S c h r i f t e n r e i h e
Lehrstuhl für Verkehrswesen
Ruhr-Universität Bochum

19

Ning Wu

Optimierung von Signalzeitenplänen nach dem Gleichgewichtsprinzip

Optimierung von Signalzeitenplänen nach dem Gleichgewichtsprinzip

Privatdozent Dr.-Ing. Ning Wu

SCHRIFTENREIHE
LEHRSTUHL FÜR VERKEHRSWESEN
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

HEFT 19, 1999
ISSN 1437-8299
ISBN 3-00-004182-6

VORWORT

Lichtsignalanlagen sind das entscheidende Steuerungselement für den Straßenverkehr in den Städten. Die Anforderungen an die Steuerungsphilosophie sowie an die Qualität der Signalplanung nehmen ständig zu. Grund sind die wachsenden Verkehrsmengen, aber auch zunehmend komplexere Zielvorstellungen darüber, was mit einer guten Signalsteuerung alles erreicht werden soll. Es überlagern sich Anforderungen an die Sicherheit und Verkehrsqualität mit Forderungen nach Umweltschutz und der Praxis der ÖPNV-Beschleunigung.

Herr Privatdozent Dr.-Ing. Ning Wu hat in seiner Arbeit über die Gleichgewichts-Optimierung von Signalzeitenplänen ein neuartiges gedankliches Konzept für die Gestaltung von Signalzeitenplänen entwickelt. Darin ist eine zunächst als verblüffend erscheinende Analogie zwischen Signalzeitenplänen und mechanischen Federsystemen zu einem sehr praktikablen Instrument der Optimierung von Festzeit-Signalprogrammen entwickelt worden. Dieser Ansatz bewährt sich inzwischen in großem Umfang bei der praktischen Anwendung.

Darüber hinaus werden Wege aufgezeigt, wie das Konzept auch auf die Koordinierung von Signalanlagen, auf die verkehrsabhängige Steuerung und auf eine bessere ÖPNV-Priorisierung ausgeweitet werden kann. Die Planungstechnik löst sich dabei völlig von der bisherigen Praxis. Eine Entwicklung bis zur Praxisreife steht hier allerdings noch aus. Das Konzept eröffnet aber vorteilhafte Perspektiven hin zu einer einfacheren Planungsarbeit bei gleichzeitig verbessertem Verkehrsablauf

Die Untersuchung wurde mit Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert.

Bochum, im März 1999 Prof. Dr.-Ing. Werner Brilon

INHALTSVERZEICHNIS

1 EINFÜHRUNG

1.1 Funktion und Struktur der Signalzeitenpläne von Lichtsignalanlagen

Lichtsignalanlagen[1] im Straßenverkehr sind wichtige betriebliche Einrichtungen für die Abwicklung des Straßenverkehrs an Knotenpunkten. Mit einer Lichtsignalanlage werden Verkehrsströme mit gemeinsamen Konfliktflächen (nicht verträgliche Ströme) abwechselnd angehalten (bei Rotzeit *R*) und freigegeben (bei Grünzeit *G*).

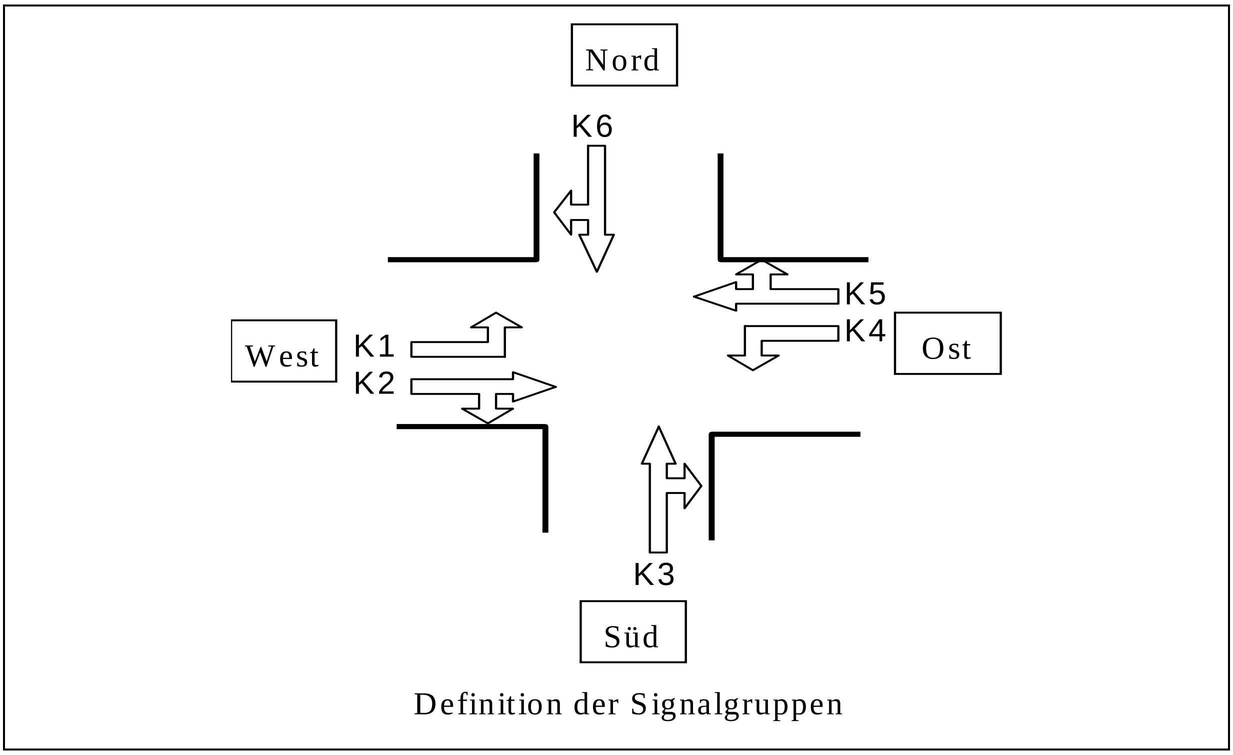


Abb. 1-1: Modellknotenpunkt und die zugehörigen Signalgruppen

Der Steuerungsablauf der Lichtsignalanlagen kann mit einem Signalprogramm definiert werden. In einem Signalprogramm werden die Dauer und Positionen der Freigabezeiten und Sperrzeiten für alle Signalgruppen einer Lichtsignalanlage festgelegt. Von zentraler Bedeutung beim Entwurf des Signalprogramms ist die Festlegung der Verträglichkeiten zwischen den Verkehrsströmen. Die Verträglichkeiten zwischen den Verkehrsströmen werden durch die Geometrie der Knotenpunkte in Verbindung mit der Straßenverkehrsordnung eindeutig festgelegt. Für die Ströme, die die gleichen Konfliktflächen überfahren, werden die Zwischenzeiten berechnet, die die zeitlichen Mindestabstände zwischen den Freischaltungen zweier nicht verträglicher Ströme beschreiben. Die Verträglichkeiten und die Zwischenzeiten werden durch die sogenannten Verriegelungs- und Zwischenzeitmatrizen dargestellt.

An Knotenpunkten mit Lichtsignalanlagen werden in der Regel mehrere Verkehrsströme durch ein gemeinsames Lichtsignal (Signalgruppe) gesteuert. Eine Signalgruppe umfaßt

[1] Wesentliche Begriffe sind in Anhang E erläutert

demnach mehrere Verkehrsströme, die gleichzeitig freigegeben und gesperrt werden können. Mehrere Signalgruppen bilden zusammen das Steuerungssystem einer Lichtsignalanlage. Zur Veranschaulichung der Konstruktion eines Signalzeitenplans ist in Abb. 1-1 ein einfacher Modellknotenpunkt mit sechs Signalgruppen (Bezeichnung K1 bis K6) dargestellt. An diesem Modellknotenpunkt werden die Linksabbiegeströme aus der West-Ost-Richtung mit einer eignen Signalgruppe, die Geradeaus- und Rechtsabbiegeströme mit einer gemeinsamen Signalgruppe gesteuert. Zur Vereinfachung des Modells werden die Linksabbiegeströme aus Süd und Nord als nicht vorhanden betrachtet (Linksabbiegeverbot). Auch Signalgruppen für Fußgänger werden bei diesem einfachen Beispiel nicht berücksichtigt.

beginnende Signalgruppen

endende Signagruppen

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
K1		-	x	-	x	x
K2	-		x	x	-	x
K3	x	x		x	x	-
K4	-	x	x		-	x
K5	x	-	x	-		x
K6	x	x	-	x	x	

- =verträglich
x =nicht verträglich

Verriegelungsmatrix der Signalgruppen

Abb. 1-2: Verriegelungsmatrix des Modellknotenpunkts

beginnende Signalgruppen

endende Signagruppen

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
K1		-	5	-	6	5
K2	-		6	4	-	5
K3	5	4		5	6	-
K4	-	6	5		-	5
K5	4	-	4	-		6
K6	5	5	-	5	4	

Zwischenzeitenmatrix der Signalgruppen

Abb. 1-2: Zwischenzeitmatrix des Modellknotenpunkts (Zwischenzeit in Sekunden)

Die Verträglichkeiten und Zwischenzeiten zwischen den Signalgruppen sind für die Berechnung und Schaltung des Signalprogramms maßgebend. Sie werden aus den Verträglichkeiten und Zwischenzeiten der Ströme zusammengesetzt. Die Verträglichkeiten und Zwischenzeiten beeinflussen unmittelbar die Struktur der Signalprogramme. In Abb. 1-2 und 1-3 werden die Verriegelungs- und Zwischenzeitmatrix des Modellknotenpunktes dargestellt. Die Verriegelungsmatrix weist im allgemeinen einen symmetrischen Aufbau auf.

Als Ergebnis der verkehrstechnischen Berechnung wird das Signalprogramm durch einen Signalzeitenplan dargestellt, in dem die Freigabezeiten aller Signalgruppen auf einer Zeitachse dargestellt werden. In einem Signalzeitenplan muß jede Signalgruppe mindestens einmal freigegeben werden. Die Zeit, die für die vollständige Abarbeitung eines Signalzeitenplans durch die Lichtsignalanlage benötigt wird, wird als Umlaufzeit bezeichnet. Ein Signalzeitenplan wiederholt sich im Abstand der Umlaufzeit. Er wird im allgemeinen nur über eine Länge einer Umlaufzeit dargestellt. Die hier dargestellt Beschreibung gilt für den Fall einer Festzeitsteuerung, bei der jeder Umlauf ohne Berücksichtigung der Verkehrsstärken nach dem Signalzeitenplan wiederholt wird.

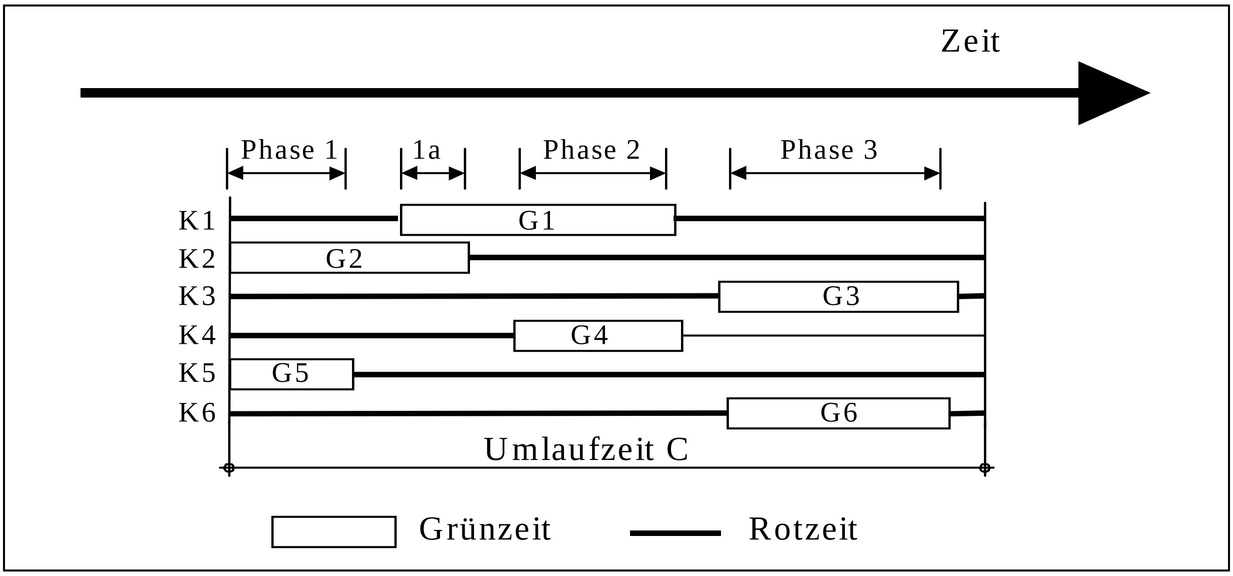


Abb. 1-3: Signalzeitenplan des Modellknotenpunkts

In Abb. 1-3 ist ein möglicher Signalzeitenplan des Modellknotenpunkts mit den zugehörigen Grünzeiten (G1 bis G6) schematisch dargestellt. In Abb. 1-3 sind zur Vereinfachung der Modelldarstellung die Übergangszeiten (Gelb- und Rot-Gelb-Zeit) nicht angezeigt. Dieser Signalzeitenplan weist insgesamt drei Hauptphasen (Phase 1 für K2/K5, Phase 2 für K1/K4 und Phase 3 für K3/K6) und eine Unterphase (Phase 1a für K1/K2) auf, wobei die Unterphase 1a als Nachlauf der Phase 1 oder als Vorlauf der Phase 2 betrachtet werden kann. Man kann erkennen, daß die nicht verträglichen Signalgruppen zeitlich hintereinander auf Grün geschaltet werden müssen (Folge K5-K1-K3/K6 und K2-K4-K3/K6). Die zeitlichen Abstände zwischen den nicht verträglichen Signalgruppen entsprechen in der Regel den zugehörigen Zwischenzeiten. Sie können unter Umständen auch größere Werte als die Zwischenzeiten annehmen. Die Umlaufzeit C wird unter den nicht verträglichen Signalgruppen bei Einhaltung der Zwischenzeiten aufgeteilt. Signalgruppen, die miteinander verträglich sind, können zusammen freigegeben werden. Im Signalzeitenplan werden Bereiche, in denen mehrere Signalgruppen gleichzeitig freigegeben werden, als Phasen bezeichnet. Die Bereiche zwischen den Phasen werden als Phasenübergänge genannt. Bei vorgegebener Phasenfolge sind die Phasenübergänge festdefinierbare Bereiche, deren Länge durch die Zwischenzeiten festgelegt sind, während die Länge der Phasen zur Anpassung an die aktuelle Verkehrssituation frei dehnbar sind. Die Zusammensetzung der Phasen und die Reihenfolge der Phasen im Signalzeitenplan legen die Struktur eines Signalzeitenplans fest. Die Verlängerung oder Verkürzung der Freigabezeiten oder der Umlaufzeit werden die Struktur des Signalzeitenplans nicht ändern. Mit unterschiedlichen Phasen und Phasenfolgen kann eine Vielzahl von Signalzeitenplänen für die gleichen vorgegebenen Signalgruppen erzeugt werden.

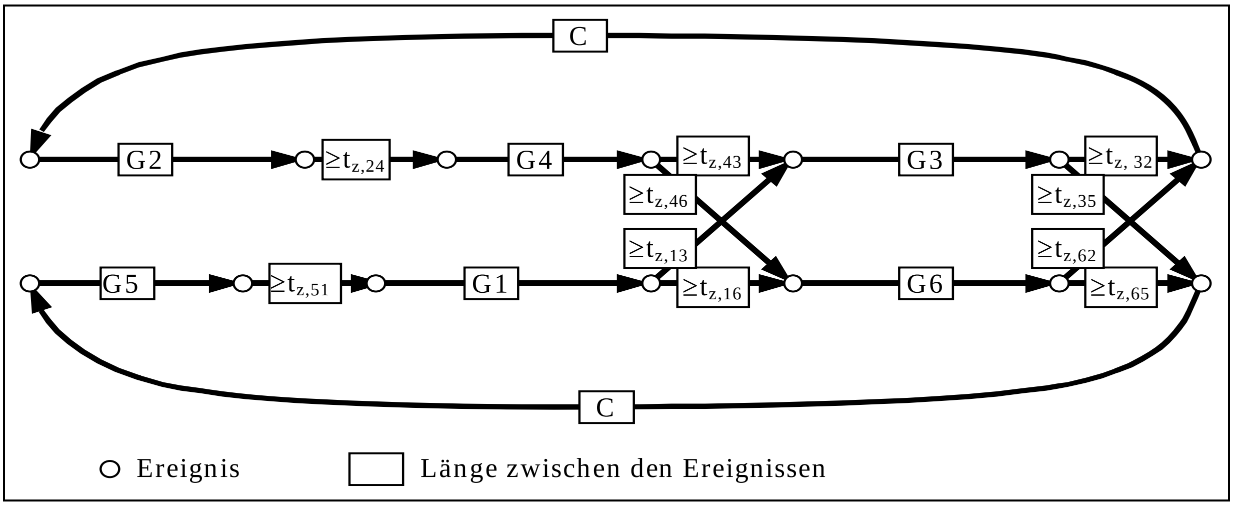


Abb. 1-4: Graphentheoretische Darstellung des Signalzeitenplans des Modellknotenpunkts

Die Darstellung eines Signalzeitenplan durch Phasen und Phasenübergänge reicht bei vielen Fällen jedoch nicht aus, die vielfach verschachtelten Restriktionen zwischen den Signalgruppen zu definieren. In solchen Fällen ist die Beschreibung der Positionen der einzelnen Signalgruppen innerhalb des Signalzeitenplans erforderlich. Um komplizierte Konstellationen des Signalzeitenplans signalgruppenorientiert zu beschreiben, wird die Graphentheorie angewandt. Ein Signalzeitenplan kann demnach als ein gerichteter Graph dargestellt werden. Abb.1-4 zeigt den entsprechenden gerichteten Graph des Signalzeitenplans des Modellknotenpunktes.

Aus dem gerichteten Graph des Signalzeitenplans lassen sich die sogenannten Sperrzyklen der Signalgruppen herauslesen, die die Länge der Umlaufzeit C bestimmen. Eine Sperrzyklus kann eine oder mehrere Umlaufzeiten einschließen. Für den Modellknotenpunkt sind insgesamt 4 Sperrzyklen (maßgebende Zeitsequenzen) der Länge C vorhanden, für die folgende Bedingungen gelten:

1. Zyklus: G2+tz,24+G4+tz,43+G3+tz,32≤C
2. Zyklus: G2+tz,24+G4+tz,46+G6+tz,62≤C
3. Zyklus: G5+tz,51+G1+tz,13+G3+tz,35≤C
4. Zyklus: G5+tz,51+G1+tz,16+G6+tz,65≤C

Nach dem gerichteten Graph des Signalplans gelten folgende weitere Zyklen der Länge 2C:

5. Zyklus: $G2+t_{z,24}+G4+t_{z,43}+G3+t_{z,35}+G5+t_{z,51}+G1+t_{z,16}+G6+t_{z,62}\leq 2C$
6. Zyklus: $G2+t_{z,24}+G4+t_{z,46}+G6+t_{z,65}+G5+t_{z,51}+G1+t_{z,13}+G3+t_{z,32}\leq 2C$

Die Grünzeiten der einzelnen Signalgruppen müssen innerhalb eines vorgegebenen Sperrzyklus sinnvoll verteilt werden.

In der Wirklichkeit der realen Verkehrssteuerungsanlagen sind Strukturen der Signalzeitenpläne viel komplizierter als die des Modellknotenpunkts. Ein Signalzeitenplan besteht meistens aus mehr als 10, manchmal mehr als 20 Signalgruppen, deren Verträglichkeiten untereinander vielfach ineinander verschachtelt sind. Auch solche sehr komplizierten Strukturen der Signalzeitenpläne lassen sich durch Methoden der Graphentheorie eindeutig darstellen (vgl. Berge, 1973).

1.2 Berechnung und Optimierung der Signalzeitenpläne

Bei der verkehrstechnischen Berechnung von Lichtsignalanlagen ist die grundsätzliche Aufgabe des Verkehrsingenieurs, die Signalzeitenpläne mit den Zielsetzungen

- Sicherheit
- Leistungsfähigkeit und Verkehrsqualität

zu gestalten. Die Aspekte der Sicherheit sind gewahrt, wenn die Vorschriften der RiLSA (1992) eingehalten sind. Hierzu sind außer den Zwischenzeiten noch andere Restriktionen (z.B. die Vorgabezeit eines Fußgängersignals) einzuhalten. Das Ziel einer möglichst hohen Leistungsfähigkeit wird heute in der Praxis vielfach noch durch manuelle Gestaltung der Signalzeitenpläne angestrebt. Vielfach sind jedoch auch bereits Verfahren zur Optimierung der Lichtsignalanlagen an einzelnen Knotenpunkten, in Straßenzügen oder in ganzen Netzen in Gebrauch.

Man kann die Steuerungsverfahren für Lichtsignalanlagen in drei Hauptgruppen unterteilen, die unterschiedliche Flexibilitäten in den Elementen der Signalzeitenprogramme aufweisen.

Die erste Hauptgruppe der Lichtsignalsteuerungsverfahren ist die Festzeitsteuerung, bei der alle Elemente der Signalzeitenpläne festgelegt sind. Beim Entwurf der Festzeitsteuerung werden nur makroskopische Daten wie Verkehrsstärke, mittlere Wartezeit, mittlere Geschwindigkeit etc. berücksichtigt. Die Festzeitsteuerung ist basiert auf kollektiven Daten der Verkehrsteilnehmer und gehört demnach zu den sogenannten makroskopischen Steuerungsverfahren. Bei der Festzeitsteuerung werden bei sachgerechter Vorgehensweise mehrere Signalprogramme off-line für prognostizierte Verkehrsstärken vorgeplant und bei Bedarf zeitplan- oder verkehrsabhängig eingesetzt.

Die zweite Hauptgruppe der Lichtsignalsteuerungsverfahren ist die sogenannte vollverkehrsabhängige Steuerung, bei der sowohl die Freigabezeiten als auch die Signalstrukturen on-line verkehrsabhängig bestimmt werden. Bei der vollverkehrsabhängigen Steuerung werden die Lichtsignalanlagen anhand der Messung der Zeitlücken zwischen den einzelnen Fahrzeugen und gemäß der An- und Abmeldungen der Detektoren geschaltet. Sie ist ereignisoriertiert und wird deswegen auch mikroskopische Steuerung genannt. Bei geringeren Verkehrsbelastungen bietet die vollverkehrsabhängige Steuerung genügend Flexibilität im Hinblick auf die Anpassung des Signalzeitenplans an die aktuellen Verkehrsbedingungen. Insbesondere bei der Bevorzugung der ÖPNV-Linien wird die vollverkehrsabhängige Steuerung oft eingesetzt. Bei hohen Verkehrsbelastungen tendiert eine vollverkehrsabhängige Steuerung oft zu einem scheinbaren Festzeitsteuerungsprogramm, da die vorgegebenen maximalen Freigabezeiten in allen Phasen eingesetzt werden müssen.

Zwischen der Festzeitsteuerung und der vollverkehrsabhängigen Steuerung liegt die dritte Hauptgruppe der Lichtsignalsteuerungsverfahren, die teilverkehrsabhängige Steuerung (auch

Freigabezeitanpassung oder Freigabezeitmodifizierung genannt), bei der die Signalstrukturen vorgegeben sind und die Längen einiger Freigabezeiten on-line verkehrsabhängig ermittelt werden. Dies kann sowohl mikroskopisch (ereignisoriertiert) als auch makroskopisch (verkehrsbelastungsabhängig) durchgeführt werden.

