x_{i,R}} \quad [\text{Fz/h}] \quad (35)$$

Setzt man rekursiv $i = 1$ bis N ein, erhält man eine viel komplizierte Zirkelrechnung gegenüber Gl.(6). Diese Zirkelrechnung wird hier nicht analytisch durchgeführt. Numerisch kann sie iterativ einfach berechnet werden. Diese Zirkelrechnung weist im allgemeinen die gleichen Eigenschaften wie die in Absatz 2.1.

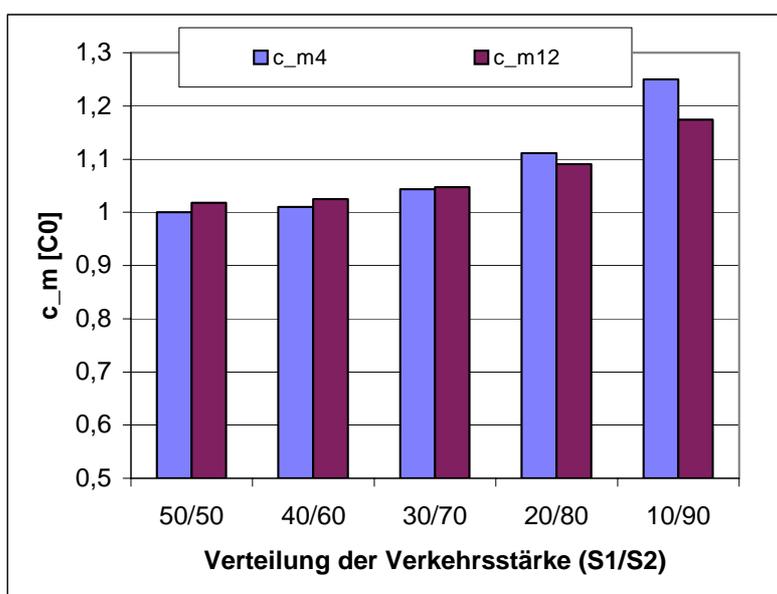


Abb. 18 - Vergleich der Gesamtkapazität nach dem 4-Ströme-System und dem 12-Ströme-System

stellvertretend werden für den Fall, dass in jeder Zufahrt 20% der Fahrzeuge links und 20% der Fahrzeuge rechts abbiegen, die Gesamtkapazitäten für unterschiedliche Verkehrsaufteilungen auf den beiden Straßen berechnet. Die Rechenergebnisse sind in Abb. 18 zusammen mit den Gesamtkapazitäten des 4-Ströme-Systems dargestellt. Für den Bereich der Verkehrsaufteilung zwischen 50/50 und 80/20 sind die Unterschiede vernachlässig klein. Nur bei extrem asymmetrischer Aufteilung des Verkehrs wird der Unterschied zunehmend größer. Daher

können für die Praxis die Kapazitäten mit den in Absatz 2.1 hergeleiteten Gleichungen für das 4-Ströme-System hinreichend geschätzt werden.

3 Zusammenfassung

Es wurde ein mathematisches Modell vorgestellt, mit dem der Mechanismus des Verkehrsablaufs an RVL-Knotenpunkten analysiert werden kann. Die Grundlage des Modells ist die verschachtelte Vorfahrtregelung an RVL-Knotenpunkten, die durch das Gleichungssystem (32) bis (35) eindeutig dargestellt werden kann. Dieses Gleichungssystem kann nur numerisch gelöst werden. Zur numerischen Lösung dieses Gleichungssystems wurde vom Autor eine EXCEL-Spreadsheet entwickelt, die alle Parameter berücksichtigt.

Als eine Vereinfachung wurde ein 4-Ströme-System (4-Zufahrten) verwendet, das eine explizite Lösung bietet. Das 4-Ströme-System ist für die Praxis leicht verwendbar und gleichzeitig ausreichend genau. Das 4-Ströme-System kann mit dem Gleichungssystem (2) mathematisch beschrieben werden.

Durch Auflösung des Gleichungssystems (2) können der Auslastungsgrad (Gl.(9)), die Kapazität (Gl.(12)), die mittlere Wartezeit (Gl.(14)) der betrachteten Zufahrt berechnet werden. Ferner können die Gesamtkapazität (Gl.(16)), die Wahrscheinlichkeit der Blockade (Gl.(18)) des Knotenpunkts angegeben werden. Das hier vorgestellte Verfahren setzt voraus, dass die Kapazität nicht überschritten werden darf. Falls ein RVL-Knotenpunkt überlastet ist, kann das Verfahren nicht angewendet werden.