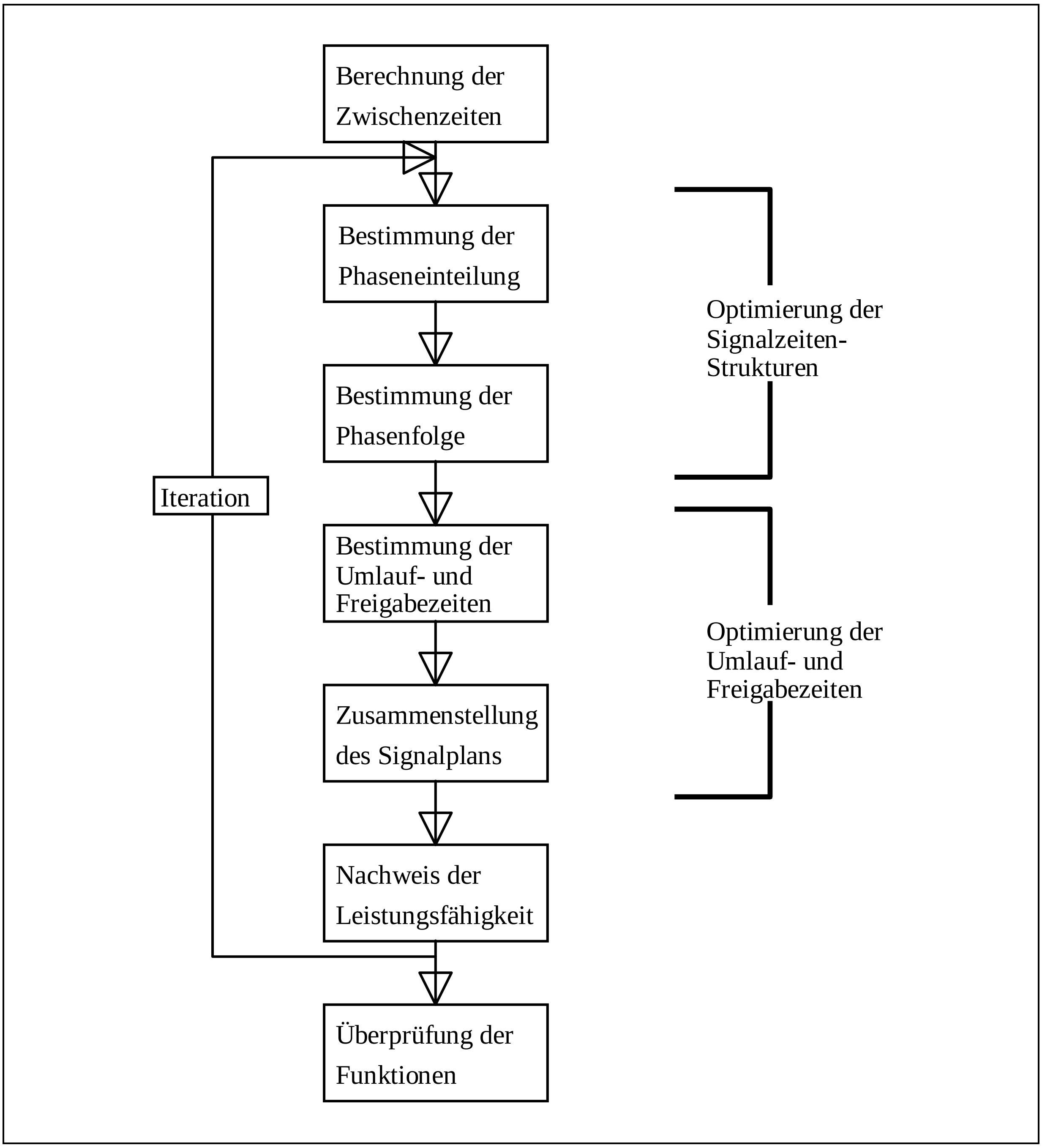


Abb.1-5: Schema und Arbeitsschritte zur Optimierung eines Signalzeitenplans

Bei allen drei Lichtsignalsteuerungsverfahren muß jedoch immer angestrebt werden, die Signalzeitenprogramme so optimal wie möglich zu schalten. Die Ziele der Optimierung können sehr unterschiedlich sein. Vielfach wird die Summe der Wartezeiten minimiert oder die Summe der Kapazitäten maximiert. Auch die Minimierung der Schadstoffemissionen wird oft als das Ziel der Optimierung eingesetzt.

Da ein Festzeitprogramm off-line mit prognostizierten Daten erstellt wird, steht der Bearbeitung genügend Zeit zur Verfügung, um die Optimierung in aller Ruhe durchzuführen. So kann man bei der Optimierung eines Festzeitprogramms komplizierte Optimierungsverfahren einsetzen, die sehr rechen- und zeitaufwendig sind. Dies kann im allgemeinen nur mit Einsatz von EDV-Anlagen erfolgen. Der Ablauf für die Erstellung und Optimierung eines Festzeitsignalprogramms kann gemäß der Abb.1-5 strukturiert werden.

Wie die Abb.1-5 zeigt, kann die Optimierung eines Festzeitprogramms in zwei Abschnitte aufgeteilt werden: die Optimierung der Signalzeitenstrukturen und die Optimierung der Umlauf- und Freigabezeiten.

Die Optimierung der Signalstrukturen beinhaltet die Arbeitsschritte **Bestimmung der Phaseneinteilung** (Zusammensetzung der Signalgruppen in Phasen) und **Bestimmung der Phasenfolge (**zeitliche Schaltfolge der Phasen). Die Ermittlung aller möglichen Phaseneinteilungen und Phasenfolgen stellt ein kombinatorisches Problem dar, für das weitgehend Lösungsansätze vorhanden sind (vgl. Tully, 1976 und Möller, 1987). Die Zusammensetzung der Phasen aus mehreren Signalgruppen ist durch die Vorgabe der Verriegelungsmatrix eindeutig festgelegt, da nur verträgliche Signalgruppen in einer Phase freigegeben werden dürfen. Die Anzahl der möglichen Phasen ist von der Mindest- und Maximalanzahl der Signalgruppen, die in einer Phase vorkommen dürfen, abhängig. Wenn eine Phase mindestens eine Signalgruppe aufweisen muß, erhält man für den Modellknotenpunkt insgesamt 11 mögliche Phasen. Davon enthalten 6 Phasen jeweils eine Signalgruppe und 5 Phasen jeweils 2 Signalgruppen. Für den Modellknotenpunkt gibt es keine Phasen mit mehr als 2 Signalgruppen (vgl. Tab.1-1). Die vorgegebene Verriegelungsmatrix läßt keine Phase mit mehr als 2 Signalgruppen zu.

Phase mit einer Signalgruppe	Phase mit zwei Signalgruppe
K1	K1/K2
K2	K1/K4
K3	K2/K5
K4	K3/K6
K5	K4/K5
K6	

Tab. 1-1: Mögliche Phasen für den Modellknotenpunkt.

Für den Modellknotenpunkt kann die Mindestanzahl der Signalgruppen pro Phase auf zwei gesetzt werden, weil in den 5 Phasen mit 2 Signalgruppen jede Signalgruppe mindestens einmal freigegeben wird. Zur Vereinfachung der Ermittlung der möglichen Phasenfolgen wird hier als Beispiel die Betrachtung auf die Phasen mit 2 Signalgruppen beschränkt.

Um jede Signalgruppe in einem Umlauf mindestens einmal bedienen zu können, müssen die Phasen in einer Phasenfolge so gewählt werden, daß sie alle Signalgruppen berücksichtigen. Man bezeichnet solche Phasenfolgen als maximale oder vollständige Phasenfolgen (im folgenden auch vereinfacht nur als Phasenfolgen bezeichnet). Für eine einfache Kreuzung (wie bei dem Modellknotenpunkt) ist die Einteilung der Signalgruppen in drei Phasen K1/K4, K2/K5 und K/3/K6 gebräuchlich (Abb.1-6 A). Auch die Phaseneinteilung K1/K2, K4/K5 und

K3/K6 wird in der Praxis verwendet (Abb.1-6 B). Die Anzahl der möglichen Phaseneinteilungen ist von der Anzahl der Signalgruppen, der Verträglichkeit zwischen den Signalgruppen und der Anzahl der Signalgruppen in einer Phase abhängig. Sie ist im allgemeinen nicht leicht zu ermitteln. Die Zusammenfassung von Verkehrsströmen zu Signalgruppen und von Signalgruppen zu Phasen geschieht im allgemeinen unter eher pragmatischen Gesichtspunkten. Dabei ist die Verkehrssicherheit unter Beachtung der Regelungen der Straßenverkehrsordnung von ausschlaggebender Bedeutung.

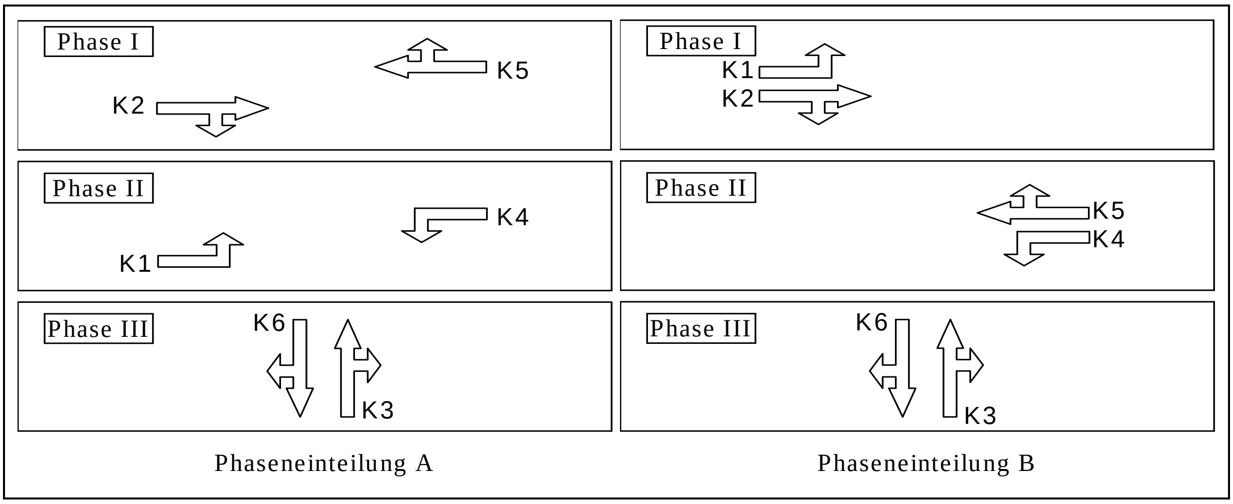


Abb. 1-6: Gebräuchliche Phaseneinteilungen für den Modellknotenpunkt

Durch das Hintereinanderreihen der Phasen kann die Anzahl unterschiedlicher Phasenfolgen bestimmt werden. Für eine Phaseneinteilung mit drei vorgegebenen Phasen (z.B: Phase I, II und III in Abb.1-6A) können dann zwei unterschiedliche Phasenfolgen gebildet werden: I-II-III und I-III-II. Für eine Phaseneinteilung mit vier Phasen sind sechs unterschiedliche Phasenfolgen möglich. In der Regel ist die Anzahl unterschiedlicher Phasenfolgen gleich der Anzahl möglicher Permutationen der Phasen. Bei einer Phaseneinteilung mit 5 vorgegebenen Phasen (z.B. 4 MIV-Phasen[1] und 1 ÖPNV[2]-Phase) sind dann insgesamt 5*4*3*2=120 unterschiedliche vollständige Phasenfolgen möglich.

In der Praxis werden in der Regel bei der Festzeitsteuerung ohne ÖPNV - Bevorzugung überwiegend nur Signalprogramme mit 2 (je eine Phase für beide Straßen), 3 (zwei Phasen für die Hauptstraße und eine Phase für die Nebenstraße, vgl. der Modellknotenpunkt) und 4 (je zwei Phasen für beide Straßen) Phasen verwenden. Bei Steuerung mit ÖPNV – und/oder Fußgänger - Bevorzugung kann die Anzahl der Phasen deutlich über 4 liegen. Bei verkehrsabhängigen Steuerung werden bis zu 20 Phasen verwendet. Eine so große Anzahl wird jedoch nur in Verbindung mit der verkehrsabhängigen Signalprogrammbildung verwendet. Dann wird nur eine geringe Anzahl aus den zahlreichen Phasen in einem Zyklus geschaltet. Die Anzahl der möglichen Phasenfolgen variiert vom Fall zum Fall und sie liegt zwischen 2 bis über 200.

In der Literatur (vgl. Tully, 1976) werden Algorithmen angegeben, mit denen **alle möglichen Phaseneinteilungen** und **alle möglichen vollständigen Phasenfolgen** erzeugt werden können. Für einen Beispielknotenpunkt mit 12 Strömen und Signalgruppen (jeder Strom wird

[1] MIV = motorisierter Individualverkehr
[2] ÖPNV = öffentlicher Personennahverkehr; hier: Sondersignale für Linienbusse oder Straßenbahnen

von einer eigenen Signalgruppe gesteuert) können insgesamt 395 vollständige Phasenfolgen erzeugt werden.

Für die Erzeugung der Phasen werden die folgende Bedingungen als Voraussetzungen angeführt:

1. Alle Signalgruppen innerhalb einer Phase müssen untereinander verträglich sein.
2. Eine Phase soll soviel wie möglich untereinander verträgliche Signalgruppen enthalten.

Für die Bildung der vollständigen Phasenfolgen werden die Bedingungen benötigt:

3. Jede Signalgruppe muß eine Freigabezeit in mindestens einer Phase erhalten.
4. Jede Signalgruppe hat ein einziges zusammenhängendes Freigabezeitintervall, d.h. die Freigabezeiten für eine spezielle Signalgruppe in mehreren Phasen müssen direkt aufeinanderfolgen.
5. Jede Phasenfolge muß vollständig sein, d.h. keine weitere Phase ist in die Phasenfolge einfügbar.

Die Bedingung 4 kann jedoch so modifiziert werden, daß auch sogenannte Doppelanwürfe (zwei getrennte Freigabezeiten für eine Signalgruppe in einem Umlauf) möglich sind.

Ein wesentliches Problem stellt jedoch die Formulierung von Kriterien zur Auswahl günstiger oder sinnvoller Phaseneinteilungen und Phasenfolgen dar. In der Arbeit von Möller (1987) werden Lösungen für einige übliche Kriterien dargestellt. Die Auswahl der **optimalen Phaseneinteilung und Phasenfolge** kann nicht automatisch durchgeführt werden, zumal da dann die Bestimmung der Phaseneinteilungen und Phasenfolgen ohne Berücksichtigung der verkehrsbezogenen Daten, z.B. Verkehrsstärke, erfolgten würde. So können solche Algorithmen lediglich Alternativen vorschlagen, die nach vorliegenden Erfahrungen besser sein sollen als die anderen. Es bleibt endlich dem Sachbearbeiter vorbehalten, eine oder mehrere Phaseneinteilungen und Phasenfolgen zu bestimmen, die den Randbedingungen der betrachteten Verkehrssituation entsprechen.

Die Optimierung der Umlauf- und Grünzeiten kann für jeden Signalzeitenplan mit festgelegter Signalstruktur (d.h. für jede ausgewählte vollständige Phasenfolge) durchgeführt werden. Um den wirklich optimalen Signalzeitenplan zu finden, müssen alle möglichen Signalstrukturen im Hinblick auf die Grün- und Umlaufzeit optimiert werden. Das Ergebnis der Optimierung der Umlauf- und Grünzeiten ist von den vorgegebenen Verkehrsdaten abhängig. Ein Signalzeitenplan kann sowohl off-line in der Planungsphase als auch on-line vor Ort im laufenden Betrieb der Lichtsignalanlage erstellt werden. Bei der on-line Optimierung kann man den Signalzeitenplan Umlauf für Umlauf optimieren und ihn an die aktuelle Verkehrssituation anpassen.

1.3 Aufgabenstellung dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird ein neuartiges Verfahren für die Optimierung von Signalzeitenplänen bei vorgegebener Signalstruktur behandelt. Die Eingangsgrößen des Optimierungsprozesses sind

- Einteilung der Ströme in Signalgruppen.
  Dabei werden alle Arten von Verkehrsströmen (MIV, ÖPNV, Fußgänger, ggf. Radfahrer) berücksichtigt.

- Einteilung in Phasen mit Reihenfolge der Freigabe der Signalgruppen.
- Zwischenzeiten zwischen den nicht verträglichen Signalgruppen.
- Verkehrsstärken für die Verkehrsströme des MIV.
- Optimierungsziel.

Der Optimierungsprozeß liefert als Ergebnis einen Signalzeitenplan (d.h. Umlaufzeit und alle Freigabezeiten), für den das Optimierungsziel erreicht wird.

Es werden an der ersten Stelle isolierte Einzelknotenpunkte als Grundmodell betrachtet. Für koordinierte Kontenpunkte in Straßenzügen und Netzen werden entsprechende Konzepte und Vorgehensweisen als Konzept aufgestellt.

Die Optimierung des Signalzeitenplans mit vorgegebener Signalstruktur ist ein vielfach diskutiertes Thema in der Verkehrstechnik. Es wurden in der Literatur zahlreiche wissenschaftliche und praktische Arbeiten darüber veröffentlicht. Zur Optimierung der verkehrstechnischen Kenngrößen gehört als Ausgangssituation die Formulierung der Optimierungsziele. Als Ziele bei der Optimierung von Signalzeitenplänen kommen vor allem in Betracht:

- die Maximierung der Kapazität
  Dies bedeutet: Es wird angestrebt, daß pro Zeiteinheit (z.B. 1 Stunde) möglichst viele Fahrzeuge den Knotenpunkt durchfahren können.
- die Minimierung der Summe aller Wartezeiten.
  Dies bedeutet: Die Aufsummierung der Wartezeiten aller Verkehrsteilnehmer, die den Knotenpunkt durchfahren, soll den geringsten möglichen Wert annehmen. Die Summierung erfolgt nur über diejenigen Verkehrsteilnehmer, für die auch Verkehrsstärken in die Berechnung eingehen, das sind im allgemeinen die Fahrzeuge des MIV. Bei dieser Summenbildung kann es auch vorgesehen werden, daß die Verkehrsteilnehmer einzelner Ströme mit einem besonderen Gewicht eingehen.

Die Bedeutung der Minimierung der Summe der Wartezeiten ist eindeutig definiert. Das gleiche gilt für die Summe von Kraftstoffverbrauch und Emissionen. Dagegen kann die Maximierung der Kapazität nur durch Vergleich verschiedener Varianten betrachtet werden. Die Festlegung der Optimierungskriterien ergibt nur dann einen Sinn, wenn das zugrunde liegende Problem entsprechend als Optimierungsaufgabe formuliert und gelöst werden kann. Für die On-Line-Optimierung eines Signalzeitenplans muß das Optimierungsverfahren auch ausreichend schnell sein, da die Optimierung innerhalb einer kurzen Zeit - manchmal nur innerhalb einer Umlaufzeit - beendet werden muß.

Webster hat als erster im Jahre 1958 eine analytische Lösung für die Minimierung der Summe der Wartezeiten einer zweiphasigen Lichtsignalanlage ausgearbeitet. Dabei konnten die optimale Umlaufzeit und die optimale Grünzeitenverteilung unter bestimmten Vereinfachungen angegeben werden. Seitdem sind zahlreiche wissenschaftliche Arbeiten über die theoretische Analyse und über die praktischen Anwendungen der Optimierung der Lichtsignalanlagen veröffentlicht worden. Zu den Arbeiten im theoretischen Bereich gehören in der ersten Linie die von Allsop (1971, 1980, 1992). Bei den praktischen Anwendungen für die Optimierung der Lichtsignalanlagen sind verschiedene Verfahren entwickelt worden. Auch Rechenprogramme wurden dazu geschrieben. Die aktuellsten Vertreter solcher Programme sind z.B. das Programm AMPEL (Brilon und Wu, 1994) im deutschsprachigen Gebiet, in dem das hier behandelte Optimierungsverfahren integriert ist, und das Programm SIGSIGN (Silcock und Sang, 1990) aus Großbritannien.

Die bekannten Verfahren für die Optimierung der Lichtsignalanlagen können in zwei Gruppen eingeteilt werden: die phasenorientierte Optimierung und die signalgruppenorientierte Optimierung. Die phasenorientierte Optimierung war wegen ihrer einfachen Durchführbarkeit zuerst von den meisten Autoren behandelt worden. Dies war früher auch aus der Sicht der praktischen Anwendung sinnvoll, weil die Signalanlagen bis zu den siebziger Jahren phasenorientiert gesteuert worden sind. Dies bedeutet, daß alle Signalgruppe einer Phase gleichzeitig mit ihrer Freigabezeit beginnen und enden. Mit der Entwicklung der modernen Mikrocomputer als Steuerungsgeräte können die Signalgruppen einzeln gesteuert werden. So sind heute Phasen für festzeitgesteuerte Lichtsignalanlagen nur bei dem ersten Entwurf zur Definition der Grundstruktur des Signalzeitenplans noch von Bedeutung. Beginn und Ende der Freigabezeiten für alle Signalgruppen einer Phase können für jede Signalgruppe einzeln geschaltet werden. Dabei müssen nur die Zwischenzeiten beachtet werden.

Die bisher bekannten Verfahren für die signalgruppenorientierte Optimierung basierten meistens auf Theorien aus dem "Operations Research" (OR-Methode) oder auf "Trial and Error"-Mechanismen. Während die Maximierung der Kapazität ein Linear-Optimierungs-Problem darstellt und daher mit OR-Methoden einfach zu lösen ist, muß man sich bis jetzt für die Minimierung der Summe der Wartezeiten mit "Trial and Error"- Lösungen zufriedenstellen. Hierbei wird eine große Anzahl von möglichen Lösungen für den Signalzeitenplan formuliert und einer Beurteilung unterwerfen ("trial"). Als ungeeignete Lösungen werden diejenigen verworfen ("error"), die schlechter als die bis dahin gefundene günstigste Lösung sind. Diese Art der Lösung ist im allgemein sehr rechenzeitaufwendig. Sie können demnach nur für die Off-Line-Berechnung des Signalzeitenplans verwendet werden. Zudem ist bei dieser Methode nicht gewährleistet, daß das wirkliche Optimum gefunden wird.

In dieser Arbeit wird ein neuer Optimierungs-Algorithmus vorgestellt, bei dem der Signalzeitenplan einem mechanischen System nachempfunden wird. Die Optimierung des Signalzeitenplans wird durch Ermittlung des Gleichgewichtszustandes des analogen mechanischen Systems erzielt. Die Summe der potentiellen Energie des mechanischen Systems repräsentiert die Optimierungskriterien. Diese potentielle Energie wird bei der Ermittlung des Gleichgewichtszustandes des mechanischen Systems minimiert. Die Ermittlung des Optimums bzw. des Gleichgewichtszustandes wird ihrerseits in Anlehnung an die Relaxationsmethode oder/und in Anlehnung an die Momente-Verteilungs-Methode von Cross (vgl. Beaufait, 1972) durchgeführt, die in der klassischen Baustatik angewendet werden. Dieser Optimierungs-Algorithmus kann für alle konvexen und viele nicht-konvexe Funktionen (Maximierung der Kapazität, Minimierung der Summe der Wartezeiten etc.) eingesetzt werden. Da dieses Optimierungsverfahren besonders schnell ist und da die Struktur und alle charakteristischen Informationen des Signalzeitenplans bei jedem Schritt der Optimierung weitergegeben werden, ist dieses Optimierungs-Verfahren besonders dazu geeignet, bei der dynamischen Optimierung, d.h. On-Line-Optimierung des Signalzeitenplans (z.B. Grünzeitenmodifikation, Optimierung der Umlaufzeit, ÖPNV-Anforderung etc.), eingesetzt zu werden. Das Prinzip dieses Verfahrens kann auch ohne Weiteres auf ein Netz von koordinierten Lichtsignalanlagen an mehreren benachbarten Knotenpunkten übertragen werden.

2 SIGNALZEITENPLAN ALS ANALOGIE ZU EINEM MECHANISCHEN SYSTEM

2.1 Eigenschaften eines konservativen mechanischen Systems

In der Theorie der Elasto-Mechanik (speziell Elasto-Statik) gibt es den Satz von Dirichlet (vgl. Lehmann, 1979, S. 253) über den Minimum der Gesamt-Potentialenergie eines konservativen Systems im stabilen Gleichgewicht:

> *Befindet sich ein konservatives System im stabilen Gleichgewichtszustand, nimmt die Gesamt-Potentialenergie dieses Systems einen minimalen Wert an.*

Eines der mehreren möglichen lokalen Minima der Gesamt-Potentialenergie eines mechanischen Systems kann ermittelt werden, wenn der entsprechende Gleichgewichtszustand ermittelt wird. Vergleicht man die Zielfunktion (z.B. Summe der Wartezeiten) der Optimierung eines Signalzeitenplans mit der Gesamt-Potentialenergie eines mechanischen Systems, kann die Minimierung der Zielfunktion dann erreicht werden, wenn man den Signalzeitenplan in den "Gleichgewichtszustand" versetzt.

Ein mechanisches System wird konservativ genannt, wenn in diesem System die Energie Erhaltungsgröße ist. Zwei wesentliche Eigenschaften des konservativen Systems werden hier hervorgehoben, die für die Optimierung von besonderer Bedeutung sind.

1. In einem konservativen System ist die geleistete Arbeit (entspricht der Zuname der Potentialenergie des Systems), die durch Versetzung des Koordinaten eines Freiheitsgrads verursacht wird, nur vom Anfang- und Endpunkt der Versetzung, nicht von der Route des zurückgelegten Wegs abhängig. Es gilt umgekehrt auch: wenn in einem System die geleistete Arbeit nur vom Anfang- und Endpunkt der Versetzung der Koordinaten eines Freiheitsgrades, nicht von der Route des zurückgelegten Wegs abhängig ist, ist das System konservativ.
   Diese Eigenschaft wird als Voraussetzung für die Optimierung betrachtet. Sie garantiert die Eindeutigkeit des Optimums bei unterschiedlichen Suchmethoden.
2. Im konservativen System ist die Größe der Kraft, die auf einen Koordinaten ausgeübt wird, gleich der Ableitung der Potentialenergie nach den Koordinaten.
   Diese Eigenschaft stellt die Grundlage des hier eingeführten Optimierungsverfahrens dar. Die Analogie des vorgestellten Optimierungsverfahrens zu einem mechanischen System basiert auf dieser Eigenschaft.

Der Nachweis der Konservativität eines System mit beliebig vielen Freiheitsgraden ist mathematisch nicht leicht zu erbringen. Für die hier betrachteten Systeme, die als Analogie die Signalzeitenpläne repräsentieren, kann der Nachweis der erforderlichen Konservativität jedoch erbracht werden, indem die Eindeutigkeit des Optimums nachgewiesen wird (siehe Anhang A).

2.2 Eigenschaften einer mechanischen Feder

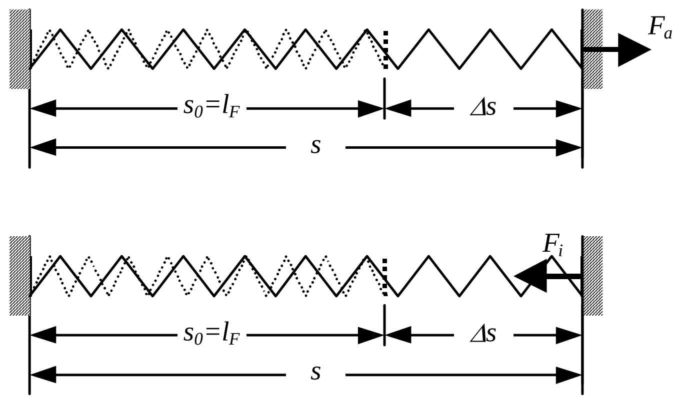


Abb.2-1: Mechanische Feder und die zugehörigen Kräfte

Betrachtet wird zuerst eine eingespannte Feder mit einer ursprünglichen Länge $s_0=l_F$ (Abb.2-1). Die Feder hat nur einen Freiheitsgrad in der Längsrichtung. Der Zustand der Feder läßt sich mit einem Parameter, der Länge der Feder s eindeutig beschreiben. Diese Feder wird durch die Verschiebung eines Lagers um Δs verformt (gedehnt oder zusammengedrückt). Die Feder erfährt dadurch eine Längskraft F_a, die von außen auf die Feder ausgeübt wird. Die Länge, die die Feder unter der Kraft F_a aufweist, sei $s=s_0+\Delta s$. Die jeweilige Kraft $\tilde{F}_a$ ist eine Funktion von der Verformung $\Delta\tilde{s} = (\tilde{s} - s_0)$ und damit eine Funktion der aktuellen Länge der Feder $\tilde{s}$. Für ein konservatives System ist dann die innere Potentialenergie U der Feder gleich der Arbeit W_a, die die äußere Kraft $\tilde{F}_a$ geleistet hat:

$$U(s) = W_a(s) = \int_{s_0}^{s} \tilde{F}_a(\tilde{s}) \cdot d\tilde{s}$$

Es gilt auch umgekehrt

$$F_a(s) = \frac{dU(s)}{ds}$$

Entsprechend dem Gesetz "Aktio = Reaktio" erhält man die innere Kraft F_i, die von der Feder aus auf die Lager (links und rechts) ausgeübt wird:

$$F_i(s) = -F_a(s) = -\frac{dU(s)}{ds}$$

Dies entspricht der Gleichung

$$U(s) = -\int_{s_0}^{s} \tilde{F}_i(\tilde{s}) \cdot d\tilde{s}$$

Man kann sich hier die innere Kraft F_i als das Bestreben der Feder vorstellen, immer auf ihre ursprüngliche Länge zurückzukehren. Dieses Bestreben ist um so stärker, je größer die Verformung der Feder ist. Dieses Bestreben richtet sich jeweils der Richtung der Verformung entgegen. Betrachtet man nun eine Feder, die einer Druckkraft ausgesetzt wird, dann wird die Feder immer verkürzt. Der Wunsch der Rückstellung ist in diesem Fall immer der Wunsch nach Verlängerung der Feder (Abb.2-2). Je stärker die Feder zusammengedrückt wird, desto größer ist das Bestreben nach einer Verlängerung.

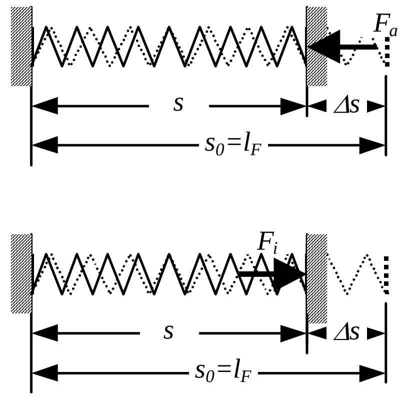


Abb.2-2: Mechanische Feder unter Druckkraft

Die innere Kraft F_i ist in der Regel eine Funktion von der Länge s, der ursprünglichen Länge s_0 und der Steifigkeit der Feder. Die Steifigkeit der Feder kann mit der Steifigkeitszahl K (auch Federzahl genannt) dargestellt werden, die wiederum eine Funktion von der Länge s und der Materialeigenschaft ist. Die Steifigkeitszahl kennzeichnet den Gradienten der Kraft F_a. Sie wird wie folgt definiert:

$$K(s) = \frac{dF_a(s)}{ds} = -\frac{dF_i(s)}{ds} = \frac{d^2U(s)}{ds^2}$$

Man kann im allgemeinen schreiben

$$F_i = f(s, s_0, K(s))$$

$$K = f(s, s_0, E)$$

Dabei ist E ein Materialparameter, der die Materialeigenschaft der Feder repräsentiert.

Wenn angenommen wird, daß sich die Feder linear elastisch verhält, d.h.

$$\tilde{F}_a(\tilde{s}) = -\tilde{F}_i(\tilde{s}) = \Delta\tilde{s} = (\tilde{s} - s_0)\cdot K \qquad \text{mit } K = \text{const}$$

erhält man für die Potentialenergie der Feder

$$U(s) = \int_{s_0}^{s} (\tilde{s} - s_0)\cdot K \cdot d\tilde{s} = \frac{1}{2}(\tilde{s} - s_0)^2 \cdot K \Big|_{s_0}^{s} = \frac{1}{2}(s - s_0)^2 \cdot K = \frac{1}{2}\Delta s^2 \cdot K$$

Die innere Kraft F_i, die von der Feder aus auf die Lager ausgeübt wird, lautet in diesem Fall

$$F_i(s) = -\frac{dU}{ds} = -(s - s_0)\cdot K$$

und die Steifigkeitszahl lautet

$$K(s) = \frac{d^2U}{ds^2} = const$$

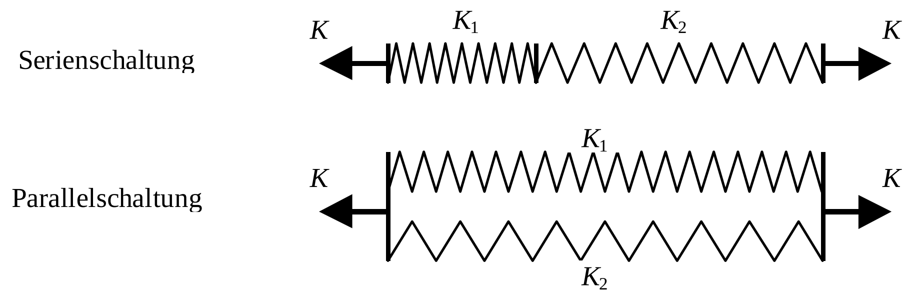


Abb.2-3: Serien- und Parallelschaltung mehrerer Federn

Mehrere Federn können seriell oder parallel miteinander geschaltet werden (vgl.2-3). Im Falle einer Serienschaltung von Federn mit konstanten Steifigkeitszahlen K_1, K_2, ... ergibt sich die Steifigkeitszahl der Schaltung (Abb.2-3, oben) aus

$$K \cdot \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \ldots \right) \overset{!}{=} 1 \qquad \Rightarrow \qquad K = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \ldots \right)}$$

Die Verformung addieren sich. Im Falle einer Parallelschaltung addieren sich die Rückstellungskräfte. Dies führt zu Addition der Steifigkeitszahlen:

$$K = K_1 + K_2 + \ldots$$

2.3 Eigenschaften einer Signalgruppe im Signalzeitenplan

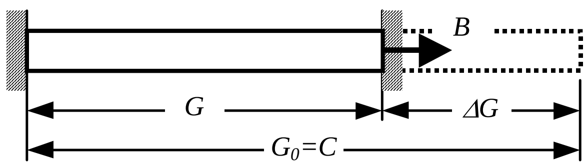


Abb.2-4: Signalgruppe im Signalzeitenplan und die zugehörigen Kenngrößen

Eine Signalgruppe in einem Signalzeitenplan läßt sich ebenfalls - wie eine Feder - mit einem Parameter, der Länge der Grünzeit *G*, beschreiben. Bei der Dimensionierung einer Signalgruppe ist es im Hinblick auf die größere Kapazität und die geringe Wartezeit wünschenswert, die Grünzeit *G* so lang wie möglich festzulegen. Dieser Wunsch nach Verlängerung kann als eine innere Kraft interpretiert werden, die die Signalgruppe möglichst in die Länge zieht. Diese Analogie zu einer Kraft (Wunsch) wird hier als Grünzeitbedarf *B* definiert. Der Grünzeitbedarf *B* ist im allgemeinen eine Funktion von der Länge der Grünzeit *G*, der Dauer der Umlaufzeit *C* und der zugehörigen Verkehrsstärke *q*, die als Eigenschaft der Signalgruppe (entspricht dem Materialparameter *E* der Feder) aufgefaßt werden kann. Definiert man die Wartezeit *W*, die die betrachtete Signalgruppe unter Verkehr verursacht, als

$$W(G) \overset{!}{=} -\int_{G_0}^{G} \tilde{B}(\tilde{G}) \cdot d\tilde{G}$$

erhält man

$$B(G) = -\frac{dW(G)}{dG}$$

Definiert man hier den negativen Gradienten des Grünzeitbedarfs B als die Signalsteifigkeitszahl M (entspr. der Steifigkeitszahl K bei der Feder), dann gilt

$$M(G) = -\frac{dB(G)}{dG} = \frac{d^2W(G)}{dG^2}$$

Man kann im allgemeinen schreiben

$$B = f(G, G_0, M(G))$$

$$M = f(G, G_0, q)$$

Die Signalsteifigkeitszahl M ist in der Regel keine Konstante. Demnach können die Beziehungen zwischen den Steifigkeitszahlen für Serien- und Parallelschaltung von Federn nicht direkt übernommen werden. Über die Serien- und Parallelschaltung der Signalgruppen wird später diskutiert.

2.4 Signalzeitenplan eines isolierten Knotenpunktes als ein Feder-System

In der Abb.2-5 sind ein Grundelement des Signalzeitenplans und ein Grundelement eines mechanischen Feder-Systems einander gegenüber dargestellt. Betrachtet man nur den spezifischen Fall, daß eine Feder durch Ausübung einer äußeren Kraft zusammengedrückt wird, kann man feststellen, daß eine Grünzeit in Analogie zur Mechanik wie eine gewichtslose elastische Feder aufgefaßt werden kann.

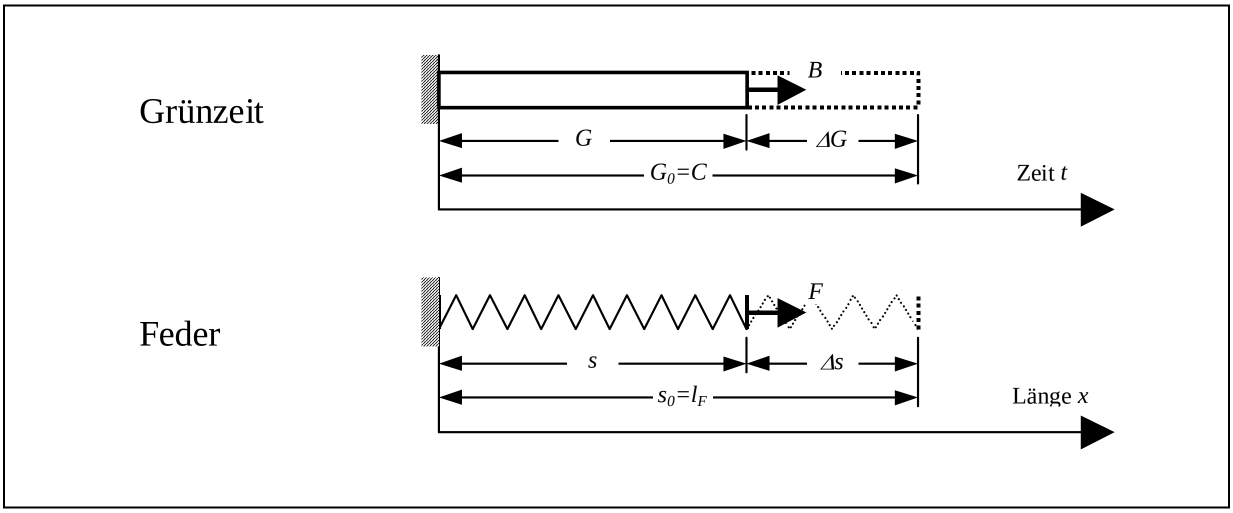


Abb.2-5: Analogie zwischen der Grünzeit und einer Feder

Der Grünzeitbedarf B, der das Bestreben, daß sich die Grünzeit einer Signalgruppe bei der Optimierung der Zielgröße wie eine zusammengedrückte Feder verlängern möchte (je länger die Grünzeit, desto größer ist die Kapazität und desto niedriger ist die Wartezeit), symbolisiert, ist per Definition die konservative Kraft der Potentialenergie W. Die folgenden Analogien zwischen den beiden Elementen können aufgrund der bisherigen Überlegungen aufgestellt werden:

Grünzeit		**Feder**	
Länge der Grünzeit	G	Länge der Feder	s
Umlaufzeit	C	Länge im Ausgangszustand	l_F
Verkehrsstärke	q	Materialparameter der Feder	E
Wartezeit	W	Potentialenergie der Feder	U
Grünzeitbedarf	B	Federkraft	F
Signalsteifigkeitszahl	M	Steifigkeitszahl (Federzahl)	K
Bezugspunkt	G_0	Bezugspunkt	s_0

G_0 bzw. s_0 ist der Bezugspunkt, bei dem die Potentialenergie (W bzw. U) als Null definiert ist. Diese Größen werden so gewählt, daß die Federkraft F bzw. der "Grünzeitbedarf" B gleich Null ist:

$$G_0 = C \qquad\qquad s_0 = l_F$$

Es gilt:

$$B = f(q,G,C) \qquad\qquad F = f(E,s,l_F)$$
$$W = f(q,G,C) \qquad\qquad U = f(E,s,l_F)$$
$$M = f(q,G,C) \qquad\qquad K = f(E,s,l_F)$$

und gemäß der Eigenschaft eines konservativen Systems

$$-B = \frac{dW}{dG} \qquad\qquad -F = \frac{dU}{ds} \tag{2-1a}$$

$$M = -\frac{dB}{dG} = \frac{d^2W}{dG^2} \qquad\qquad K = -\frac{dF}{ds} = \frac{d^2U}{ds^2} \tag{2-1b}$$

oder

$$W = \int_{G_0}^{G} B \cdot dt = -\int_{G}^{G_0} B \cdot dt \qquad\qquad U = \int_{s_0}^{s} F \cdot dx = -\int_{s}^{s_0} F \cdot dx \tag{2-2a}$$

$$B = \int_{G_0}^{G} M \cdot dt = -\int_{G}^{G_0} M \cdot dt \qquad\qquad U = \int_{s_0}^{s} K \cdot dx = -\int_{s}^{s_0} K \cdot dx \tag{2-2b}$$

Das negative Vorzeichen vor B bzw. F bedeutet, daß B bzw. F den negativen Gradienten von W bzw. U entsprechen. Definiert man jetzt den positiven Gradienten von W bzw. U als B_d bzw. F_d, dann gilt

$$B_d = -B \qquad\qquad F_d = -F$$

Die Parameter F_d bzw. B_d werden später vor allem für die Anwendung des Verfahren von CROSS in Kaptitel 6 benötigt.

In Abb.2-6 sind die typischen Verläufe der Wartezeit W und des Grünzeitbedarfs B einer Signalgruppe mit den Verläufen der Potentialenergie U und der Federkraft F einer Feder schematisch gegenüber dargestellt. Hier ist hervorzuheben, daß der "Grünzeitbedarf B" mit zunehmender Grünzeit G abnimmt. Dasselbe gilt für die Federkraft F gegenüber der

Federlänge *s*. Bei festgelegten Parametern l_F und *C* haben die beiden Gruppen vor allem die folgenden gleichen Eigenschaften:

1. *B* und *F* sind monoton fallend, d.h.: $f'(G) < 0$ und $f'(s) < 0$
2. *W* und *U* sind streng konvex, d.h.: $f''(G) > 0$ und $f''(s) > 0$

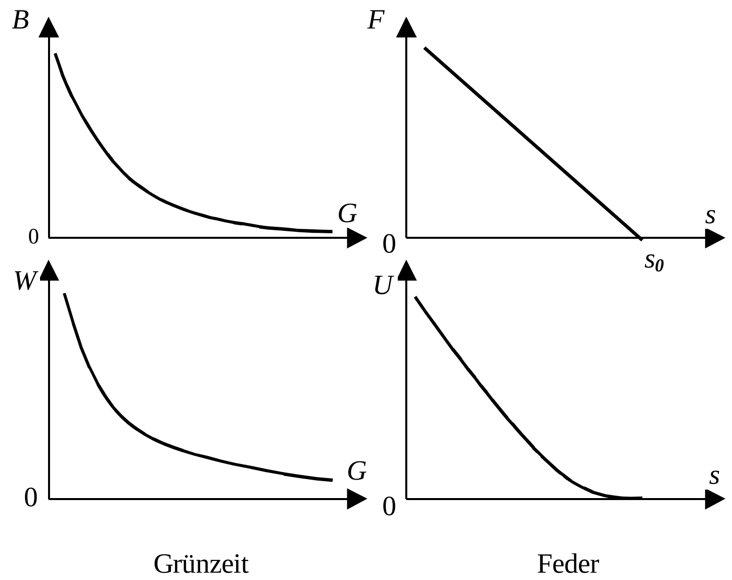


Abb.2-6: Verlauf der Wartezeit *W*, des Grünzeitbedarfs *B*, der Potentialenergie *U* und der Federkraft *F*

Die Konvexität der Wartezeitfunktion (Engergiefunktion) zur Grünzeit *G* ist eine hinreichende aber nicht notwendige Bedingung dafür, daß die Optimierung über *G* eindeutig und konvergent ist.

Nach der oben definierten Analogie kann jetzt jeder Signalzeitenplan wie ein System aus miteinander verbundenen Federn betrachtet werden. Die Federn können seriell hintereinander oder parallel nebeneinander verbunden (geschaltet) werden. Die Anordnung solcher Federn (in der Analogie: Signalgruppen im Signalzeitenplan) sind durch die Phasenfolge (zeitliche Reihenfolge für die Schaltung der Signalgruppen) und durch die Restriktionen zwischen den Signalgruppen (Zwischenzeiten, Vor- und Zugabezeiten etc.) eindeutig definierbar.

2.5 Definition der Signalstruktur

Das einfachste Beispiel dieser Analogie ist ein Signalzeitenplan mit zwei nicht miteinander verträglichen und gegeneinander konkurrierenden Signalgruppen. Dieses Beispiel ist in der Abb.2-7 dargestellt. Dabei sind G_1 und G_2 die Grünzeiten der beiden Signalgruppen, tz_0, tz_1 und tz_2 die Zwischenzeiten zwischen den Signalgruppen und *C* die Umlaufzeit. Entsprechend kann das Feder-System mit s_1, s_2 (Länge der Federn), lz_0, lz_1, lz_2 (starre oder verschiebbare Verbindungen zwischen den Federn) und *L* (gesamte Länge des Feder-Systems) dargestellt werden. Das Feder-System wird als eine lineare Struktur betrachtet. Die Struktur des Feder-Systems (entspr. der Struktur des Signalzeitenplans) kann mit den Anfangs- und Endpunkten der Umlauf- und Grünzeiten vollständig definiert werden (vgl. Abb.2-8). Die Struktur hat dementsprechend insgesamt $2 \cdot 2 + 2 = 6$ Freiheitsgrade. Es gibt im allgemeinen für einen Signalzeitenplan mit n_G Signalgruppen insgesamt $n_G \cdot 2 + 2$ Freiheitsgrade. Zur Beschreibung des Systemzustandes müssen genau so vielen Variablen definiert werden.

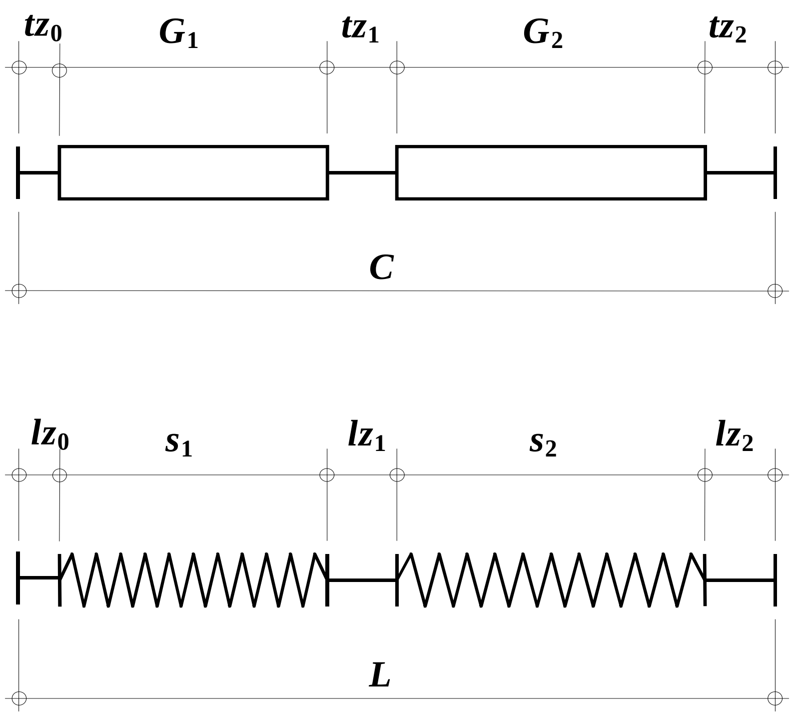


Abb. 2-7: Definition eines Signalzeitenplans und eines Federsystems

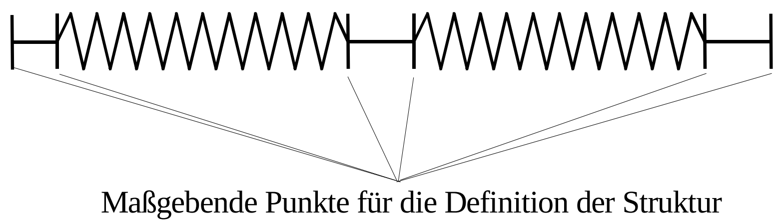


Abb. 2-8: Maßgebende Punkte für die Definition der Struktur eines Federsystems

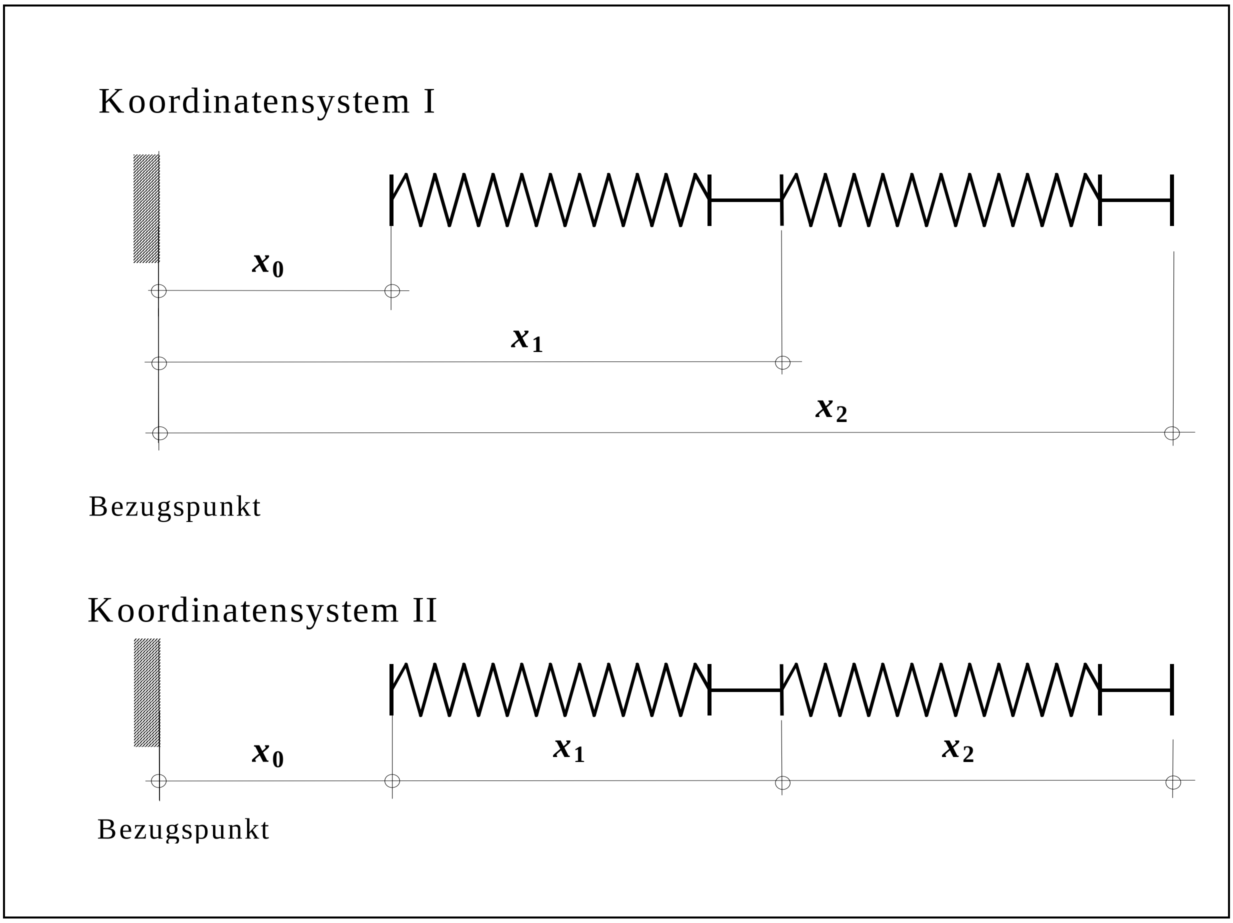
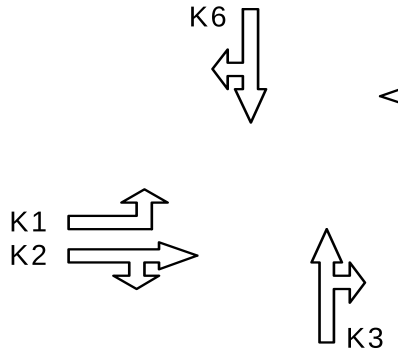


Abb. 2-9: Wahl des Koordinatensystems zur Definition eines Federsystems

Da die Zwischenzeiten tz_0, tz_1 und tz_2 (entspr. lz_0, lz_1, und lz_2) in der Regel als konstante Werte betrachtet werden, weist das Feder-System eigentlich nur 3 Freiheitsgrade auf (die Anfangs- und Endposition des Umlaufs und die Position der Verbindung zwischen den beiden Federn). D.h., man kann mit 3 Variablen die Positionen der Verbindungen zwischen den Federn festlegen und damit die Struktur des Feder-Systems vollständig beschreiben. Die Bezugspunkte dieser Variablen können beliebig definiert werden. Abb.2-9 zeigt zwei Möglichkeiten der gewählten Koordinatensysteme. In beiden Fällen legt die Variable x_0 lediglich den Anfangspunkt des Umlaufs fest. Sie kann beliebig gewählt werden und bleibt während der Optimierung konstant. Demnach ist das Feder-System nur von den beiden Variablen x_1 und x_2 abhängig und es besitzt demnach nur zwei Freiheitsgrade.