Das vorgestellte Modell besitzt nur einen einzigen Parameter C_0 , der durch Messungen bestimmt werden kann. C_0 ist rechnerisch gleich dem Kehrwert der Folgezeitlücke t_f in der betrachteten Zufahrt. Dieser Parameter kann für alle 4 Zufahrten als gleich betrachtet werden. Als eine vorläufige Lösung wird $t_f=3,9s$ (d.h. $C_0=3600/3,9$) vom HBS 2001 vorgeschlagen. Die verwendbare Gesamtkapazität an RVL-Knotenpunkte liegt demnach zwischen 740 und 840 Pkw-E/h.

Vom Prinzip kann das Modell eins zu eins auf den Verkehrsablauf an Minikreisverkehrsplätzen übertragen werden. Nur gilt in diesem Fall nicht mehr Rechts-Vor-Links sondern quasi Links-Vor-Rechts, da ein Fahrer de facto dem Verkehr in der obenliegenden Zufahrt Vorfahrt gewähren muss. Setzt man ebenfalls $t_f=2,9$ für Kreisverkehr nach HBS 2001 ein, erhält man eine Gesamtkapazität von 990 bis 1130 Pkw-E/h (für Anzahl der Zufahrt $N=4$).

Mit der gleichen Methode kann das Blockadeproblem an vorfahrtgeregelten Knotenpunkten z.B. in Mischfahrstreifen für Linksabbieger auf der Hauptstraße und in Mischfahrstreifen in den Nebenzufahrten, analysiert werden.

Literaturangaben

- Brilon, W.; Bondzio, L.; Wu, N. (1997).** Neue Forschungsergebnisse zur Kapazität von Kreisverkehrsplätzen. *Straßenverkehrstechnik*, 9/1997, S. 425-429.
- FGSV (Hrsg.) (2001).** *Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen (HBS 2001)*. FGSV 299, FGSV Verlag GmbH, Köln.
- Gleue, A.W. (1972).** Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung signal geregelter Knotenpunkte. *Forschung Strassenbau und Strassenverkehrstechnik*, No. 136, Bonn.
- Hebert, J. (1963).** A Study of Four-Way Stop Intersections Capacities. *Highway Research Record* 27, HRB, Washington, D.C..
- Hondermarcq, H. (1968).** Essais De Priorité Á Gauche. *9th Intentional Study Week on Road Traffic Flow and Safety*. München.
- Lutter (1963).** Rechts oder links im Straßenverkehr. *Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*. Nr. 25.
- Kyte, M.; Tian, Z.; Mir, Z.; Hameedmansoor, Z.; Kittelson, W.; Vandehey, M.; Robinson, B.; Brilon, W.; Bondzio, L.; Wu, N.; Troutbeck, R. (1996).** Capacity and Level of Service at Unsignalized Intersections.. *Final Report: Volume 1 – Two Way Stop-Controlled Intersections*. National Cooperative Highway Research Program 3-46.
- Richardson, A.J. (1987).** A delay Model for Multiway Stop-Sign Intersections. *Transportation Research Record* 1112, TRB, Washington, D.C., 1987.
- Transportation Research Board (1998).** *Highway Capacity Manual (HCM)*. Special Report 209. Third Edition Updated 1998. TRB, National Research Council, Washington, D.C.
- Vasarhely, B. (1976).** Stochastic Simulation of the Traffic of an Uncontrolled Road Intersection. *Transportation Research*, Vol.10, pp255-261.

- Wu, N. (1994).** An Approximation for the Distribution of Queue Lengths at Unsignalised Intersections. *Proceedings of the Second International Symposium on Highway Capacity, Volume 2.*
- Wu, N. (1997).** Eine universelle Formel für Berechnung der Kapazität von Kreisverkehrsplätzen. *Arbeitsblätter Lehrstuhl für Verkehrswesen, Ruhr-Universität Bochum, Nr. 13.*
- Wu, N. (1997a).** Capacity of shared/short lanes at unsignalised intersections. *Proceedings of the 3rd international symposium on intersections without traffic signals.* Portland, Oregon, USA.
- Wu, N. (1997b).** Verteilung der Rückstaulängen an Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlage. In: *Straßenverkehrstechnik, Heft 8.*
- Wu, N. (1999).** Capacity of Shared/Short Lanes at Unsignalized Intersections. *Transportation Research, A33.*
- Wu, N. (2000a).** Determination of Capacity at All-Way Stop-Controlled (AWSC) intersections. *Transportation Research Record 1710.*
- Wu, N. (2000b).** Capacity at All-Way Stop-Controlled and First-In-First-Out Intersections. *Proceedings of the Pacific Rim Conference on Highway Capacity.* Maui, Hawaii, USA.
- Wu, N. (2001).** A Universal Procedure for Capacity Determination at Unsignalized (priority-controlled) Intersections. *Transportation Research B 35, Issue 3.* Elsevier Science Ltd., New York, Tokyo, Oxford, 2001.
- Wu, N. (2002).** Total Capacities at AWSC Intersection - Validation and Comparison of the HCM Procedure and the ACF Technique. *Paper submitted to TRB Annual Meeting 2002 (Preprint 02-2582).* TRB 2002.