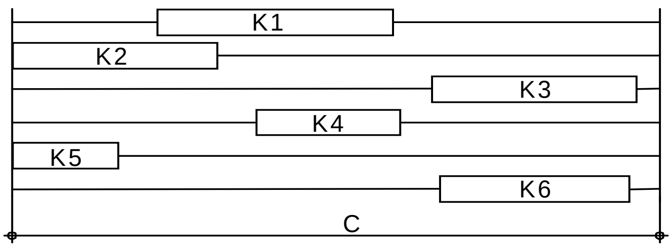
Signalgruppen



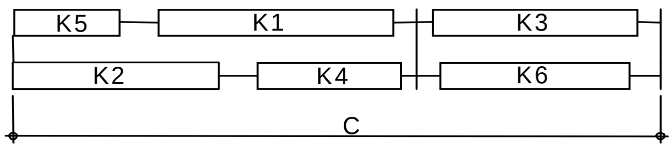
	K1	K2	K3	K4	K5	K6
K1	-	-	x	-	x	x
K2	-	-	x	x	-	x
K3	x	x	-	x	x	-
K4	-	x	x	-	-	x
K5	x	-	x	-	-	x
K6	x	x	-	x	x	-

Verriegelungsmatrix der Signalgruppen
- =verträglich
x =nicht verträglich

Signalzeitenplan



Restriktion



Analogie

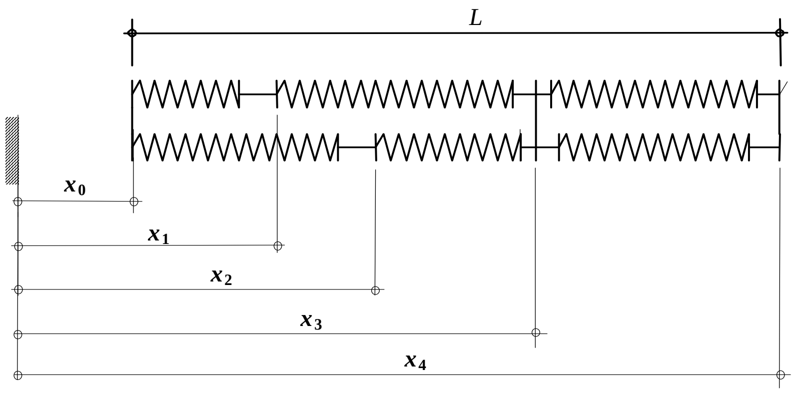


Abb. 2-10: Eine Analogie des Signalzeitenplans als ein Federsystem

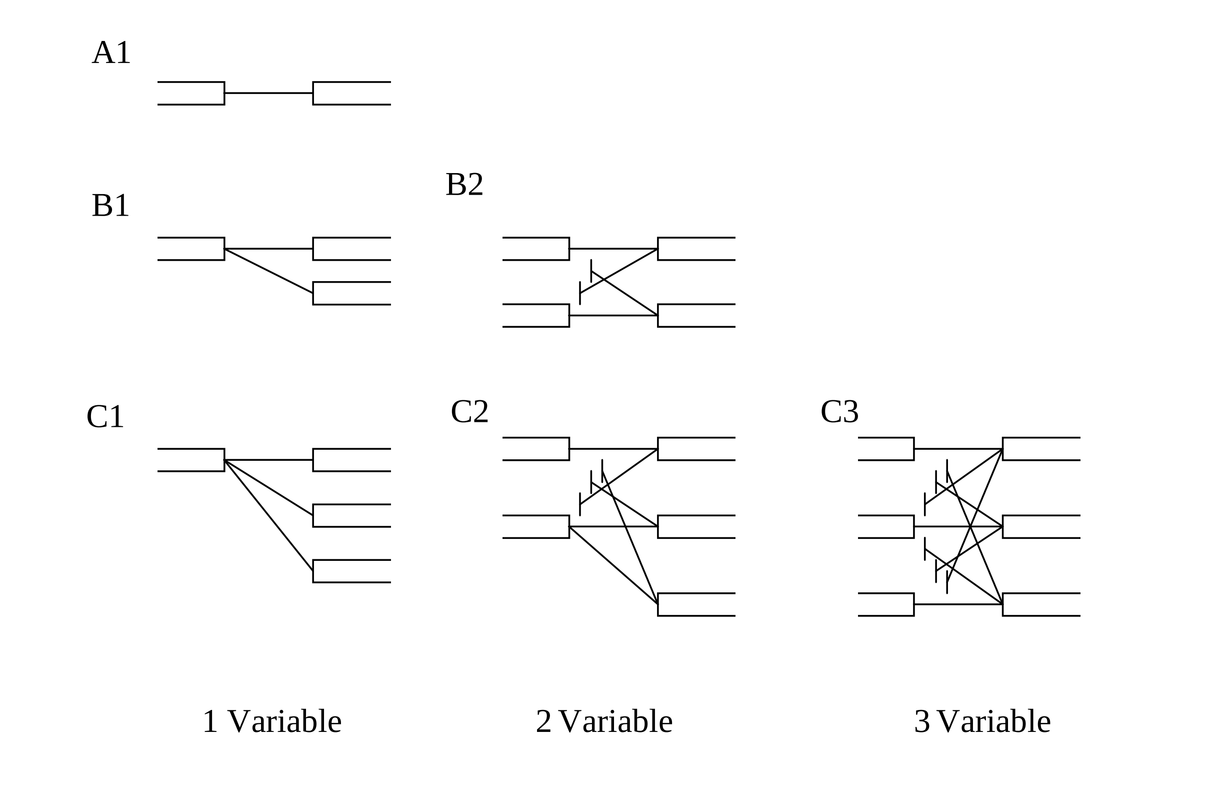


Abb.2-11: Anzahl der Freiheitsgrade der Restriktionen (entspr. der erforderlichen Anzahl der Variablen zur Definition der Phasenübergänge)

Ein realitätsnahes Beispiel zeigt der in Absatz 1 behandelte Modellknotenpunkt (vgl. Abb.2-10). Man gibt die Signalstruktur vor: Phase I mit den Signalgruppen K2 und K5, Phase II mit den Signalgruppen K1 und K4 und Phase III mit den Signalgruppen K3 und K6. Im Signalzeitenplan kann man erkennen, daß die Phasen I und II nicht streng abgegrenzt sind. Die Signalgruppe K1 hat sich z.B. über den Bereich der Phase II hinaus in die Phase I gedehnt und damit die Grünzeit der Signalgruppe K5 verdrängt. Dieser Signalzeitenplan kann ebenfalls durch seine Restriktionen als ein mechanisches (und konservatives) System mit 6 Federn dargestellt werden.

In diesem Feder-System kommen sowohl serielle als auch parallele Verbindungen der Federn (Signalgruppen) vor. Es stellt sich jedoch die Frage, wie viele Variablen nötig sind, um die Positionen der Verbindungen und dadurch die Struktur dieses Feder-Systems zu definieren. Es gibt maximal $6 \cdot 2 + 2 = 14$ mögliche Variablen, die zu bestimmen sind. Diese Variablen werden jedoch durch weitere Restriktionen (Zwischenzeiten, Festlegung der relativen Anfangszeiten der bedingt verträglichen Signalgruppen etc.) eingeschränkt. Man kann feststellen, daß die Position einer Verbindung im Sinne eines Feder-System, die n_1 Federn mit n_2 anderen Federn verbindet (entspr. einem Phasenübergang oder einem Teilphasenübergang von n_1 Signalgruppen nach n_2 anderen Signalgruppen), durch $\min(n_1, n_2)$ Variablen vollständig definiert ist (vgl. Abb.2-11). So hat das Feder-System des Beispiels einschließlich der Position des Umlaufs bis zu

$$
\begin{array}{ll}
 & 1 \text{ (für die Verbindung zwischen K5 und K1)} \\
+ & 1 \text{ (für die Verbindung zwischen K2 und K4)} \\
+ & 2 \text{ (für die Verbindung zwischen K1, K3, K4 und K6)} \\
+ & 2 \text{ (für die Verbindung zwischen K2, K3, K5 und K6)} \\
+ & 1 \text{ (für die Anfangsposition des Umlaufs)} \\
\hline
= & 7 \text{ Variable.}
\end{array}
$$

Legt man zusätzlich fest, daß die Signalgruppe K2 mit K5 und die Signalgruppe K3 mit K6 gleichzeitig freigegeben werden, dann können die Position der Verbindung zwischen K1, K3, K4 und K5 und die Position der Verbindung zwischen K2, K3, K5 und K6 auch jeweils mit nur einer Variablen definiert werden. Dann hat das Feder-System des Beispiels mit der Anfangsposition des Umlaufs 5 und ohne die Anfangsposition des Umlaufs 4 Variable.

Dieses mechanische System würde von sich aus durch Federkräfte nach dem Gleichgewichtszustand streben und dadurch würde die Summe seiner Gesamt-Potentialenergie (entspr. Summe der Wartezeiten) minimiert. Die Aufgabe zur Optimierung des Signalzeitenplans mit **14 Variablen** (Anfangs- und Ende-Positionen der 6 Signalgruppen und der Umlaufzeit) ist dadurch eine Aufgabe zur Ermittlung des Gleichgewichtszustandes eines mechanischen Systems mit **3 Variablen** (3 Verbindungen) bei festgelegter Umlaufzeit C oder **4 Variablen** (4 Verbindungen) bei veränderlichem C geworden. Die Art und Position der Verbindungen allein bestimmen die Struktur des Signalzeitenplans und sie sind demnach hinreichend zur Darstellung des Signalzeitenplans.

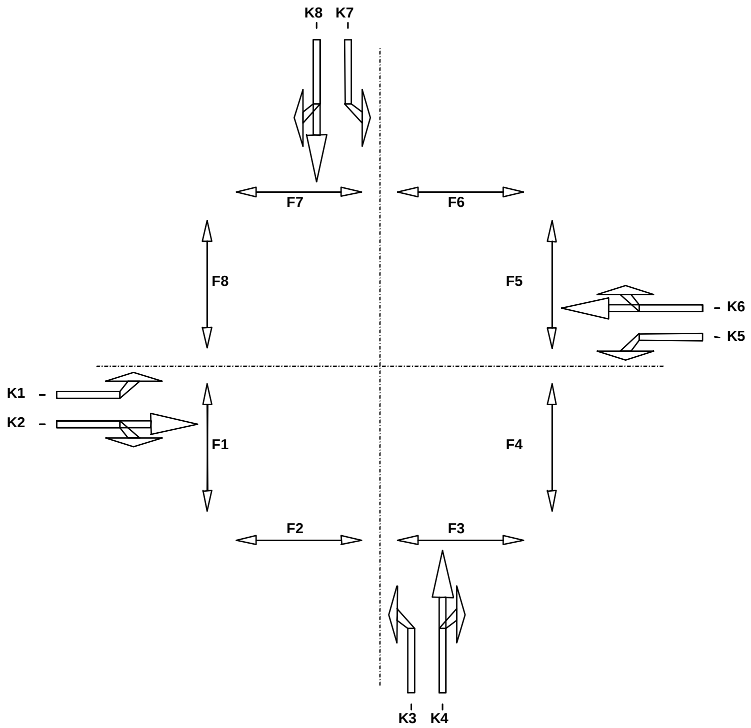
Die Ermittlung des Gleichgewichtszustandes setzt die Kenntnisse über die vorgegebenen Signalzeitenplanstruktur voraus. Den optimalen Signalzeitenplan findet man heraus, indem man alle möglichen Signalzeitenplanstrukturen durchprüft und diejenigen Strukturen (Phasen, Phasenfolge) herausfindet, die hinsichtlich der Zielgröße optimal sind. Die Aufstellung aller möglichen Signalzeitenplanstrukturen kann z.B. nach dem Verfahren von Tully (1976) erfolgen. Sie gehört nicht zum Umfang dieser Arbeit.

Die Ermittlung des Minimus der Funktion der Potentialenergie U ist im allgemeinen eine Aufgabe der nichtlinearen Optimierung. Die Funktion der Potentialenergie U (bzw. der Wartezeitfunktion W) weist eindeutig ein Minimum auf, wenn diese Funktion und die Funktionen der Potentialenergie der einzelnen Federn im mathematischen Sinne streng konvex sind (vgl. Allsop, 1971; Bronstein el. al., 1993). Bei festgelegter Umlaufzeit erfüllen die als Potentialenergie definierten Funktionen (Wartezeit etc.) bei festgelegter Umlaufzeit diese Bedingung für die Optimierung des Signalzeitenplans. So kann man davon ausgehen, daß eine eindeutige Lösung für die Optimierung des Signalzeitenplans unter dieser Bedingung gefunden werden kann. Bei Optimierung mit variierter Umlaufzeit ist die Wartezeitfunktion nicht konvex. Die Optimierung unter dieser Bedingung ist jedoch auch eindeutig und konvergent. Im Anhang A werden Nachweise erbracht, daß die gängigen Formeln zur Berechnung der mittleren Wartezeit sowohl bei fester als auch bei variierter Umlaufzeit C Funktionen sind, mit denen als Zielgrößen die Optimierung eindeutig und konvergent ist.

Im Anhang A wird der Nachweis für die Existenz und Konvergenz des Minimums auf eine anschauliche Weise erbracht. Dies ist im Zusammenhang mit dem Feder-System hergeleitet. So kann man die Eigenschaft des Feder-Systems bzw. des Signalzeitenplans besser analysieren und verstehen. Auch die Existenz und Konvergenz für die Minimierung der

Wartezeit mit der Umlaufzeit C als Variable werden dort nachgewiesen, obwohl die Wartezeit in der Ebene G-C nicht konvex ist.

Ein weiteres Beispiel mit insgesamt 8 Kraftfahrzeugsignalgruppen (K1 bis K8) und 8 Fußgängersignalgruppen (F1 bis F8) ist in der Abb.2-12 dargestellt. Die Restriktionen und die entsprechenden Verbindungen zwischen den Signalgruppen sind in der Abb.2-13 abgebildet.



	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8
K1	-	-	x	x	-	x	x	x	x	-	-	-	-	x	-	-
K2	-	-	x	x	x	-	x	x	x	b	-	x	-	-	-	-
K3	x	x	-	-	x	x	-	x	-	-	x	-	-	-	-	x
K4	x	x	-	-	x	x	x	x	-	-	x	-	-	x	-	-
K5	-	x	x	x	-	-	x	x	-	x	-	-	x	-	-	-
K6	x	-	x	x	-	-	x	x	-	-	-	-	x	b	-	x
K7	x	x	-	x	x	x	-	-	-	-	-	x	-	-	x	-
K8	x	x	x	-	x	x	-	-	-	x	-	-	-	-	x	b
F1	x	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
F2	-	b	-	-	x	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-	-
F3	-	-	x	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
F4	-	x	-	b	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-
F5	-	-	-	-	x	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
F6	x	-	-	x	-	b	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
F7	-	-	-	-	-	-	x	x	-	-	-	-	-	-	-	-
F8	-	-	x	-	-	x	-	b	-	-	-	-	-	-	-	-

Verriegelungsmatrix

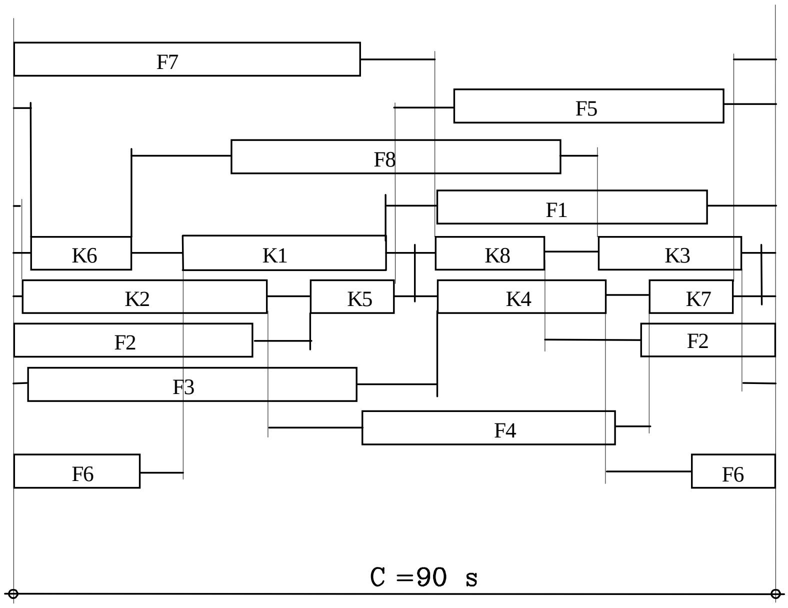
- =verträglich   b =bedingt verträglich   x = nicht verträglich

Abb.2-12: Einteilung der Signalgruppen eines Beispielknotenpunktes

Dieses Beispiel enthält praktisch alle Signalgruppen, die an einem isolierten Knotenpunkt ohne ÖPNV-Fahrbeziehungen vorkommen können. Das Verbinden der Signalgruppen im Sinne eines Feder-Systems ist zwar ziemlich kompliziert aber es läßt sich systematisch durchführen. Das Feder-System dieses Beispiels hat insgesamt **5 Verbindungen** (6 Verbindungen bei veränderlicher Umlaufzeit *C*) gegenüber **16 Signalgruppen** bei dem zugehörigen Signalzeitenplan.

Man kann grundsätzlich davon ausgehen, daß jeder Signalzeitenplan als ein Feder-System dargestellt werden kann, bei dem die Anzahl der Verbindungen kleiner als die Anzahl der Signalgruppen ist.

Signalgruppen und Restriktionen:



Signalgruppen und Verbindungen

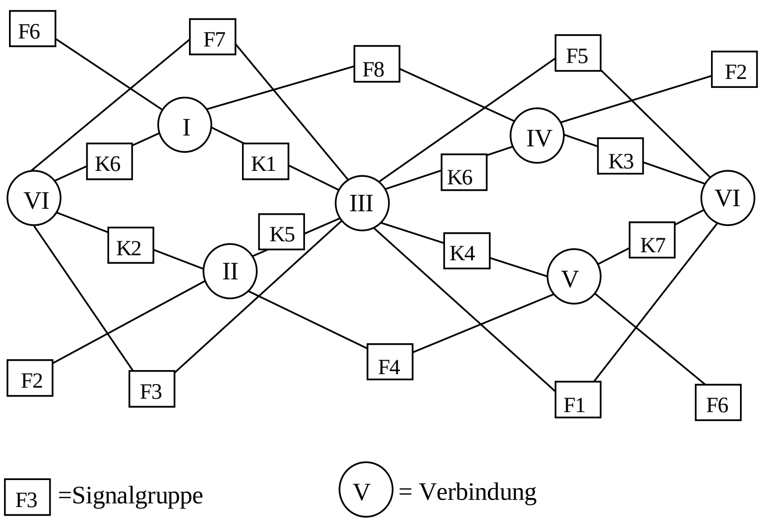


Abb.2-13: Restriktionen und Verbindungen zwischen den Signalgruppen am Beispielknotenpunkt

2.6 Signalzeitenpläne über mehr als eine Umlaufzeit

Wenn die Verkehrsbedingungen (z.B.: die Verkehrsstärken der Zuflüsse und die Kapazitäten der Abflüsse) über die Zeit konstant bleiben, kann man die Signalzeitenpläne für alle Umlaufzeiten gleich gestalten. Man spricht im diesem Fall von stationären Verkehrsbedingungen. Unter stationären Verkehrsbedingungen ist ein optimaler Signalzeitenplan für einen Umlauf gleichzeitig auch für die anderen Umläufe optimal.

Falls die Verkehrsstärken der Zuflüsse von Umlauf zu Umlauf schwanken oder die Kapazitäten der Abflüsse durch anderen Fakten (z.B.: ÖPNV-Anforderungen, Unfälle, Pannen etc.) gestört werden, müssen die Signalzeitenpläne über mehrere Umlaufzeiten betrachtet werden. So können die Rückstaulängen, die durch die Schwankungen der Zuflüsse bzw. die Störungen der Abflüsse entstehen, rechtzeitig abgebaut werden. Man kann demnach mehrere hintereinander folgende Umläufe zusammen optimieren und sie den vorgegebenen Verkehrsbedingungen anpassen. Man kann die Umläufe vor oder nach der Schwankung der Zuflüsse bzw. der Störung der Abflüsse betrachten. Die Vorbeeinflussung und Nachbeeinflussung bei der ÖPNV-Anforderung ist ein Beispiel dieser Betrachtungsweise.

Wie viele Umläufe vor der Veränderung der Zuflüsse bzw. der Störung der Abflüsse betrachtet werden können und sollen, hängt davon ab, wie lange vorher diese Veränderung bzw. Störung bekannt ist. Normalerweise sollen hier 1 bis 2 Umläufe betrachtet werden. Die Anzahl der Umläufe, die nach der Veränderung der Zuflüsse bzw. der Störung der Abflüsse betrachtet werden sollen, kein aber beliebig sein.

Für das Beispiel in der Abb.2-10 wird ein Feder-System (Signalzeitenplan) über 2 Umläufe in der Abb.2-14 dargestellt. Signalzeitenpläne mit mehr als 2 Umläufen können entsprechend behandelt werden.

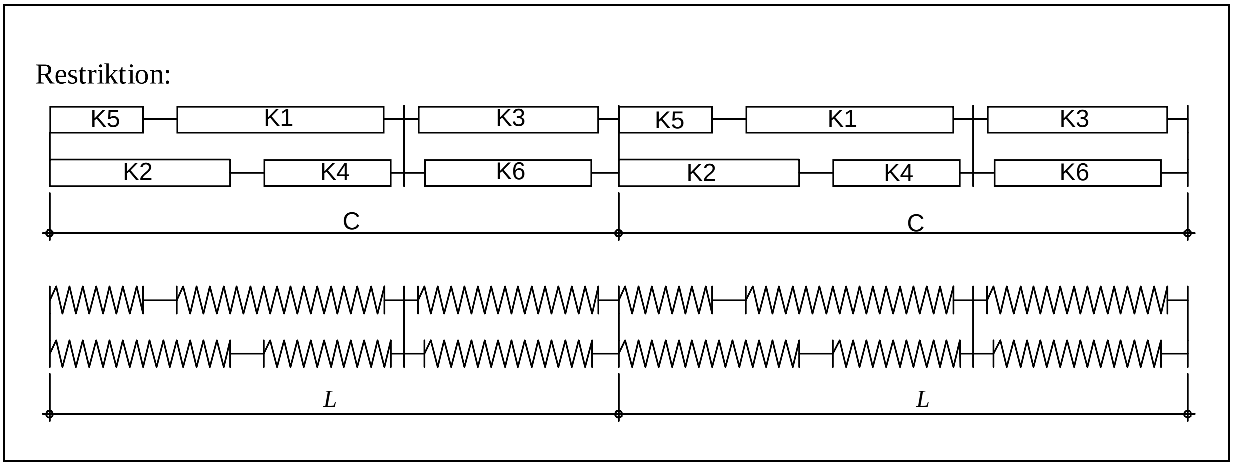


Abb. 2-14: Signalzeitenplan über 2 Umläufe

3 ZIELFUNKTIONEN FÜR DIE OPTIMIERUNG DES SIGNALZEITENPLANS EINES ISOLIERTEN KNOTENPUNKTES

3.1 Minimierung der Summe der Wartezeiten

Ziel der Optimierung ist: bei vorgegebenen Verkehrsstärken und Restriktionen soll die optimale Verteilung der Grünzeiten und die optimale Umlaufzeit so ausgesucht werden, daß die Summe der Wartezeiten der Fahrzeuge aller Signalgruppen minimiert wird. Die Funktion zur Berechnung der Wartezeit wird als die Zielfunktion (entspr. der Funktion der Potentialenergie) eingesetzt. Die Zielfunktion zur Minimierung der Summe der Wartezeiten lautet

$$U_g = W_g = \sum_{i=1}^{n} W_i(q_i, G_i, C) \quad . \qquad \textbf{(3-1)}$$

Die "Kraftfunktionen" der Signalgruppen, deren Gleichgewicht gesucht werden soll, sind die ersten negativen partiellen Ableitungen der Gl.3-1 nach der Grünzeit G_i:

$$F_i = B_i = -\frac{\partial W_g}{\partial G_i} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial W_i(q_i, G_i, C)}{\partial G_i} \qquad \textbf{(3-2a)}$$

und im Fall einer variierten Umlaufzeit die erste negative partielle Ableitung der Gl.3-1 nach der Umlaufzeit *C*:

$$F_C = B_C = -\frac{\partial W_g}{\partial C} = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial W_i(q_i, G_i, C)}{\partial C} \qquad \textbf{(3-2b)}$$

Die Steifigkeitszahlen der Signalgruppen sind die zweiten Ableitungen der Gl.3-1 nach der Grünzeit G_i:

$$K_i = M_i = -\frac{\partial B_i}{\partial G_i} = \frac{\partial^2 W_g}{\partial G_i^{\,2}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial W_i^{\,2}(q_i, G_i, C)}{\partial G_i^{\,2}} \qquad \textbf{(3-3a)}$$

und im Fall einer variierten Umlaufzeit die zweite partiellen Ableitung der Gl.3-1 nach der Umlaufzeit *C*:

$$K_C = M_C = -\frac{\partial B_C}{\partial C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 W_i(q_i, G_i, C)_i}{\partial C^2} \qquad \textbf{(3-3b)}$$

Die Parameter in den Gln.3-1 bis 3-3 lauten

n	= Anzahl der Signalgruppen
G_i	= Grünzeit der Signalgruppe *i*
C	= Umlaufzeit
$W_i(q_i,G_i,C)$	= $w_i(q_i,G_i,C)\cdot q_i$
	= Summe der Wartezeiten der Signalgruppe *i*
$w_i(q_i,G_i,C)$	= mittlere Wartezeit pro Fahrzeug der Signalgruppe *i*

q_i = Verkehrsstärke der Signalgruppe i

Die Nebenbedingungen für die Optimierung sind

1) $G_{\mathrm{i,min}} < G_i < G_{\mathrm{i,max}}$ und
2) $C_{\min} < C < C_{\max}$

Bei Verwendung der Wartezeit-Formel für stationäre Systeme (z.B. Formel von Webster (1958) oder Formel von Miller (1978)) muß noch die allgemeine Stationaritätsbedingung für Warteschlangensysteme (Auslastungsgrad $x < 1$) gelten, die mit den hier verwendeten Bezeichnungen lautet:

3) $q_{s,i} \cdot G_i > q_i \cdot C$

mit $q_{s,i}$ = Sättigungsverkehrsstärke der Signalgruppe i

Außerdem müssen alle verkehrstechnischen Restriktionen für den Signalzeitenplan (Zwischenzeiten, Vorläufe der Fußgängersignale etc.) bei der Optimierung eingehalten werden.

Alle gängigen Formeln (Webster 1958, Miller 1968, Akcelik 1980, Kimber-Hollis 1979, Wu 1990 etc.) zur Berechnung der Wartezeit $W_i(q_i,G_i,C)$ erfüllen über das Intervall ($[0,C]$) die Bedingung (Nachweis siehe Anhang A):

$$\frac{\partial^2 W_i(q_i, G_i, C)}{\partial G_i} > 0$$

D.h., die Wartezeitfunktionen sind zu der Grünzeit G konvex. Die Optimierung der Zielfunktion (Gl.3-1) kann demnach nach der optimalen Verteilung der Grünzeiten $G_{i,opt}$ bei festgelegter Umlaufzeit C durchgeführt werden.

Es kann nachgewiesen werden (vgl. Anhang B), daß die Wartezeitfunktionen zwar zu der Umlaufzeit C (mit fester Grünzeit G) konvex sind, d.h.,

$$\frac{\partial^2 W_i(q_i, G_i, C)}{\partial C^2} > 0$$

aber nicht zu der Ebene G-C konvex sind, weil die zweite gemischte partielle Ableitung von W nach G und C nicht positiv, d.h.,

$$\frac{\partial^2 W_i(q_i, G_i, C)}{\partial G_i \partial C} \leq 0$$

ist. Man kann jedoch nachweisen (vgl. Anhang B), daß die Funktion W die Bedingungen des Ansatzes A2 (siehe Anhang A) erfüllt. Demnach ist die Optimierung mit den Wartezeiten als Zielfunktion (Gl.3-1) auch bei variierter Umlaufzeit eindeutig und konvergent. Deshalb kann die Optimierung nach der optimalen Umlaufzeit C_{opt} mit optimal verteilten Grünzeiten $G_{i,opt}$ gleichzeitig durchgeführt werden.

3.2 Maximierung der Kapazitäten

Die Definition der Kapazität eines Signalzeitenplans nach Allsop (1980) kann sinngemäß wie folgt vereinfacht beschrieben werden:

Die Kapazität eines Signalzeitenplans wird ausgedrückt durch die Kapazitätsreserve derjenigen Signalgruppe, die im Vergleich zu Reserven aller anderen Signalgruppen die kleinste Leistungsreserve besitzt. D.h.:

$$\mathit{Kapazit\ddot{a}t} \sim \min\left(1 - \frac{q_s \bullet G_i}{q_i \bullet C}\right) \bullet 100 \qquad [\%]$$

Daraus folgt: die Maximierung der Kapazität ist im Grund nichts anderes als die proportionale Verteilung der Grünzeiten zu den maßgebenden Verkehrsstärken. Um die Kapazität zu maximieren, müssen die Reserven aller Signalgruppen möglichst gleich gehalten werden. Man kann die Maximierung der Kapazität demnach auch als die Harmonisierung der Reserven oder - mit anderen Worten - die Harmonisierung der Auslastungsgrade der Signalgruppen betrachten. Diese Harmonisierung wird meistens nur unter den Signalgruppen des Hauptsperrzyklus gesucht. Die Grünzeiten der Nebensperrzyklen werden nachher proportional zu den zugehörigen Verkehrsstärken verteilt (vgl. Möller, 1987). Die Harmonisierung der Auslastungsgrade kann auch als der Gleichgewichtszustand der Auslastungsgrade verstanden werden. D.h.: der Gleichgewichtszustand der Auslastungsgrade der maßgebenden Signalgruppen wird gesucht. Demnach kann die Maximierung der Kapazität als die Ermittlung des Gleichgewichtszustandes der Kräfte

$$F_i(q_i, G_i, C)_{critical} = -\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\bigg|_{critical} = -a_{i,critical} \qquad \textbf{(3-4)}$$

mit $a_{i,critical}$ = Auslastungsgrad der maßgebenden Signalgruppe *i*

Der Index "critical" bedeutet: In die Betrachtung werden nur solche Signalgruppen *i* einbezogen, die zum Hauptsperrzyklus gehören. Dies sind diejenigen Signalgruppen, die

1. zwingend nacheinander freigegeben werden müssen und
2. die längste erforderliche Umlaufzeit gegenüber alle anderen möglichen Sperrzyklen erzeugen.

Um das Suchen der maßgebenden Signalgruppen des Hauptsperrzyklus zu umgehen, kann anstatt der Gl.3-4 eine modifizierte Kraftfunktion für alle Signalgruppen wie folgt eingesetzt werden:

$$F_i(q_i, G_i, C) = \left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\right)^{m_p} = (a_i)^{m_p} \qquad \textbf{(3-5)}$$

mit a_i = Auslastungsgrad der Signalgruppe *i*
m_p =2,3,...∞

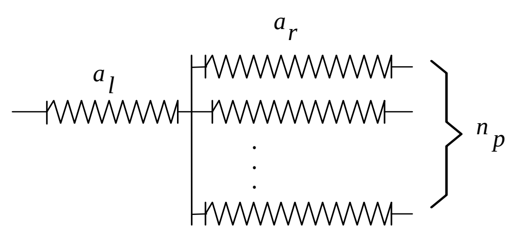


Abb.3-1: Verbindung einer Signalgruppe mit mehreren Signalgruppen

Mit der Potenzierung der Auslastungsgrade a_i werden Auswirkung der "Kräfte" der parallel verbundenen und nicht-maßgebenden Signalgruppen gegenüber den maßgebenden Signalgruppen so unterdrückt, daß die maßgebenden Signalgruppen deutlich hervorgehoben werden. So werden die Auslastungsgrade der Signalgruppen in verschiedenen Stufen harmonisiert. Zuerst die maßgebenden, dann die unter-maßgebenden (Neben- und Untersperrzyklus) und so weiter. Jede Stufe der Harmonisierung der Auslastungsgrade hat nur geringfügige Einflüsse auf die anderen Stufen. Das Prinzip dieser Überlegung kann mit Hilfe der Abb.3-1. erläutert werden.

Es gilt für die Feder-Struktur in der Abb.3-1 mit den "Kräften" nach der Gl.3-5 die Gleichgewichtsbedingung:

$$a_l^{m_p} - n_p \cdot a_r^{m_p} = 0 \qquad \textbf{(3-6a)}$$

mit

a_l = Auslastungsgrad der linken Federung n

a_r = Auslastungsgrad des gesamten Federsystems auf der rechten Seite, besteht aus n_p Federn

Der Unterschied zwischen a_l und a_r soll bei der angestrebten Harmonisierung unter einer vorgegebenen Toleranz Δ gehalten werden. Aus Gründen des Gleichgewichts muß dann die folgende Bedingung eingehalten werden:

$$(a_r + \Delta)^{m_p} - n_p \cdot a_r^{m_p} = 0 \qquad \textbf{(3-6b)}$$

Für einen vorgegebenen Auslastungsgrad $a_r = a$ erhält man durch Logarithmieren und Auflösung nach m_p

$$m_p = \frac{\ln(n_p)}{\ln(a+\Delta) - \ln(a)} \qquad \textbf{(3-6c)}$$

mit a = zu erwartender Auslastungsgrad

n_p = Anzahl der parallel verbundenen Signalgruppen einschließlich der maßgebenden Signalgruppe

Δ = a_l - a_r

Wenn man den Modellknotenpunkt in Abb.2-10 als ein Beispiel nimmt, muß bei a=0.9 für eine Toleranz Δ= 0.01

$$m_p = \frac{\ln(2)}{\ln(0.9+0.01) - \ln(0.9)} = 62.7 \approx 60$$

gewählt werden. D.h.: bei einer 60-fachen Potenzierung des Auslastungsgrads a ist nur eine maximale Abweichung von 0,01 für den maßgebenden Auslastungsgrad $a_{critical}$ zu erwarten, wenn das Minimum der Größe U_g in Gl.3-7b ermittelt worden ist (Gleichgewichtsbedingung (3-6b) ist dann erfüllt).

Löst man die Gl.3-6c nach Δ auf, erhält man dann eine allgemeine Formal zur Abschätzung der Abweichung Δ bei der Harmonisierung der Auslastungsgrade a mit festgelegten Parametern n_p und m_p :

$$\Delta = (\sqrt[m_p]{n_p} - 1) \cdot a \qquad \textbf{(3-6d)}$$

Integriert man die Gl.3-5 über *a* (bei fester Umlaufzeit *C*) für alle *n* Signalgruppen, erhält man dann die Funktion der Potentialenergie für die Harmonisierung der Auslastungsgrade (vgl. Gl.2-2a):

$$\begin{aligned} U_g &= \sum_{i=1}^{n} U_i \\ &= -\sum_{i=1}^{n} \int_{G_0}^{G_i} F_i(q_i, G_i, C)\, dG_i \end{aligned} \qquad \textbf{(3-7a)}$$

Mit

$$F_i(q_i, G_i, C) = a_i^{\,m_p} = \left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\right)^{m_p}$$

erhält man dann

$$U_g = -\sum_{i=1}^{n} \int_{C}^{G_i} \left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\right)^{m_p} dG_i$$

Dieses Integral hat die Lösung

$$\begin{aligned} U_g &= \frac{1}{m_p - 1} \sum_{i=1}^{n} \left(\left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i}}\right)^{m_p} \cdot \frac{1}{G_i^{m_p - 1}} - \left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i}}\right)^{m_p} \cdot \frac{1}{C^{m_p - 1}} \right) \\ &= \frac{C^{m_p}}{m_p - 1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{q_i}{q_{s,i}}\right)^{m_p} \left(\frac{1}{G_i^{m_p - 1}} - \frac{1}{C^{m_p - 1}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \frac{G_i}{m_p - 1} \cdot (a_i)^{m_p} - \frac{C}{m_p - 1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{q_i}{q_{s,i}}\right)^{m_p} \end{aligned} \qquad \textbf{(3-7b)}$$

Diese Potentialenergie muß minimiert werden, damit die Auslastungsgrade auf möglichst gleiches Niveau gebracht werden.

Die "Steifigkeitzahl" der Signalgruppen zu der Grünzeit *G* sind die erste negative Ableitung der Gl.3-5 nach *G* (vgl.Gl.2-1):

$$\begin{aligned} K_i &= -\frac{\partial F_i}{\partial G_i} = -\left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\right)^{m_p} \\ &= -m_p \left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\right)^{m_p - 1} \cdot (-1) \frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i^{\,2}} \\ &= m_p \left(\frac{q_i \cdot C}{q_{s,i} \cdot G_i}\right)^{m_p} \frac{1}{G_i} \\ &= \frac{m_p}{G_i} (a_i)^{m_p} > 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(3-8)}$$

Es wird also der Gleichgewichtszustand (oder die Harmonisierung) der Werte der Auslastungsgrade hoch m_p gesucht. Die Potenzierung der Auslastungsgrade dient dazu, daß die Wirkung der Neben- und Untersperrzyklen auf den Hauptsperrzyklus möglichst gering gehalten wird. Bei m_p=60 beträgt die Abweichung ca. 1 Prozent.

Die Nebenbedingungen der Gl.3-7b sind identisch mit denen der Gl.3-1 bis 3-3.

Die Funktionen der Potentialenergie (Gl.3-7b) der einzelnen Signalgruppen erfüllen über das Intervall ([$0,C$]) die Bedingungen des Ansatzes A2 im Anhang A (Nachweis entfällt).

Die Minimierung der Zielfunktion (Gl.3-7b) kann nach der optimalen Verteilung der Grünzeiten $G_{i,opt}$ bei festgelegter Umlaufzeit C oder nach der optimalen Umlaufzeit C_{opt} mit optimal verteilten Grünzeiten $G_{i,opt}$ durchgeführt werden. Bei der Minimierung der Zielfunktion Gl.3-7 werden alle Auslastungsgrade harmonisiert. Es werden sowohl die Signalgruppen des Hauptsperrzyklus als auch die Signalgruppen aller Nebensperrzyklen in den Gleichgewichtszustand versetzt. Die Verteilung der Pufferzeiten ist daher nicht mehr nötig.

Die Kapazität ist dann im Sinne nach Allsop (s.o.)

$$\text{Kapazität} \sim (1 - \max(a_i))\cdot 100 \qquad [\%] \qquad \textbf{(3-9)}$$

mit

$\max(a_i)$ = Maximum des Auslastungsgrades über alle Signalgruppen

3.3 Harmonisierung der mittleren Wartezeiten der Signalgruppen

Bei der Harmonisierung der mittleren Wartezeiten kann ein Signalzeitenplan so entworfen werden, daß die Differenzen zwischen den mittleren Wartezeiten der einzelnen Signalgruppen so niedrig wie möglich gehalten werden. Dazu können zwei Vorgehensweisen eingesetzt werden:

1. Harmonisierung der mittleren Wartezeiten für die Sperrzyklen
2. Harmonisierung der mittleren Wartezeiten für alle Signalgruppen

Für die erste Vorgehensweise kann die gleiche Überlegung wie für die Maximierung der Kapazitäten (Harmonisierung der Auslastungsgrade) eingesetzt werden. Dazu kann die "Kraftfunktion" wie folgt verwendet werden:

$$F_i(q_i, G_i, C) = w_i(q_i, G_i, C)^{m_p} \qquad \textbf{(3-10)}$$

mit w_i = mittlere Wartezeit der Signalgruppe i

m_p=2, 3, ...∞

Die Funktion der Potentialenergie dieser "Kräfte" lautet dann (vgl. Gl.2-2a)

$$U_g = \sum_{i=1}^{n} U_i(q_i, G_i, C) = -\sum_{i=1}^{n} \int_C^G w_i(q_i, G_i, C)^{m_p}\, dG_i \qquad \textbf{(3-11)}$$

Man kann numerisch die Potentialfunktion für jede Signalgruppe im Intervall ([0,C]) berechnen mit der Randbedingung:

$$U_i(G_i)\Big|_{G_i = C} = const \qquad \textbf{(3-12)}$$

Es kann i.a. *const* = 0 gewählt werden, d.h. bei $G_i = C$ ist die Wartezeit an der Signalgruppe i gleich Null.

Bei einer vorgegebenen Toleranz Δ zwischen den mittleren Wartezeiten w muß man z.B.

$$m_p = \frac{\ln(n_p)}{\ln(w + \Delta) - \ln(w)} \qquad \textbf{(3-13)}$$

mit w = zu erwartende mittlere Wartezeit
n_p = Anzahl der parallel verbundenen Signalgruppen einschließlich der maßgebenden Signalgruppe

wählen (Herleitung: vgl. Gl.3-6).

Z. B.: wenn für den Knotenpunkt in der Abb.2-6 eine Toleranz Δ=1s für Abweichung der mittleren Wartezeiten an den einzelnen Signalgruppen bei einer zu erwartenden mittleren Wartezeiten w = 50s nicht überschritten werden darf, muß eine Potenz

$$m_p = \frac{\ln(2)}{\ln(50+1)-\ln(50)} \approx 35$$

eingesetzt werden. Demnach werden nach der Optimierung die Abweichungen der mittleren Wartezeiten der Signalgruppen in einem Sperrzyklus nicht über 1s liegen, wenn das Minimum der Größe U_g in Gl.3-11 ermittelt worden ist.

Die allgemeine Formel zur Abschätzung der Abweichung Δ bei der Harmonisierung der mittleren Wartezeiten w mit festgelegten Parametern n_p und m_p lautet (vgl. Gl.3-6d):

$$\Delta = (\sqrt[m_p]{n_p} - 1) \cdot w$$

Die Funktionen der Potentialenergie (Gl.3-11) der einzelnen Signalgruppen erfüllen über das Intervall ([$0,C$]) die Bedingungen des Ansatzes A2 (Nachweis entfällt). Die Nebenbedingungen der Gl.3-11 sind identisch mit denen der Gl.3-1.

Die Optimierung der Zielfunktion (Gl.3-11) kann nach der optimalen Verteilung der Grünzeiten $G_{i,opt}$ bei festgelegter Umlaufzeit C oder nach der optimalen Umlaufzeit C_{opt} mit optimal verteilten Grünzeiten $G_{i,opt}$ durchgeführt werden. Die Optimierung liefert einen Signalzeitenplan, bei dem die Differenzen der mittleren Wartezeiten des gleichen Sperrzyklus minimiert wurden. Die Differenzen zwischen den mittleren Wartezeiten der Signalgruppen verschiedener Sperrzyklen können jedoch große Werte annehmen.

Die Harmonisierung der mittleren Wartezeiten dieser Art liefert theoretisch ein ähnliches Ergebnis wie die Maximierung der Kapazitäten. Praktisch ist die Durchführung der Optimierung sehr schwierig, da die Integration der Gl.3-11 im allgemeinen nur numerisch möglich ist und dadurch sehr ungenau ist.

Man kann auch bei der Harmonisierung der mittleren Wartezeiten die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen den mittleren Wartezeiten aller n Signalgruppen als die Zielfunktion einsetzen. D.h.:

$$U_g = \sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}(w_k(G_k,C)-w_l(G_l,C))^2 = f(G_i,C) \qquad \textbf{(3-14)}$$

Bei einer numerischen Prüfung dieser Zielfunktion deutet sich an, daß ein Minimum im Intervall ([$0,C$]) existiert. D.h.: die Optimierung der Zielfunktion (Gl.3-14) kann nach der optimalen Verteilung der Grünzeiten $G_{i,opt}$ bei festgelegter Umlaufzeit C oder nach der optimalen Umlaufzeit C_{opt} mit optimal verteilten Grünzeiten $G_{i,opt}$ durchgeführt werden. Ein theoretischer Nachweis kann jedoch nicht erbracht werden.

Diese Harmonisierung der mittleren Wartezeiten liefert einen ausgeglichen Signalzeitenplan, bei dem an allen Signalgruppen die mittleren Wartezeiten im Sinne der Gl.3-14 als etwa gleich lang erwartet werden können.

3.4 Minimierung des Kraftstoffverbrauchs bzw. der Schadstoffemission

Die Zielfunktion kann i.a. wie folgt angegeben werden:

$$U_g = \sum_{i=1}^{n} (W_i(q_i, G_i, C) \bullet k1 + H_i(q_i, G_i, C) \bullet k2) \quad \textbf{(3-15)}$$

mit

mit	n	= Anzahl der Signalgruppen
	$W_i(q_i,G_i,C)$	= Summe der Wartezeiten der Signalgruppe i
		$= w_i(q_i,G_i,C)\cdot q_i$
	$w_i(q_i,G_i,C)$	= mittlere Wartezeit pro Fahrzeug an der Signalgruppe i
	$H_i(q_i,G_i,C)$	= Summe der Halte der Signalgruppe i
		$= h_i(q_i,G_i,C)\cdot q_i$
	$h_i(q_i,G_i,C)$	= Anzahl der Halte pro Fahrzeug an der Signalgruppe i
	$k1$	= Gewichtungsfaktor der Wartezeit
	$k2$	= Gewichtungsfaktor der Halte

Wenn der Kraftstoffverbrauch minimiert werden soll, wird für $k1$ bzw. $k2$ gesetzt:

$k1$ = Kraftstoffverbrauch pro Sekunde Wartezeit

$k2$ = Kraftstoffverbrauch pro Halt + Wiederanfahren .

Wenn einzelne Schadstoffkomponenten X minimiert werden sollen, wird für $k1$ bzw. $k2$ gesetzt:

$k1$ = Emission von Komponente X pro Sekunde Wartezeit

$k2$ = Emission von Komponente X pro Halt + Wiederanfahren .

Alle Nebenbedingungen und Voraussetzungen sind hier identisch mit der Gl.3-1. Die Optimierung (Minimierung) kann nach der Verteilung der Grünzeiten und nach der Umlaufzeit durchgeführt werden.

3.5 Minimierung der Umlaufzeit

Die minimale Umlaufzeit kann hier nur durch einen Umweg ermittelt werden. Dies wird im folgenden Kapitel 6 erläutert.