Anhang A:

Herleitung der Kapazität einer Zufahrt am+n RVL-Knotenpunkten

Die Kapazität der Zufahrt 1 (vgl. Abb. 1) lautet (mit $a_i = q_i/C_{0,i}$ und $c_i = C_i/C_{0,i}$)

$$c_1 = \left(1 - \frac{a_2}{\left(1 - \frac{a_3}{\left(1 - \frac{a_4}{\left(1 - \frac{a_1}{c_1}\right)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (A1)$$

Mit $a_1/c_1 = x_1$ erhält man die Gleichung mit dem implizierten Auslastungsgrad der Zufahrt 1:

$$\frac{a_1}{x_1} = \left(1 - \frac{a_2}{\left(1 - \frac{a_3}{\left(1 - \frac{a_4}{(1-x_1)}\right)}\right)}\right) \quad (A2)$$

Dies ist eine quadratische Gleichung von x_1 . Diese Gleichung kann umgeformt werden in eine Standardform

$$A \cdot x_1^2 + B \cdot x_1 + C = 0 \quad (A3)$$

mit

$$A = a_3 + a_2 - 1$$

$$B = 1 - a_2 - a_3 - a_4 + a_4 \cdot a_2 + a_1 \cdot (1 - a_3)$$

$$C = (a_3 + a_4 - 1) \cdot a_1$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung lautet

$$x_1 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = f(a_1, a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (A4)$$

Die scheinbare Kapazität der Zufahrt 1 lautet

$$c_1 = \frac{a_1}{x_1} = \frac{a_1 \cdot 2 \cdot A}{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}} = f(a_1, a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (A5)$$

Die zu erwartende, mittlere Wartezeit ist

$$w_1 = \frac{3600}{C_{0,1}} \cdot \frac{1}{c_1 - a_1} = \frac{3600}{C_{0,1}} \cdot \frac{1}{\frac{a_1}{x_1} - a_1} = f(a_1, a_2, a_3, a_4) \quad [s] \quad (A6)$$

In dieser Gleichung besetzt x_1 bzw. w_1 zwei Werte, die zwei reale Verkehrszustände repräsentieren. Für den Fall, dass a_2 , a_3 und a_4 konstante Werte sind, nimmt der Wert von x_1 in der unteren Ast bei zunehmendem Wert von a_1 zu, Nach dieser Gleichung hat $x_1 = a_1/c_1$ ein Maximum $x_{1,max}$. Bei $x_{1,max}$ erreicht a_1 ebenfalls sein Maximum $a_{1,max}$. Dieses Maximum liegt bei

$$B^2 - 4 \cdot A \cdot C = 0 \quad (A7)$$

Setzt die entsprechenden Werte von A, B und C in diese Gleichung ein, erhält man

$$D \cdot a_{1,max}^2 + E \cdot a_{1,max} + F = 0 \quad (A8)$$

mit

$$D = (1 - a_3)^2$$

$$E = 2 \cdot (1 - a_4 - a_3 - a_2 + a_4 \cdot a_2) \cdot (1 - a_3) - 4 \cdot (a_3 + a_2 - 1) \cdot (a_3 + a_4 - 1)$$

$$F = (1 - a_4 - a_3 - a_2 + a_4 \cdot a_2)^2$$

Diese Gleichung führt ebenfalls zu einer quadratischen Gleichung von $a_{1,max}$. Die reelle Lösung dieser Gleichung lautet

$$a_{1,max} = \frac{-E - \sqrt{E^2 - 4 \cdot D \cdot F}}{2 \cdot D} = f(a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (A9)$$

Die maximal möglicher Zufluss (Kapazität) der Zufahrt 1 lautet dann

$$q_{1,max} = a_{1,max} \cdot C_{0,1} = f(a_2, a_3, a_4, C_{0,1}) \quad [Fz/h] \quad (A10)$$

Der maximale Wert von x_1 , $x_{1,max}$ lautet:

$$x_{1,max} = \frac{-B}{2 \cdot A} = f(a_{1,max}, a_2, a_3, a_4) \quad [-] \quad (A11)$$

$x_{1,max}$ ist immer kleiner als 1. Die zu erwartende, mittlere Wartezeit ist bei $x_{1,max}$ ist

$$w_1 = \frac{3600}{C_{0,1}} \cdot \frac{1}{\frac{a_{1,max}}{x_1} - a_1} = f(a_{1,max}, a_2, a_3, a_4) \quad [s] \quad (A12)$$