4 ERMITTLUNG DES GLEICHGEWICHTSZUSTANDS (DURCHFÜHRUNG DER OPTIMIERUNG) NACH DER RELAXATIONSMETHODE

Nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit gilt der Satz von Dirichlet (vgl. Lehmann, 1979, S.253)

> *Ein konservatives System ist mechanisch nur im Gleichgewicht, wenn für beliebige virtuelle Verschiebungen die virtuelle Änderung der Gesamt-Potentialenergie*
>
> $$\delta U_g = \Sigma\, \delta U_i = 0$$
>
> *ist.*

Für ein konservatives System mit n Freiheitsgraden ist dieser Satz von Dirichlet gleichbedeutend mit: Das Gleichgewicht ist erreicht, wenn

$$\frac{\partial U_g(x_i)}{\partial x_i} = 0 \qquad i = 1 \text{ bis } n \qquad \textbf{(4-1)}$$

mit x_i = Koordinaten des *i*-ten Freiheitsgrades

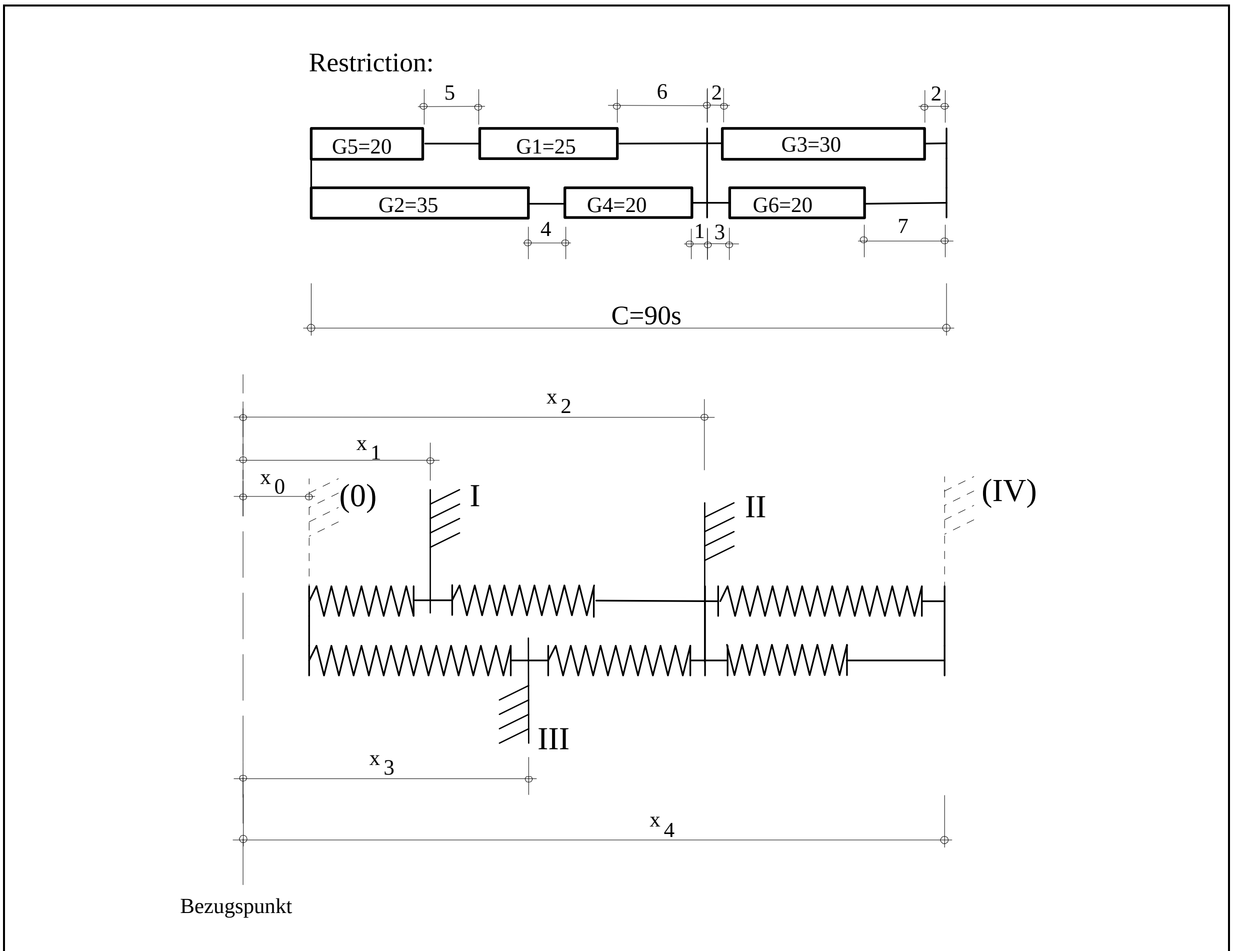


Abb.4-1: Freiheitsgrad eines Signalzeitenplans

4.1 Lösungen unter der linearen Bedingung

Die Gl.4-1 ist nichts anderes als die Gleichgewichtsbedingung der konservativen Kräfte. Wenn alle Kräfte F_i dieses konservativen Systems proportional zu den Koordinaten x_i der Freiheitsgrade sind - wie dies z.B. bei mechanischen Federn der Fall ist - ist das Gleichungssystem Gl.4-1 nach jeder Kraft F_i und allen Koordinaten x_i lösbar. Bei der linearen Optimierung sind die Steifigkeitzahlen der Feder unabhängig von ihren Längen und damit auch unabhängig von den Koordinaten x_i. Gemäß der Vorgehensweise der Steifigkeitsmethode in der klassischen Baustatik (vgl. Beaufait, 1972; Krätzig, 1990) kann man zuerst die Freiheitsgrade mit fiktiven Einspannungen festhalten (vgl. Abb.4-1, Ziffer 0, I, II, III und IV) und dann die Versetzungen dieser Einspannungen für den Gleichgewichtszustand ermitteln. Die Koordinaten der Einspannungen sind hier gleich den Koordinaten der Freiheitsgrade. Es gilt unter der linearen Voraussetzung die Gleichgewichtsbedingung

$$\mathbf{F} + \mathbf{K} \cdot \Delta\mathbf{x} = \mathbf{0} \tag{4-2}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{pmatrix} = \text{Versetzungsvektor}$$

$$\Delta x_i = \text{Vesetzungder Einspannung } i$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K(x)} = \begin{bmatrix} K_{0,0} & K_{0,1} & \cdot & \cdot & K_{0,n} \\ K_{1,0} & K_{1,1} & \cdot & \cdot & K_{1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n,0} & K_{n,1} & \cdot & \cdot & K_{n,n} \end{bmatrix} = \text{Steifigkeitsmatrix} \tag{4-3}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F(x)} = \begin{pmatrix} F_0 \\ F_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & F_{0,1} & \cdot & \cdot & F_{0,4} \\ F_{1,0} & 0 & \cdot & \cdot & F_{1,4} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{4,0} & F_{4,1} & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} = \text{Kraftvektor} \tag{4-4}$$

$$\begin{aligned} F_{i,j}(x_0, x_1, \ldots x_n) &= -\sum_{k=1}^{n_{F\,i,j}} \frac{\partial U_k(x_0, x_1, \ldots x_n)}{\partial x_j} \\ &= \text{Kraft um die Einspannung } i \text{, die} \\ &\quad \text{durch die Einspannung } j \text{ verursacht wird} \\ n_{F_{i,j}} &= \text{Anzahl der Federn, die} \\ &\quad \text{die Einspannungen } i \text{ und } j \text{ verbinden} \\ U_k &= \text{Potentialenergie in der Feder } k \end{aligned} \tag{4-5}$$

$$
\begin{aligned}
F_i(x_0,x_1,...x_n) &= -\frac{\partial U_g(x_0,x_1,...x_n)}{\partial x_i} \\
&= -\sum_{k=1}^{n_{F_i}} \frac{\partial U_k(x_0,x_1,...x_n)}{\partial x_i} \\
&= \text{Kraft um die Einspannung } i \\
n_{F_i} &= \text{Anzahl der Federn, die} \\
&\quad \text{die Einspannung } i \text{ mit anderen} \\
&\quad \text{Einspannungen verbinden}
\end{aligned}
\qquad \textbf{(4-6)}
$$

$$
\begin{aligned}
K_{i,j}(x_0,x_1,...x_n) &= -\frac{\partial F_i(x_0,x_1,...x_n)}{\partial x_j} \\
&= \frac{\partial^2 U_g(x_0,x_1,...x_n)}{\partial x_i \partial x_j} \\
&= \sum_{k=1}^{n_{F_{i,j}}} \frac{\partial^2 U_k}{\partial x_i \partial x_j} \\
&= \text{Änderung der Kraft um die Einspannung } i \text{ durch eine} \\
&\quad \text{Einheitsversetzung } (\Delta x_j \text{ gleich } 1) \text{ der Einspannung } j \\
&(= const. \text{ bei linearer Optimierung})
\end{aligned}
\qquad \textbf{(4-7)}
$$

$$
\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{pmatrix} = \text{Koordinatenvektor der Einspannungen}
$$

Es folgt

$$
\begin{aligned}
\mathbf{K} \cdot \Delta\mathbf{x} &= -\mathbf{F} \\
\Delta\mathbf{x} &= \mathbf{K}^{-1} \cdot (-\mathbf{F}) \\
&= \mathbf{D} \cdot (-\mathbf{F})
\end{aligned}
\qquad \textbf{(4-8)}
$$

mit

$$
\mathbf{D} = \mathbf{D(x)} = \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} D_{0,0} & D_{0,1} & \cdot & \cdot & D_{0,n} \\ D_{1,0} & D_{1,1} & \cdot & \cdot & D_{1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ D_{n,0} & D_{n,1} & \cdot & \cdot & D_{n,n} \end{bmatrix} = \text{Flexibilitätsmatrix} \qquad \textbf{(4-9)}
$$

$$D_{i,j} = \frac{\partial x_i}{\partial F_j}$$
$$= \text{Versetzung der Einspannung } i$$
$$\text{durch eine Einheitsänderung der Kraft } (\Delta F_j \text{ gleich } 1) \qquad \textbf{(4-10)}$$
$$\text{um die Einspannung } j$$
$$(= \mathit{const}.\text{ bei linearer Optimierung})$$

Die Koordinaten der Einspannungen unter dem Gleichgewichtszustand lauten dann

$$\mathbf{x}_{\mathrm{G}} = \mathbf{x}_{\mathrm{A}} + \Delta\mathbf{x}$$
mit
$$\mathbf{x}_{\mathrm{G}} = \text{Koordinatenvektor unter dem Gleichgewichtszustand} \qquad \textbf{(4-11)}$$
$$\mathbf{x}_{\mathrm{A}} = \text{Koordinatenvektor beim Ausgangszustand}$$

Bei der Ermittlung des Koordinatenvektors unter dem Gleichgewichtszustand $\mathbf{x}_{\mathrm{G}}$ (Gl.4-11) geht man davon aus, daß die Koordinaten der Einspannungen x_i frei wählbar sind. D.h.: auch die Abstände zwischen den Einspannungen sind beliebig. Dies trifft für einen Signalzeitenplan aber nicht zu, da die Abstände zwischen den Einspannungen die minimalen Werte nicht unterschreiten dürfen, die einerseits durch die Zwischenzeiten zwischen den Signalgruppen und andererseits durch die vorgegebenen Mindestumlauf- und Mindestgrünzeiten festgelegt werden. Diese minimalen Abstände zwischen den Einspannungen können in der Form einer Matrix angegeben werden:

$$\mathbf{A}_{\min} = \begin{bmatrix} A_{\text{min-}0,0} & A_{\text{min-}0,1} & \cdot & \cdot & A_{\text{min-}0,n} \\ A_{\text{min-}1,0} & A_{\text{min-}0,1} & \cdot & \cdot & A_{\text{min-}1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{\text{min-}n,0} & A_{\text{min-}n,1} & \cdot & \cdot & A_{\text{min-}n,n} \end{bmatrix}$$

$$\textbf{(4-12)}$$

$$A_{\text{min-}i,j} = \begin{cases} \text{Mindestabstand von der Einspannung } i \text{ zu der Einspannung } j & \text{bei festgelegten } A_{\min} \\ 0 & \text{ohne festgelegte } A_{\min} \end{cases}$$

Demnach muß der Koordinatenvektor unter dem Gleichgewichtszustand $\mathbf{x}_{\mathrm{G}}$ noch gemäß der Nebenbedingungen der Gl.4-12 überprüft werden, ob diese minimalen Werte zwischen den Einspannungen eingehalten sind. Wenn dies nicht der Fall ist, muß der Versetzungsvektor $\Delta\mathbf{x}$ dann entsprechend reduziert werden. Nimmt man an, daß der Koordinatenvektor beim Ausgangszustand $\mathbf{x}_{\mathrm{A}}$ solche Bedingungen erfüllt, d.h.:

$$x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j} \geq A_{\text{min-}i,j}$$

und schreibt man die Gl.4-11 in die folgende Form um

$$x_{\text{G-}i}{}^{*} = x_{\text{A-}i} + k_i \cdot \Delta x_i \qquad 0 \le k_i \le 1$$
$$= \text{Koordinaten der Einspannung } i \text{ unter dem Gleichgewichtszustand mit Berücksichtigung der zusätzlichen Bedingung der Gl.4-12} \quad , \qquad \textbf{(4-13)}$$

dann muß auch

$$x_{\text{G-}i} + x_{\text{G-}j} = x_{\text{A-}i} + k_i \cdot \Delta x_i - (x_{\text{A-}j} + k_j \cdot \Delta x_j) \ge A_{\text{min-}i,j} \qquad \textbf{(4-14)}$$

gelten.

Sortiert man diese Gleichung um, erhält man

$$k_i \cdot \Delta x_i - k_j \cdot \Delta x_j \ge A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})$$

Setzt man noch

$$0 \le k_{ij} = k_i = k_j \le 1$$

dann gilt

$$k_{ij} \cdot (\Delta x_i - \Delta x_j) \ge A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})$$

D.h.;

$$k_{ij} \ge \frac{A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j > 0 \qquad \textbf{(4-15.1)}$$

$$k_{ij} \le \frac{A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j < 0 \qquad \textbf{(4-15.2)}$$

$$k_{ij} = 1 \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j = 0 \qquad \textbf{(4-15.3)}$$

Da

$$A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j}) \le 0 \quad ,$$

ist die Ungleichung 4-15.1 immer erfüllt. Man kann demnach die Gl.4-15 reduzieren in

$$\begin{aligned} k_{ij} &= 1 && \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j \ge 0 \\ k_{ij} &\le \frac{A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} && \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j < 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(4-16)}$$

Da diese Bedingung über alle *i*-*j*-Beziehung erfüllt werden muß, muß man

$$k_{\text{max-}i} = k_{\text{max-}j} = \min(k_{ij}, (\text{ für } i = i, j \in n \text{ und } i \in n, j = j)) \qquad \textbf{(4-17)}$$

für alle *i* und *j* einsetzen. Der neue Koordinatenvektor der Einspannungen $\mathbf{x}_G{}^*$ ergibt sich dann aus der Gl.4-13.

Wenn die Bedingung $k_i = 1$ nicht für alle *i* erfüllt ist (d.h., $\mathbf{x}_G{}^*$=$\mathbf{x}_G$), ist der Gleichgewichtszustand wegen der Einhaltung der Nebenbedingungen (Gl.4-12) gestört worden. Dies bedeutet, daß die Koordinaten der Einspannungen, die unter dem Gleichgewichtszustand ermittelt wurden, nicht erreicht werden können. Der

Gleichgewichtszustand muß auf der Basis von $\mathbf{x}_G^*$ (d.h., es wird $\mathbf{x} = \mathbf{x}_A = \mathbf{x}_G^*$ eingesetzt) neu errechnet werden.

Bevor man den neuen Gleichgewichtszustand errechnen kann, muß man noch überprüfen, ob zwei hintereinander folgende Einspannungen wegen des vorgegebenen Mindestabstands zwischen den beiden Einspannungen praktisch fest zueinander gelegt sind. Die Bedingungen, die zu dieser Feststellung führen, sind

$$x_i - x_j = A_{\text{min-}i,j} \quad \text{und} \quad F_i > 0 \quad \text{und} \quad F_j < 0 \quad . \tag{4-18}$$

Diese Bedingungen bedeuten faktisch: der Abstand zwischen der Einspannung i und j entspricht dem vorgegebenen Mindestabstand; die beiden Einspannungen erfahren eigentlich größere Kräfte, die die Einspannungen ohne die vorgegebene Randbedingungen noch näher zueinander bringen würden.

Wenn zwei Einspannungen i und j als fest zueinander gehalten werden, müssen sie bei der Ermittlung des Gleichtgewichtszustands gleich stark versetzt werden. D.h. eine zusätzliche Bedingung

$$\Delta x_i = \Delta x_j$$

muß für das Gleichungssystem Gl.4-2 eingehalten werden.

Entsprechend kann man auch die maximalen Abstände zwischen den Einspannungen in der Form einer Matrix festlegen:

$$\mathbf{A}_{\max} = \begin{bmatrix} A_{\max\text{-}0,0} & A_{\max\text{-}0,1} & \cdot & \cdot & A_{\max\text{-}0,n} \\ A_{\max\text{-}1,0} & A_{\max\text{-}0,1} & \cdot & \cdot & A_{\max\text{-}1,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ A_{\max\text{-}n,0} & A_{\max\text{-}n,1} & \cdot & \cdot & A_{\max\text{-}n,n} \end{bmatrix} \tag{4-19}$$

$$A_{\max\text{-}i,j} = \begin{cases} \text{Maximaler Abstand von der} \\ \text{Einspannung } i \text{ zu der Einspannung } \; j & \text{bei festgelegten } A_{\max} \\ \infty & \text{ohne festgelegte } A_{\max} \end{cases}$$

Der Gleichgewichtszustand $\mathbf{x}_G$ muß noch gemäß dieser Nebenbedingung angepaßt werden. Bei einer Verletzung dieser Bedingungen muß der Versetzungsvektor $\Delta\mathbf{x}$ entsprechend reduziert werden. Nimmt man an, daß der Koordinatenvektor beim Ausgangszustand $\mathbf{x}_A$ solche Bedingungen erfüllt, d.h.:

$$x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j} \le A_{\max\text{-}i,j} \qquad ,$$

dann muß gemäß der Gl.4-13

$$x_{\text{G-}i} + x_{\text{G-}j} = x_{\text{A-}i} + k_i \cdot \Delta x_i - (x_{\text{A-}j} + k_j \cdot \Delta x_j) \le A_{\max\text{-}i,j} \tag{4-20}$$

gelten.

Sortiert man diese Gleichung um, erhält man dann

$$k_i \cdot \Delta x_i - k_j \cdot \Delta x_j \ge A_{\max\text{-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})$$

Setzt man noch

$$0 \le k_{ij} = k_i = k_j \le 1$$

dann gilt

$$k_{ij} \cdot (\Delta x_i - \Delta x_j) \ge A_{\text{max-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})$$

D.h.;

$$k_{ij} \le \frac{A_{\text{max-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j > 0 \qquad \textbf{(4-21.1)}$$

$$k_{ij} \ge \frac{A_{\text{max-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j < 0 \qquad \textbf{(4-21.2)}$$

$$k_{ij} = 1 \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j = 0 \qquad \textbf{(4-21.3)}$$

Da

$$A_{\text{max-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j}) \ge 0 \quad ,$$

ist die Ungleichung 4-21.2 immer erfüllt. Man kann demnach die Gl.4-21 reduzieren in

$$\begin{aligned} k_{ij} &\le \frac{A_{\text{max-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} && \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j > 0 \\ k_{ij} &= 1 && \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j \le 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(4-22)}$$

Da diese Bedingung über alle *i*-*j*-Beziehungen erfüllt werden muß, muß man

$$k_{\text{max-}i} = k_{\text{max-}j} = \min(k_{ij}, (\text{ für } i = i,\, j \in n \text{ und } i \in n,\, j = j)) \qquad \textbf{(4-23)}$$

für alle i und j einsetzen. Der neue Koordinatenvektor der Einspannungen $\mathbf{x}_G^*$ ergibt sich dann aus der Gl.4-13.

Wenn die Bedingung $k_i = 1$ nicht für alle i erfüllt ist (d.h., $\mathbf{x}_G^* = \mathbf{x}_G$), ist der Gleichgewichtszustand wegen der Einhaltung der Nebenbedingungen (Gl.4-19) gestört worden. Dies bedeutet, daß die Koordinaten der Einspannungen, die unter dem Gleichgewichtszustand ermittelt wurden, nicht erreicht werden können. Der Gleichgewichtszustand muß auf der Basis von $\mathbf{x}_G^*$ (d.h., es wird $\mathbf{x} = \mathbf{x}_A = \mathbf{x}_G^*$ eingesetzt) neu errechnet werden.

Bevor man den neuen Gleichgewichtszustand errechnen kann, muß man auch hier überprüfen, ob zwei hintereinander folgende Einspannungen wegen des vorgegebenen maximalen Abstands zwischen der beiden Einspannungen praktisch fest zueinander gelegt sind. Die Bedingungen, die zu dieser Feststellung führen, sind

$$x_i - x_j = A_{\text{max-}i,j} \quad \text{und} \quad F_i < 0 \quad \text{und} \quad F_j > 0 \quad . \qquad \textbf{(4-24)}$$

Diese Bedingungen bedeuten faktisch: der Abstand zwischen der Einspannung i und j entspricht dem vorgegebenen maximalen Abstand; die beiden Einspannungen erfahren eigentlich größere Kräfte, die die Einspannungen ohne die gesetzten Restriktionen noch weiter auseinander bringen würden.

Wenn zwei Einspannungen *i* und *j* als fest zueinander gehalten werden, müssen sie natürlich auch hier bei der Ermittlung des Gleichtgewichtszustands gleich versetzt werden. D.h. eine zusätzliche Bedingung für das Gleichungssystem Gl.4-2 ist zu beachten:

$$\Delta x_i = \Delta x_j$$

Faßt man die Nebenbedingungen für die Mindestabstände (Gl.4-15) und die Nebenbedingungen für die maximalen Abstände (Gl.4-22) zwischen den Einspannungen zusammen, erhält man

$$k_{ij} \le \frac{A_{\text{max-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j > 0$$

$$k_{ij} = 1 \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j = 0$$

$$k_{ij} \le \frac{A_{\text{min-}i,j} - (x_{\text{A-}i} - x_{\text{A-}j})}{\Delta x_i - \Delta x_j} \qquad \text{für } \Delta x_i - \Delta x_j < 0$$

und **(4-25)**

$$k_{\text{max-}i} = k_{\text{max-}j} = \min(k_{ij}, (\text{ für } i = i, j \in n \text{ und } i \in n, j = j))$$

Die Nebenbedingung, daß zwei Einspannungen zuerst temporär zueinander festgehalten werden, sind

$$x_i - x_j = A_{\text{min-}i,j} \quad \text{und} \quad F_i > 0 \quad \text{und} \quad F_j < 0$$

oder **(4-26)**

$$x_i - x_j = A_{\text{max-}i,j} \quad \text{und} \quad F_i < 0 \quad \text{und} \quad F_j > 0$$

Die Gl.4-8 wird wiederholt aufgelöst und dann auch den Nebenbedingungen (Gl.4-12 und Gl.4-19) geprüft, bis für alle *i* und *j* entweder

$$F_i = 0$$

oder

$$x_i - x_j = A_{\text{min-}i,j} \quad \text{und} \quad F_i > 0 \quad \text{und} \quad F_j < 0 \qquad \textbf{(4-27)}$$

oder

$$x_i - x_j = A_{\text{max-}i,j} \quad \text{und} \quad F_i < 0 \quad \text{und} \quad F_j > 0$$

erreicht wird.

4.2 Lösungen unter der nicht-linearen aber konvexen Bedingung oder unter den Bedingungen des Ansatzes A2

Für die nicht lineare aber konvexe Optimierung sowie für die Optimierung unter den Bedingungen des Ansatzes A2 im Anhang A ist die Steifigkeitsmatrix **K** bzw. die Flexibilitätsmatrix **D** der Feder von ihrer Länge abhängig und damit auch von den Koordinaten x_i der Freiheitsgrade abhängig. Demnach können Versetzungen der Koordinaten x_i nicht direkt ermittelt werden. Wenn man die Funktion der Potentialenergie der Feder jeweils bei ihrer aktuellen Länge - d.h. die Einspannungen mit ihren aktuellen Koordinaten - als linear betrachtet, kann man die Versetzungen der Koordinaten iterativ ermitteln.

Betrachtet man die Funktionen der Potentialenergie in der Nähe der Anfangswerte für die Koordinaten x_i als linear, dann lautet die erste Schritt der Iteration:

$$\Delta\mathbf{x}^1 = \mathbf{D}^0 \cdot (-\mathbf{F}^0) \tag{4-28}$$

$$\mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^0 + \Delta\mathbf{x}^1 \tag{4-29}$$

mit

$$\mathbf{F}^0 = \mathbf{F}(\mathbf{x}^0)$$

$$= \text{Kraftvektor bei} \, \mathbf{x} = \mathbf{x}^0$$

$$\mathbf{D}^0 = (\mathbf{K}^0)^{-1}$$

$$= \text{Flexibilitätsmatrix bei } x = x^0$$

^{0} = Index für die Anfangswerte

Die k-te Iteration lautet

$$\Delta\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{D}^k \cdot \mathbf{F}^k \tag{4-30}$$

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \Delta\mathbf{x}^{k+1} \tag{4-31}$$

Unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen für die Mindest- und maximalen Abstände zwischen den Einspannungen (G4.4-12 und 4-19) muß man dann überprüfen, ob der aus der Gl.4-31 errechnete Versetzungsfaktor $\Delta\mathbf{x}^{k+1}$ zulässig ist. Wenn dies nicht der Fall ist, muß $\Delta\mathbf{x}^{k+1}$ entsprechend reduziert werden. D.h., man setzt jetzt

$$x_i^{k+1} = x_i^k + k_i^{k+1} \cdot \Delta x_i^{k+1} \qquad \text{für } i\text{=0 bis } n \tag{4-32}$$

als die Elemente des neuen Koordinatenvektors $\Delta\mathbf{x}^{k+1}$. Der Reduzierungsfaktor k_i^{k+1} wird nach der Gl.4-25 berechnet. Anschließend muß noch überprüft werden, ob irgend welche zwei Einspannungen gemäß der Gl.4-26 als miteinander festverbunden betrachtet werden. Wenn dies der Fall ist, werden die Versetzungen der beiden Einspannungen bei dem nächsten Iterationsschritt gleich gesetzt.

Die Iteration soll so lange durchgeführt werden, bis für alle Koordinaten der Einspannungen der Term $k_i^{k+1} \cdot \Delta x_i^{k+1}$ eine vorgegebene Grenze ε unterschreitet. Für die Optimierung der Signalzeitenpläne kann ε=1 s eingesetzt werden.

Die fiktiven Kräften (Grünzeitbedarf) eines Signalzeitenplans mit der Zielfunktion als Gesamt-Potentialenergie (vgl. Kapitel 3) erfüllen die Bedingung der Linearität nicht. Die meisten Wartezeitformeln sind z.B. hochgradig nicht-lineare Funktionen. Manche enthalten sogar transzendente Funktionen (Formel von Miller, Catling etc.). Die analytische Lösung der Gl.4-1 ist demnach sehr schwer zu finden, falls dies nicht sogar unmöglich ist. Für die Optimierung mit der Summe der Wartezeiten aller Signalgruppen als Zielfunktion muß man vor allem bei der Iteration die zweite Ableitung der Wartezeitfunktion ermitteln. Demnach kann die Optimierung für die Lichtsignalanlagen nur numerisch mit Hilfe von EDV-Anlagen realisiert werden.