Anhang B

Kapazität des Knotenpunkts

Beide Zufahrten einer Straße haben die gleiche Belastung ($a_1 = a_3$ und $a_2 = a_4$)

Die Verkehrsstärken aller Zufahrten werden um das k -Fach erhöht. Die Kapazität der Zufahrt 1 (vgl. Abb. 1) lautet

$$c_1 = \left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{a_1 \cdot k}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{a_1 \cdot k}\right)}{\left(1 - \frac{a_1 \cdot k}{c_1}\right)} \quad [-] \quad (\text{B1})$$

mit $a_i = q_i/C_{0,i}$ und $c_i = C_i/C_{0,i}$.

Mit $a_1/c_1 = x_1$ erhält man die Gleichung mit dem implizierten Auslastungsgrad der Zufahrt 1:

$$\frac{a_1}{x_1} = \left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{a_3 \cdot k}\right) \cdot \frac{\left(1 - \frac{a_2 \cdot k}{a_4 \cdot k}\right)}{\left(1 - x_1 \cdot k\right)} \quad (\text{B2})$$

Dies ist eine quadratische Gleichung von x_1 . Diese Gleichung kann umgeformt werden in eine Standardform

$$A \cdot x_1^2 + B \cdot x_1 + C = 0 \quad (\text{B3})$$

mit

$$A = (a_1 + a_2) \cdot k - 1$$

$$B = 1 - (2 \cdot a_2 + a_1) \cdot k + (a_2 \cdot k)^2 + a_1 \cdot k \cdot (1 - a_1 \cdot k)$$

$$C = [(a_1 + a_2) \cdot k - 1] \cdot a_1 \cdot k$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung lautet

$$x_1 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}}{2 \cdot A} = f(a_1, a_2, k) \quad [-] \quad (\text{B4})$$

Bei x_1 und a_1 erreichen ihr Maximum bei

$$B^2 - 4 \cdot A \cdot C = 0 \quad (\text{B5})$$

Setzt die entsprechenden Werte von A, B und C in diese Gleichung ein, erhält man

$$D \cdot k^2 + E \cdot k + F = 0 \quad (\text{B6})$$

mit

$$D = (a_1 - a_2)^2$$

$$E = -2 \cdot (a_1 + a_2)$$

$$F = 1$$

Diese Gleichung führt ebenfalls zu einer quadratischen Gleichung von k. Die reelle Lösung dieser Gleichung lautet

$$k = \frac{-E - \sqrt{E^2 - 4 \cdot D \cdot F}}{2 \cdot D}$$

$$= \begin{cases} \frac{(a_1 + a_2) - 2 \cdot \sqrt{a_1 \cdot a_2}}{(a_1 - a_2)^2} & a_1 \neq a_2 \\ \frac{1}{4 \cdot a} & a_1 = a_2 = a \end{cases} = f(a_1, a_2) \quad [-] \quad (\text{B7})$$

Alle Zufahrten haben die gleiche Belastung ($a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$)

Es gilt $a = q/C$, $c = C/C_0$ und $x = a/c$ für alle Zufahrten.

Für $N=2$

Die Kapazität einer beliebigen Zufahrt lautet

$$\frac{a}{x} = \left(1 - \frac{a}{(1-x)}\right) \quad [-] \quad (\text{B8})$$

Für $N=3$

Die Kapazität einer beliebigen Zufahrt lautet

$$\frac{a}{x} = \left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{(1-x)}\right)}\right) \quad [-] \quad (\text{B9})$$

Für N=4

Die Kapazität einer beliebigen Zufahrt lautet

$$\frac{a}{x} = \left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{(1-x)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (\text{B10})$$

Für N=5

Die Kapazität einer beliebigen Zufahrt lautet

$$\frac{a}{x} = \left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{(1-x)}\right)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (\text{B11})$$

Für N=6

Die Kapazität einer beliebigen Zufahrt lautet

$$\frac{a}{x} = \left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{\left(1 - \frac{a}{(1-x)}\right)}\right)}\right)}\right)}\right) \quad [-] \quad (\text{B12})$$

Für alle dieser Gleichungen gilt eine Einheitslösung:

$$x = \frac{1}{2} (1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot a}) \quad [-] \quad (\text{B13})$$

Die Gesamtkapazität wird erreicht bei $\sqrt{1 - 4 \cdot a} = 0$. Daraus folgt $a=1/4$. Die Gesamtkapazität des Knotenpunkts ist dann immer $c_m = N \cdot a = N/4$. Oder $C_m = N/4 \cdot C_0$