5 STEIFIGKEITSMATRIX UND KRAFTVEKTOR DER SIGNALZEITENPLÄNE

Um den Zusammenhang der Signalgruppen mit der Steifigkeitsmatrix **K** und mit dem Kraftvektor **F** darzustellen, werden im folgenden anhand des Beispiels in der Abb.4-1 die einzelnen Elemente der Matrix **K** und des Vektors **F** abgeleitet. Diesem Beispiel liegt die in der Abb.2-10 dargestellte Kreuzung zugrunde.

5.1 Steifigkeitsmatrix und Kraftvektor für einen Umlauf

In der Abb.4-1 ist der Signalzeitenplan über eine Umlaufzeit und die entsprechende Analogie als ein Feder-System dargestellt. Betrachtet man verallgemeinernd den Anfangs- und Endpunkt einer Umlaufzeit auch als Einspannungen, besitzt der Signalzeitenplan des Beispiels insgesamt 5 Einspannungen. Die Steifigkeitsmatrix lautet dann

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{0,0} & K_{0,1} & K_{0,2} & K_{0,3} & K_{0,4} \\ K_{1,0} & K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & K_{1,4} \\ K_{2,0} & K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} \\ K_{3,0} & K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} \\ K_{4,0} & K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} \end{bmatrix}$$

und der Kraftvektor lautet

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}$$

Sollte die Minimierung der Summe der Wartezeiten als das Ziel der Optimierung betrachtet werden, dann sind hier **K** und **F** Funktionen von der Summe der Wartezeiten. Die Summe der Wartezeiten ist im allgemeinen von der Länge der Umlaufzeit C, den Längen der Grünzeiten G_i , den Verkehrsstärken an den Signalgruppen q_i , und von den Zwischenzeiten zwischen den nicht verträglichen Signalgruppen tz_{ij} abhängig. Da hier die Zwischenzeiten tz_{ij} und die Verkehrstärken q_i als Konstanten vorgegeben sind, kann man die Summe der Wartezeiten als nur von der Umlaufzeit C und den Grünzeiten G_i abhängig betrachten. Die Summe der Wartezeiten kann somit dargestellt werden als

$$W_g = f(G_1, G_2, G_3, \ldots . G_n, C) \quad .$$

Andererseits sind die Längen der Grünzeiten G_i und die Länge der Umlaufzeit C Funktionen von den Koordinaten der Einspannungen x_i und den Zwischenzeiten tz_{ij} . Die Summe der Wartezeiten kann demnach auch als Funktion von den Koordinaten der Einspannungen x_i (tz_{ij} sind konstant) betrachtet werden:

$$W_g = f(x_0, x_1, x_2, \ldots . x_n)$$

wobei $x_0, x_1, x_2, ...x_n$ Koordinaten sind, die sich auf denselben Ursprungspunkt beziehen.

Es gilt im allgemeinen

$$F_i = -\frac{\partial W_g}{\partial x_i} = -\sum_{k=1}^{n_G} \frac{\partial W_{Gk}}{\partial x_i}$$

n_G = Anzahl der Signalgruppen **(5-1)**

W_{Gk} = Wartezeit an der Signalgruppe k

und

$$K_{i,j} = -\frac{\partial F_i}{\partial x_j} = \frac{\partial^2 W_g}{\partial x_i \partial x_j} = \sum_{k=1}^{n_G} \frac{\partial^2 W_{Gk}}{\partial x_i \partial x_j} \qquad \textbf{(5-2)}$$

Die einzelnen Elemente der Matrix **K** und des Vektors **F** lauten dann in einzelnen:

$$\begin{aligned}
-F_0 &= \frac{\partial W_g(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4)}{\partial x_0} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(G_1,C)+W_{G2}(G_2,C)+W_{G3}(G_3,C)+W_{G4}(G_4,C)+W_{G5}(G_5,C)+W_{G6}(G_6,C)\big)}{\partial x_0} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0}+\frac{\partial\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_0}+\frac{\partial\big(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0}+\frac{\partial\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_0}+\frac{\partial\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_0}+\frac{\partial\big(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-F_1 &= \frac{\partial W_g(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4)}{\partial x_1} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(G_1,C)+W_{G2}(G_2,C)+W_{G3}(G_3,C)+W_{G4}(G_4,C)+W_{G5}(G_5,C)+W_{G6}(G_6,C)\big)}{\partial x_1} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_1}+\frac{\partial\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_1}+\frac{\partial\big(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_1}+\frac{\partial\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_1}+\frac{\partial\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_1}+\frac{\partial\big(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_1} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_1}+\frac{\partial\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-F_3 &= \frac{\partial W_g(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4)}{\partial x_3} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(G_1,C)+W_{G2}(G_2,C)+W_{G3}(G_3,C)+W_{G4}(G_4,C)+W_{G5}(G_5,C)+W_{G6}(G_6,C)\big)}{\partial x_3} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_3}+\frac{\partial\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_3}+\frac{\partial\big(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_3}+\frac{\partial\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_3}+\frac{\partial\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_3}+\frac{\partial\big(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_3} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_3}+\frac{\partial\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-F_4 &= \frac{\partial W_g(x_0,x_1,x_2,x_3,x_4)}{\partial x_4} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(G_1,C)+W_{G2}(G_2,C)+W_{G3}(G_3,C)+W_{G4}(G_4,C)+W_{G5}(G_5,C)+W_{G6}(G_6,C)\big)}{\partial x_4} \\
&= \frac{\partial\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_4}+\frac{\partial\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_4}+\frac{\partial\big(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_4}+\frac{\partial\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_4}+\frac{\partial\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_4}+\frac{\partial\big(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_4}
\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}
K_{0,0} &= -\frac{\partial F_0}{\partial x_0} \\
&= \frac{\partial^2\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0^{\,2}}+\frac{\partial^2\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_0^{\,2}}+\frac{\partial^2\big(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0^{\,2}}+\frac{\partial^2\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_0^{\,2}}+\frac{\partial^2\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_0^{\,2}}+\frac{\partial^2\big(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0^{\,2}} \\
K_{0,1} &= -\frac{\partial F_0}{\partial x_1} \\
&= \frac{\partial^2\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}+\frac{\partial^2\big(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}+\frac{\partial^2\big(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}+\frac{\partial^2\big(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}+\frac{\partial^2\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}+\frac{\partial^2\big(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1} \\
&= \frac{\partial^2\big(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}+\frac{\partial^2\big(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\big)}{\partial x_0 \partial x_1}
\end{aligned}$$

$$K_{0,2} = -\frac{\partial F_0}{\partial x_2}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_2}$$

$$K_{0,3} = -\frac{\partial F_0}{\partial x_3}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_3}$$

$$K_{0,4} = -\frac{\partial F_0}{\partial x_4}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_4} + \frac{\partial^2(W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_4} + \frac{\partial^2(W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_4} + \frac{\partial^2(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_0 \partial x_4} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_0 \partial x_4} + \frac{\partial^2(W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_0 \partial x_4}$$

$$K_{1,0} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_0}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_1 \partial x_0} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_1 \partial x_0}$$

$$K_{1,1} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_1}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_1^{\ 2}} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_1^{\ 2}}$$

$$K_{1,2} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_2}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_1 \partial x_2}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_1 \partial x_2}$$

$$K_{1,3} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_3}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_1 \partial x_3}$$
$$= 0$$

$$K_{1,4} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_4}$$
$$= \frac{\partial^2(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_1 \partial x_4} + \frac{\partial^2(W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_1 \partial x_4}$$

$$K_{2,0} = -\frac{\partial F_2}{\partial x_0}$$
$$= \frac{\partial(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_0} + \frac{\partial(W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_0} + \frac{\partial(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_2 \partial x_0} + \frac{\partial(W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_0}$$

$$K_{2,1} = -\frac{\partial F_2}{\partial x_1}$$
$$= \frac{\partial(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial(W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_2 \partial x_1} + \frac{\partial(W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_1}$$
$$= \frac{\partial(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_2 \partial x_1}$$

$$K_{2,2} = -\frac{\partial F_2}{\partial x_2} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2{}^2} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2{}^2} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_2{}^2} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2{}^2}$$

$$K_{2,3} = -\frac{\partial F_2}{\partial x_3} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_3} = \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_3}$$

$$K_{2,4} = -\frac{\partial F_2}{\partial x_4} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_4} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_4} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_4} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_2 \partial x_4}$$

$$K_{3,0} = -\frac{\partial F_3}{\partial x_0} = \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_0} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_0}$$

$$K_{3,1} = -\frac{\partial F_3}{\partial x_1} = \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_1} = 0$$

$$K_{3,2} = -\frac{\partial F_3}{\partial x_2} = \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_2} = \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_2}$$

$$K_{3,3} = -\frac{\partial F_3}{\partial x_3} = \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_3} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_3}$$

$$K_{3,4} = -\frac{\partial F_3}{\partial x_4} = \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_4} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_3 \partial x_4}$$

$$K_{4,0} = -\frac{\partial F_4}{\partial x_0} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_0} + \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_0} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_0} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_0} + \frac{\partial\left(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_0} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_0}$$

$$K_{4,1} = -\frac{\partial F_4}{\partial x_1} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1} + \frac{\partial\left(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_1}$$

$$K_{4,2} = -\frac{\partial F_4}{\partial x_2} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G2}(x_0,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G5}(x_0,x_1,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} = \frac{\partial\left(W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G3}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2} + \frac{\partial\left(W_{G6}(x_0,x_2,x_4)\right)}{\partial x_4 \partial x_2}$$

$$K_{4,3} = -\frac{\partial F_4}{\partial x_3}$$
$$= \frac{\partial (W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3} + \frac{\partial (W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3} + \frac{\partial (W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3} + \frac{\partial (W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3} + \frac{\partial (W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3} + \frac{\partial (W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3}$$
$$= \frac{\partial (W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3} + \frac{\partial (W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_4 \partial x_3}$$

$$K_{4,4} = -\frac{\partial F_4}{\partial x_4}$$
$$= \frac{\partial (W_{G1}(x_0,x_1,x_2,x_4))}{\partial x_4^{\,2}} + \frac{\partial (W_{G2}(x_0,x_3,x_4))}{\partial x_4^{\,2}} + \frac{\partial (W_{G3}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_4^{\,2}} + \frac{\partial (W_{G4}(x_0,x_2,x_3,x_4))}{\partial x_4^{\,2}} + \frac{\partial (W_{G5}(x_0,x_1,x_4))}{\partial x_4^{\,2}} + \frac{\partial (W_{G6}(x_0,x_2,x_4))}{\partial x_4^{\,2}}$$

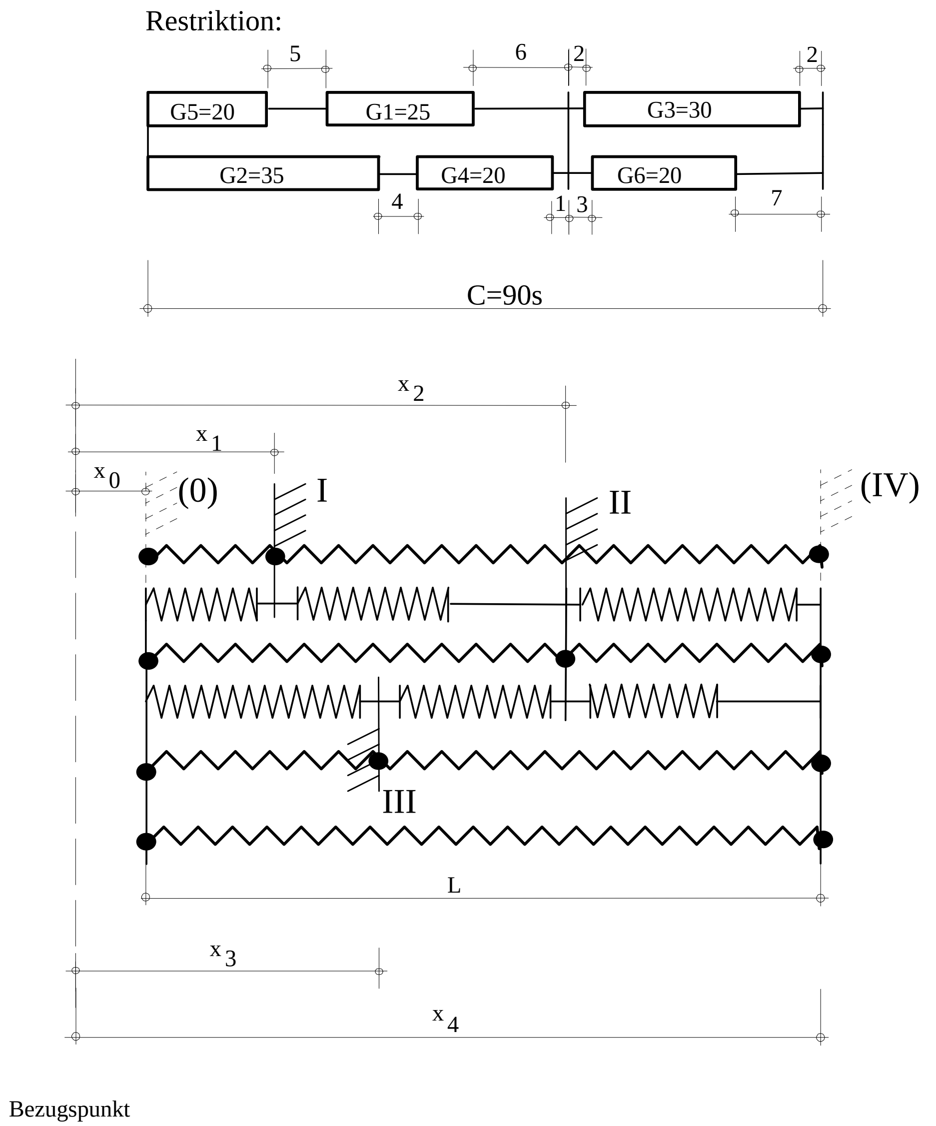


Abb.5-1: Restriktionen eines Signalzeitplans

Die Matrix **K** für das Beispiel lautet dann

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{0,0} & K_{0,1} & K_{0,2} & K_{0,3} & K_{0,4} \\ K_{1,0} & K_{1,1} & K_{1,2} & 0 & K_{1,4} \\ K_{2,0} & K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} \\ K_{3,0} & 0 & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} \\ K_{4,0} & K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} \end{bmatrix}$$

Man kann hier feststellen, daß sich die Versetzung der Einspannung 0 bzw. der Einspannung IV auch auf die Einspannung II und IV bzw. Einspannung 0 und III auswirkt ($K_{0,2} \neq 0$ und $K_{0,4} \neq 0$ bzw. $K_{4,0} \neq 0$ und $K_{4,3} \neq 0$), obwohl in der Abb.4-1 zwischen diesen Einspannungen keine Verbindungen vorhanden sind. Dies beruht auf der Tatsache, daß die Änderung der Umlaufzeit die Wartezeiten an allen Signalgruppen beeinflußt, obwohl die Grünzeiten der Signalgruppen unverändert bleiben. Folgerichtig müssen demnach auch Restriktionen im Feder-System ergänzt werden, die solchen Auswirkungen nachahmen. Das Feder-System muß dann wie das Feder-System aussehen, das in des Abb.5-1 dargestellt ist. Die zusätzlichen Verbindungen sind hier mit dünnen Federn (fette Linien) dargestellt. Die zusätzlichen Verbindungen drücken die Auswirkung der Umlaufzeitänderung auf die Wartezeiten an den einzelnen Signalgruppen aus. Bei Optimierung mit fester Umlaufzeit entfallen alle diesen zusätzlichen Verbindungen.

Im allgemeinen Fall können die Signalzeitenpläne in verschiedenen Umläufen als unterschiedlich betrachtet werden. Die Signalzeitenpläne können unterschiedliche Grün- und Umlaufzeiten aufweisen. Ein stets gleicher Ablauf der Signalzeitenpläne in jedem Umlauf ist in sofern als ein Sonderfall anzusehen.

Wenn man die Bedingungen des stationären Verkehrs voraussetzt, dann kann man davon ausgehen, daß auch die optimalen Signalzeitenpläne über die Zeit identisch sind. Ein für eine Umlaufzeit optimierter Signalzeitenplan ist dann gleichzeitig für alle Umlaufzeiten optimal. Die optimalen Signalzeitenpläne besitzen über die Zeit auch immer die gleiche Umlaufzeit. Der Zeitpunkt, zu dem die Umlaufzeit anfängt, ist in diesem Fall beliebig. Das bedeutet, daß das Feder-System in der Abb.4-1 oder Abb.5-1 statisch einfach unterbestimmt ist. Man kann dieses Feder-System der x-Achse (waagerecht) entlang beliebig verschieben und dadurch unendlich viele Optimierungsergebnisse erhalten. Um ein eindeutiges Ergebnis zu bekommen, muß eine zusätzliche Restriktion in diesem Federsystem definiert werden.

Setzt man hier den Anfangspunkt der Umlaufzeit als den Ursprungspunkt der Koordinaten x_i, dann ist $x_0 \equiv 0$ und $\Delta x_0 \equiv 0$ (entspr. festgehaltener Einspannung 0). Die Steifigkeitsmatrix **K** und der Kraftvektor **F** lauten demnach:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & 0 & K_{1,4} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} \\ 0 & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} \\ K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}$$

Man kann auch anstatt der Einspannung 0 eine andere beliebige Einspannung festhalten. Die dadurch entstandenen optimalen Signalzeitenpläne haben die gleichen Grün- und Umlaufzeiten und sind demnach verkehrstechnisch identisch.

Wenn man sowohl die Einspannung 0 als auch die Einspannung IV festhält - wie z.B. bei einer Optimierung mit einer festen Umlaufzeit - dann besitzt der Signalzeitenplan für das

Beispiel nur 3 Einspannungen ($x_0 \equiv 0,\ \Delta x_0 \equiv 0,\ x_4 = const$ und $x_4 \equiv 0$). Dann ist hier die Zielgröße W_g (Summe aller Wartezeiten) nur von den Koordinaten der Einspannungen I, II, und III abhängig. Die Matrix **K** und der Vektor **F** reduzieren sich in diesem Fall in

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & 0 \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} \\ 0 & K_{3,2} & K_{3,3} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}$$

5.2 Steifigkeitsmatrix und Kraftvektor für mehrere Umläufe

Wenn mehrere Umläufe mit verschiedenen Signalzeitenplänen (mit verschiedenen Strukturen oder mit gleichen Strukturen aber verschiedenen Grünzeiten) optimiert werden sollen, muß ein entsprechendes Feder-System über diesen Zeitabschnitt aufgebaut werden, das die Restriktionen und Zusammenhänge zwischen den Umläufen berücksichtigt. Geht man zuerst davon aus, daß die Änderung des Signalzeitenplans eines Umlaufs die Signalzeitenpläne anderer Umläufe nicht beeinflußt, dann kann man für ein Feder-System über zwei oder mehrere Umläufe die Steifigkeitsmatrix **K** und den Kraftvektor **F** herleiten. z. B.: für die Optimierung über zwei Umläufe (mit gleichen Strukturen der Signalzeitenpläne) mit insgesamt 9 Einspannungen lautet die Steifigkeitsmatrix (vgl. Abb.5-2)

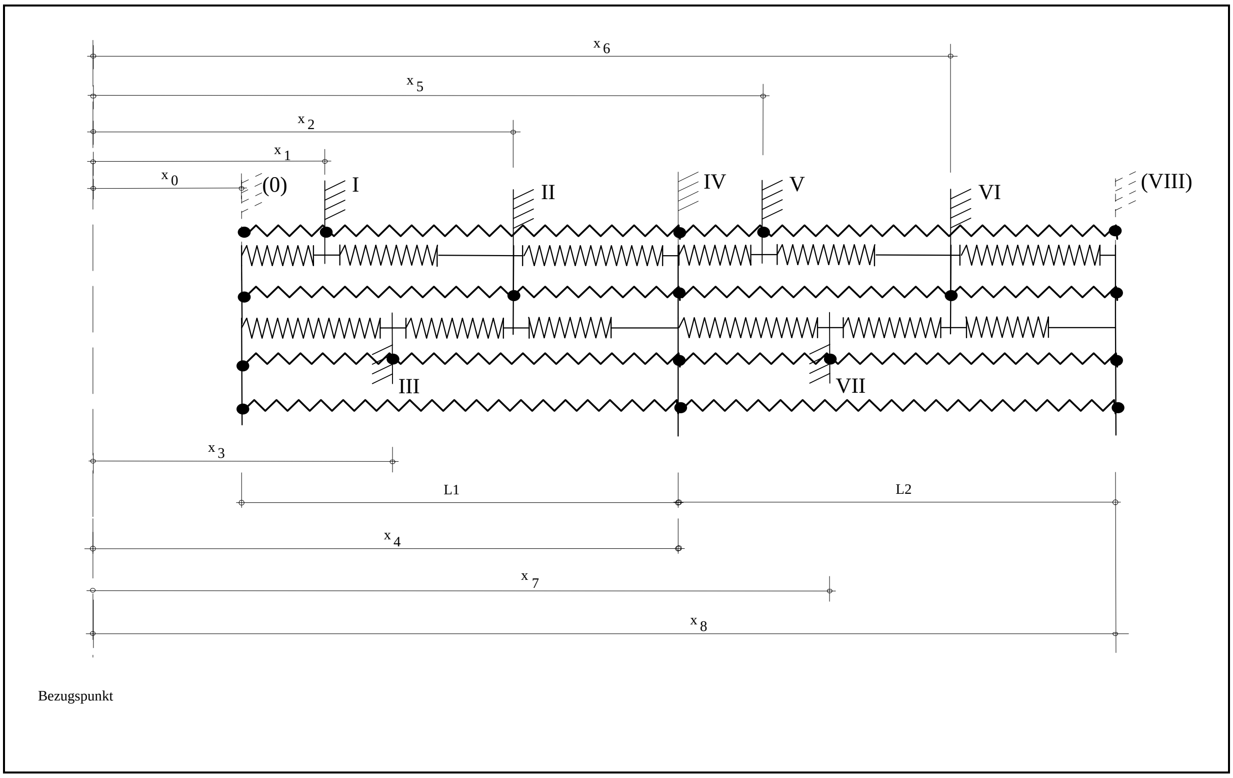


Abb.5-2: Freiheitsgrad eines Signalzeitenplans mit zwei Umläufen

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{0,0} & K_{0,1} & K_{0,2} & K_{0,3} & K_{0,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{1,0} & K_{1,1} & K_{1,2} & 0 & K_{1,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{2,0} & K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{3,0} & 0 & K_{3,2} & K_{3,3} & K_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{4,0} & K_{4,1} & K_{4,2} & K_{4,3} & K_{4,4} & K_{4,5} & K_{4,6} & K_{4,7} & K_{4,8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{5,4} & K_{5,5} & K_{5,6} & 0 & K_{5,7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{6,4} & K_{6,5} & K_{6,6} & K_{6,7} & K_{6,8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{7,4} & 0 & K_{7,6} & K_{7,7} & K_{7,8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{8,4} & K_{8,5} & K_{8,6} & K_{8,7} & K_{8,8} \end{bmatrix}$$

und der Kraftvektor

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \\ F_7 \\ F_8 \end{pmatrix}$$

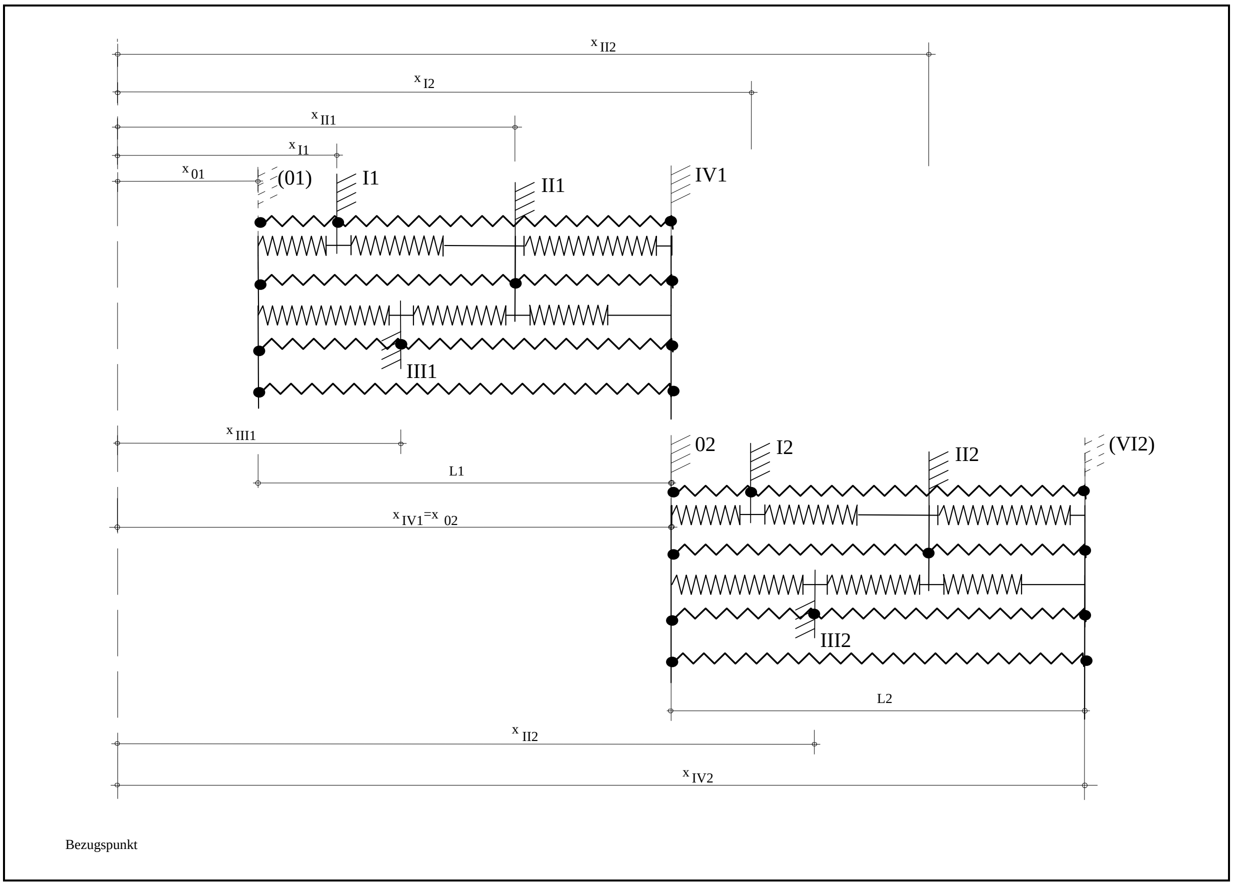


Abb.5-3: Verbindungsrestriktionen zwischen zwei Umläufen

Es ist offensichtlich, daß diese Steifigkeitsmatrix sich aus zwei Teilmatrizen zusammensetzt, die jede für sich für die einzelnen Umläufe gelten. Die Teilmatrix wird durch ein gemeinsames Element miteinander verbunden (hier durch $K_{4,4}$). Dieses Element drückt die Verbindung beider Umläufe durch die gemeinsame Nutzung einer Einspannung (hier die Einspannung IV) aus und ist rechnerisch die Überlagerung der beiden zugehörigen Elemente der Teilmatrizen. Demnach kann man die beiden Teilmatrizen der Steifigkeiten getrennt berechnen und dann zusammensetzen. Bezeichnet man den ersten Umlauf als U1 und den zweiten Umlauf als U2, dann erhält man für das oben genannte Beispiel (vgl. Abb.5-3)

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{\text{U1-0,0}} & K_{\text{U1-0,1}} & K_{\text{U1-0,2}} & K_{\text{U1-0,3}} & K_{\text{U1-0,4}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{U1-1,0}} & K_{\text{U1-1,1}} & K_{\text{U1-1,2}} & 0 & K_{\text{U1-1,4}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{U1-2,0}} & K_{\text{U1-2,1}} & K_{\text{U1-2,2}} & K_{\text{U1-2,3}} & K_{\text{U1-2,4}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{U1-3,0}} & 0 & K_{\text{U1-3,2}} & K_{\text{U1-3,3}} & K_{\text{U1-3,4}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{\text{U1-4,0}} & K_{\text{U1-4,1}} & K_{\text{U1-4,2}} & K_{\text{U1-4,3}} & K_{\text{U1-4,4}} + K_{\text{U2-0,0}} & K_{\text{U2-1,0}} & K_{\text{U2-2,0}} & K_{\text{U2-3,0}} & K_{\text{U2-4,0}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\text{U2-0,1}} & K_{\text{U2-1,1}} & K_{\text{U2-2,1}} & 0 & K_{\text{U2-4,1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\text{U2-0,2}} & K_{\text{U2-1,2}} & K_{\text{U2-2,2}} & K_{\text{U2-3,2}} & K_{\text{U2-4,2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\text{U2-0,3}} & 0 & K_{\text{U2-2,3}} & K_{\text{U2-3,3}} & K_{\text{U2-4,3}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\text{U2-0,4}} & K_{\text{U2-1,4}} & K_{\text{U2-2,4}} & K_{\text{U2-3,4}} & K_{\text{U2-4,4}} \end{bmatrix}$$

mit

$$K_{\text{U}k\text{-}i,j} = \frac{\partial Wg_{\text{U}k}(x_{\text{U}k\text{-}1}, x_{\text{U}k\text{-}2}, \ldots x_{\text{U}k\text{-}n_{\text{U}k}})}{\partial x_{\text{U}k\text{-}i} \partial x_{\text{U}k\text{-}j}}$$

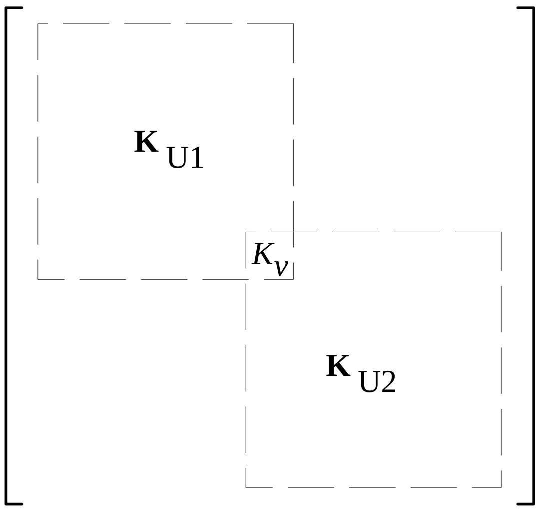
k = Nummer des Umlaufs

$n_{\text{U}k}$ = Anzahl der Einspannungen im Umlauf k

$Wg_{\text{U}k}$ = Summe der Wartezeit im Umlauf k

Diese Matrix kann man auch symbolisch in folgender Form darstellen:

$\mathbf{K}_{\text{U1+U2}} =$



(5-3)

mit

$$K_v = K_{\text{U1-4,4}} + K_{\text{U2-0,0}}$$

Analog gilt für den Kraftvektor

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{\mathrm{U1\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}4}} + F_{\mathrm{U2\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}4}} \end{pmatrix} \tag{5-4}$$

mit

$$F_{\mathrm{U}k\text{-}i} = \frac{\partial Wg_{\mathrm{U}k}(x_{\mathrm{U}k\text{-}1}, x_{\mathrm{U}k\text{-}2}, \ldots x_{\mathrm{U}k\text{-}n_{\mathrm{U}k}})}{\partial x_{\mathrm{U}k\text{-}i}}$$

oder symbolisch ausgedrückt als

$$\mathbf{F}_{\mathrm{U1+U2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{U1}} \\ F_v \\ \mathbf{F}_{\mathrm{U2}} \end{pmatrix} \tag{5-5}$$

mit

$$F_v = F_{\mathrm{U1\text{-}4}} + F_{\mathrm{U2\text{-}0}}$$

Die Betrachtungsweise, die oben erläutert wurde, ignoriert den Zusammenhang der Freigabezeiten derselben Signalgruppen, die in beiden Umläufen hintereinander geschaltet werden. Dieser Zusammenhang kann jedoch berücksichtigt werden, indem man die fehlenden Elemente durch entsprechende Werte besetzt.

Schließlich kann die Steifigkeitsmatrix des Feder-Systems über zwei Umläufe verallgemeinernd in folgender Form dargestellt werden:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{U1+U2}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{U1}} & & \mathbf{K}_{\mathrm{U1,U2}} \\ & K_v & \\ \mathbf{K}_{\mathrm{U2,U1}} & & \mathbf{K}_{\mathrm{U2}} \end{bmatrix} \tag{5-6}$$

Entsprechend lautet der Kraftvektor

$$\mathbf{F}_{\mathrm{U1+U2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{U1}} \\ F_v \\ \mathbf{F}_{\mathrm{U2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{U1,U2}} \\ 0 \\ \mathbf{F}_{\mathrm{U2,U1}} \end{pmatrix} \tag{5-7}$$

Die Teilmatrizen $\mathbf{K}_{\mathrm{U1,U2}}$ und $\mathbf{K}_{\mathrm{U2,U1}}$ repräsentieren die Auswirkung durch die Änderung der Einspannungen (entspr. Änderung der Grün- oder Umlaufzeit) im zweiten Umlauf auf die Einspannungen (entspr. Grün- oder Umlaufzeit) im ersten Umlauf und umgekehrt. Die Teilmatrizen $\mathbf{K}_{\mathrm{U1,U2}}$ und $\mathbf{K}_{\mathrm{U2,U1}}$ kann man hier als die Verbindungsmatrizen zwischen den beiden Umläufen bezeichnen.

Nimmt man an, daß die Änderung einer Signalgruppe (entspr. Änderung einer bestimmten Einspannung) nur Auswirkung hat auf dieselbe Signalgruppe (dadurch auch Auswirkung auf eine bestimmte Einspannung) im anderen Umlauf, dann erhält man für das betrachtete Beispiel folgenden Verbindungsmatrizen:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{U2,U1}} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{U2-1,U1\text{-}0}} & K_{\mathrm{U2-1,U1\text{-}1}} & K_{\mathrm{U2-1,U1\text{-}2}} & 0 \\ 0 & K_{\mathrm{U2-2,U1\text{-}1}} & K_{\mathrm{U2-2,U1\text{-}2}} & K_{\mathrm{U2-2,U1\text{-}3}} \\ K_{\mathrm{U2-3,U1\text{-}0}} & 0 & K_{\mathrm{U2-3,U1\text{-}2}} & K_{\mathrm{U2-3,U1\text{-}3}} \\ 0 & 0 & K_{\mathrm{U2-4,U1\text{-}2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{U1,U2}} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{U1-0,U2\text{-}1}} & 0 & K_{\mathrm{U1-0,U2\text{-}3}} & 0 \\ K_{\mathrm{U1-1,U2\text{-}1}} & K_{\mathrm{U1-1,U2\text{-}2}} & 0 & 0 \\ K_{\mathrm{U1-2,U2\text{-}1}} & K_{\mathrm{U1-2,U2\text{-}2}} & K_{\mathrm{U1-2,U2\text{-}3}} & K_{\mathrm{U1\text{-}2,U2\text{-}4}} \\ 0 & K_{\mathrm{U1-3,U2\text{-}2}} & K_{\mathrm{U1-3,U2\text{-}3}} & 0 \end{bmatrix}$$

mit

$$K_{\mathrm{U}k1\text{-}i,\mathrm{U}k2\text{-}j} = \frac{\partial \sum_{m=1}^{n_{\mathrm{U}}} Wg_{\mathrm{U}m}(x_{\mathrm{U}m\text{-}1}, x_{\mathrm{U}m\text{-}2}, \ldots x_{\mathrm{U}m\text{-}n_{\mathrm{U}m}})}{\partial x_{\mathrm{U}k1\text{-}i}\, \partial x_{\mathrm{U}k2\text{-}j}}$$

$k1$ = Nummer des ersten betrachteten Umlaufs
$k2$ = Nummer des zweiten betrachteten Umlaufs
n_{U} = Anzahl der betrachteten Umläufe
$n_{\mathrm{U}m}$ = Anzahl der Einspannungen im Umlauf m
$Wg_{\mathrm{U}m}$ = Summe der Wartezeit im Umlauf m

Die Werte 0 in den beiden Matrizen bedeuten, daß zwischen den beiden betrachteten Einspannungen kein Zusammenhang besteht.

Der Kraftvektor lautet für das betrachtete Beispiel

$$\mathbf{F}_{\mathrm{U1+U2}} = \begin{pmatrix} F_{\mathrm{U1\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}4}} + F_{\mathrm{K2\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}4}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{\mathrm{U1\text{-}0,U2\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}1,U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}2,U2\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}3,U2\text{-}3}} \\ 0 \\ F_{\mathrm{U1\text{-}1,U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}2,U2\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}3,U1\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}4,U2\text{-}4}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{\mathrm{U1\text{-}0}} + F_{\mathrm{U1\text{-}0,U2\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}1}} + F_{\mathrm{U1\text{-}1,U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}2}} + F_{\mathrm{U1\text{-}2,U2\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}3}} + F_{\mathrm{U1\text{-}3,U2\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U1\text{-}4}} + F_{\mathrm{K2\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}1}} + F_{\mathrm{U1\text{-}1,U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}2}} + F_{\mathrm{U1\text{-}1,U2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}3}} + F_{\mathrm{U2\text{-}3,U1\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{U2\text{-}4}} + F_{\mathrm{U1\text{-}4,U2\text{-}4}} \end{pmatrix}$$

mit

$$F_{\mathrm{U}k1\text{-}i,\mathrm{U}k2\text{-}j} = \frac{\partial Wg_{\mathrm{U1}}(x_{\mathrm{U2}\text{-}j})}{\partial x_{\mathrm{U}k1\text{-}i}}$$

Im allgemeinen hat die Steifigkeitsmatrix eines Feder-System, das die Signalzeitenpläne von n Umläufen simuliert, die folgende symmetrische Form:

$$\mathbf{K}_{U1+U2+...+Un_U} = \begin{bmatrix}
\mathbf{K}_{U1} & \mathbf{K}_{U1,U2} & \mathbf{K}_{U1,U3} & \cdots & \mathbf{K}_{U1,Un_U}\\
 & K_{v1-2} & & & \\
\mathbf{K}_{U2,U1} & \mathbf{K}_{U2} & \mathbf{K}_{U2,U3} & \cdots & \mathbf{K}_{U2,Un_U}\\
 & & K_{v2-3} & \ddots & \vdots\\
\mathbf{K}_{U3,U1} & \mathbf{K}_{U3,U2} & \ddots & \ddots & \mathbf{K}_{U(n_U-1),Un_U}\\
\vdots & \vdots & \ddots & & K_{v(n_U-1)-n_U}\\
\mathbf{K}_{Un_U,U1} & \mathbf{K}_{Un_U,U2} & \cdots & \mathbf{K}_{Un_U,U(n_U-1)} & \mathbf{K}_{Un_U}
\end{bmatrix}$$

(5-8)

Die allgemeine Form des Kraftvektors lautet

$$\mathbf{F}_{U1+U2+...+Un_U} = \begin{bmatrix}
\mathbf{F}_{U1} & \mathbf{F}_{U1,U2} & \mathbf{F}_{U1,U3} & \cdots & \mathbf{F}_{U1,Un_U}\\
 & F_{v1-2} & & & \\
\mathbf{F}_{U2,U1} & \mathbf{F}_{U2} & \mathbf{F}_{U2,U3} & \cdots & \mathbf{F}_{U2,Un_U}\\
 & & K_{v2-3} & \ddots & \vdots\\
\mathbf{F}_{U3,U1} & \mathbf{F}_{U3,U2} & \ddots & \ddots & \mathbf{F}_{U(n_U-1),Un_U}\\
\vdots & \vdots & \ddots & & F_{v(n_U-1)-n_U}\\
\mathbf{F}_{Un_U,U1} & \mathbf{F}_{Un_U,U2} & \cdots & \mathbf{F}_{Un_U,U(n_U-1)} & \mathbf{F}_{Un_U}
\end{bmatrix} \cdot \left\langle \mathbf{v}_e \right\rangle$$

(5-9)

mit

$$\mathbf{F}_{\mathrm{U}k}=\begin{bmatrix} F_{\mathrm{U}k\text{-}0} & & & & \\ & F_{\mathrm{U}k\text{-}1} & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & F_{\mathrm{U}k\text{-}n_{\mathrm{U}k}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & F_{\mathrm{U}k\text{-}0,1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k\text{-}0,n_{\mathrm{U}k}} \\ F_{\mathrm{U}k\text{-}1,0} & 0 & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k\text{-}1,n_{\mathrm{U}k}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{\mathrm{U}k\text{-}n_{\mathrm{U}k},0} & F_{\mathrm{U}k\text{-}n_{\mathrm{U}k},1} & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{U}k1,\mathrm{U}k2}=\begin{bmatrix} F_{\mathrm{U}k1\text{-}1,\mathrm{U}k2\text{-}1} & F_{\mathrm{U}k1\text{-}1,\mathrm{U}k2\text{-}2} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k1\text{-}1,\mathrm{U}k2\text{-}n_{\mathrm{U}k2}} \\ F_{\mathrm{U}k1\text{-}2,\mathrm{U}k2\text{-}1} & F_{\mathrm{U}k1\text{-}2,\mathrm{U}k2\text{-}2} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k1\text{-}2,\mathrm{U}k2\text{-}n_{\mathrm{U}k2}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{\mathrm{U}k1\text{-}n_{\mathrm{U}k1},\mathrm{U}k2\text{-}1} & F_{\mathrm{U}k1\text{-}n_{\mathrm{U}k1},\mathrm{U}k2\text{-}2} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k1\text{-}n_{\mathrm{U}k1},\mathrm{U}k2\text{-}n_{\mathrm{U}k2}} \end{bmatrix} \qquad \text{für } k2>k1$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{U}k1,\mathrm{U}k2}=\begin{bmatrix} F_{\mathrm{U}k1\text{-}0,\mathrm{U}k2\text{-}0} & F_{\mathrm{U}k1\text{-}0,\mathrm{U}k2\text{-}1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k1\text{-}0,\mathrm{U}k2\text{-}(n_{\mathrm{U}k2}\text{-}1)} \\ F_{\mathrm{U}k1\text{-}1,\mathrm{U}k2\text{-}0} & F_{\mathrm{U}k1\text{-}1,\mathrm{U}k2\text{-}1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k1\text{-}1,\mathrm{U}k2\text{-}(n_{\mathrm{U}k2}\text{-}1)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{\mathrm{U}k1\text{-}(n_{\mathrm{U}k1}\text{-}1),\mathrm{U}k2\text{-}0} & F_{\mathrm{U}k1\text{-}(n_{\mathrm{U}k1}\text{-}1),\mathrm{U}k2\text{-}1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{U}k1\text{-}(n_{\mathrm{U}k1}\text{-}1),\mathrm{U}k2\text{-}(n_{\mathrm{U}k2}\text{-}1)} \end{bmatrix} \qquad \text{für } k2<k1$$

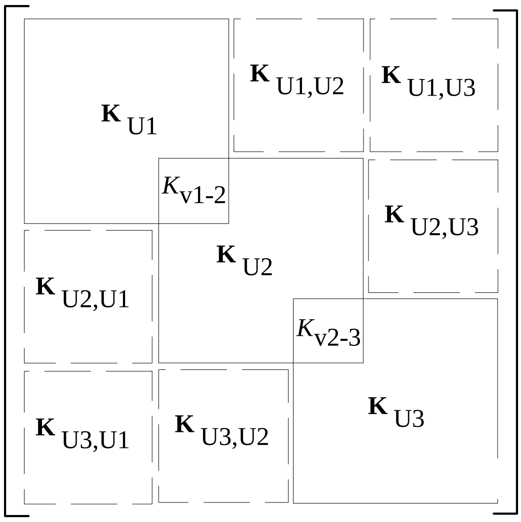
(5-10)

und

$$\mathbf{v}_e = \text{Einheitsvektor mit } \sum_{k=1}^{n_{\mathrm{U}}} n_{\mathrm{U}k} - (n_{\mathrm{U}} - 1) \text{ Elementen}$$

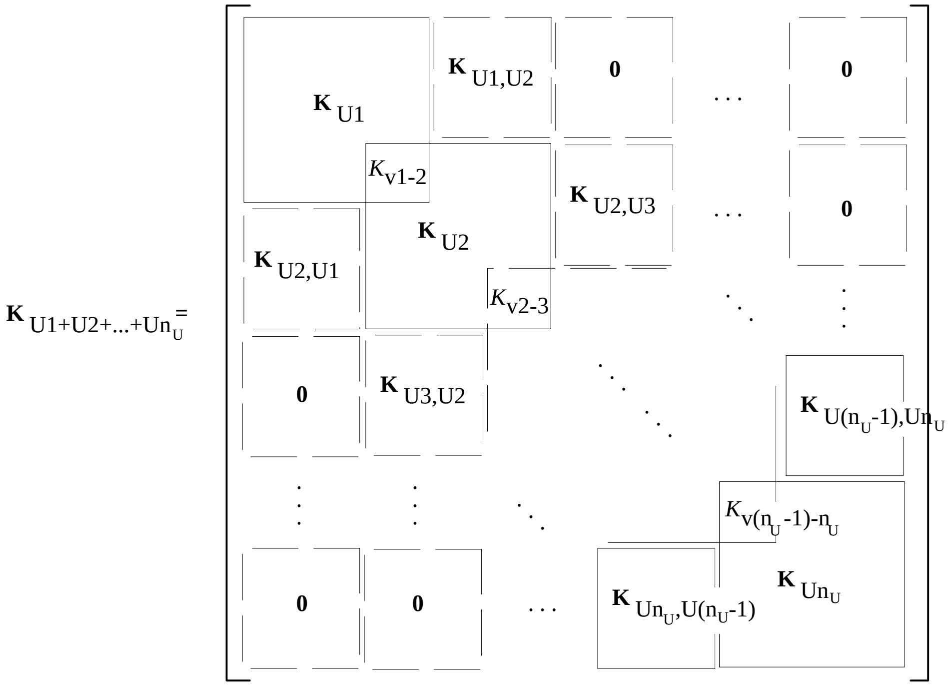
Eine typische Anwendungsmöglichkeit für die Optimierung über mehrere Umlaufzeiten ist die sogenannte Vorbeeinflussung und Nachbeeinflussung für den Eingriff durch einen bevorzugten Verkehrsstrom (z.B.: eine ÖPNV-Linie). Hier können die Umläufe vor und nach dem Eingriff und der Umlauf, in dem der Eingriff stattfindet, insgesamt optimiert werden. Es gibt insgesamt 3 Umläufe, die unterschiedliche Signalstrukturen, Umlaufzeiten und Grünzeiten haben sollen. Bei vordefinierten Signalstrukturen für alle 3 Umläufe sieht die Steifigkeitsmatrix wie folgt aus:

$\mathbf{K}_{\mathrm{U1+U2+U3}}$ =



(5-11)

Für den Sonderfall, daß sich nur die direkt hintereinander folgenden Umläufe gegenseitig beeinflussen, vereinfacht sich die Steifigkeitsmatrix entsprechend in



(5-12)

Da das Feder-System hier auch statisch einmal unterbestimmt ist, muß zusätzlich eine weitere Restriktion eingeführt werden, um eine eindeutige Lösung zu erhalten. Es ist sinnvoll, daß die allererste Einspannung von der linken Seite (Einspannung 01) festgehalten wird (entspr. $x_{U1\text{-}0}\,(\text{erste Ankerung im ersten Umlauf}) = const$ und $\Delta x_{U1\text{-}0} = 0$). Die Steifigkeitsmatrix reduziert sich entsprechend.

6 LÖSUNG NACH DEM VERFAHREN VON CROSS (MOMENTE-VERTEILUNGS-METHODE)

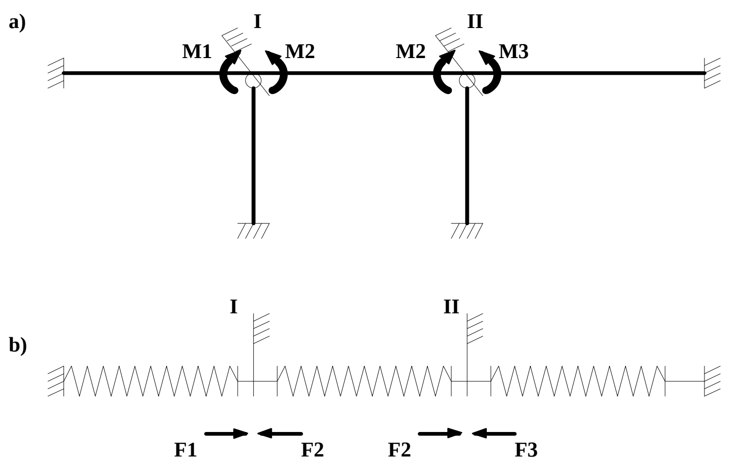


Abb. 6-1: Prinzip der Momente- und Kräfte-Verteilungs-Methode

6.1 Prinzip der Momente- und Kräfte-Verteilungs-Methode

Der Gleichgewichtszustand eines mechanischen Systems kann auch durch die Verteilung der Kräfte, die sich nicht im Gleichgewichtszustand befinden, ermittelt werden. Ein bekanntes Verfahren zur Ermittlung des Gleichgewichtszustandes ist das Verfahren nach Cross (vgl. Beaufait, 1972) auf der Basis der Steifigkeits-Methode. Dieses Verfahren kann anhand der Abb.6-1a erläutert werden.

Abb.6-1a zeigt ein Tragwerk einer Brückenkonstruktion. Die Biegemomente des Trägers an den Stützpfeilern sollen ermittelt werden. Die Zugkräfte und Dehnung im Tragwerk werden hier nicht berücksichtigt. Es wird angenommen, daß das Tragwerk eine Belastung beliebiger Art erhält, die hier der Einfachheit halber nicht dargestellt ist. Die Freiheitsgrade dieses mechanischen Systems sind die Drehmöglichkeiten des Trägers an den beiden Stützpfeilern (Knoten). Die Verformung des Träger wird durch die Drehkoordinaten der beiden Drehmöglichkeiten eindeutig beschrieben. Die beiden Drehmöglichkeiten werden am Anfang mit fiktiven Einspannungen in ihrem Ausgangszustand festgehalten. Es entstehen durch Belastungen an den Einspannungen Biegemomente-Überschüsse ($M2$-$M1$, $M3$-$M2$), die ebenfalls fiktiv sind. Die Biegemomente befinden sich im Ungleichgewichtszustand. Zur Ermittlung des Gleichgewichtszustandes werden die Einspannungen wechselweise losgelassen, d.h.:

1. Die Einspannung I wird zuerst losgelassen während die Einspannung II festgehalten bleibt. Die Einspannung I dreht sich unter der Wirkung des Überschusses der Biegemomente $M2$-$M1$. Der Überschuß der Biegemomente an der Einspannung I ($M2$-$M1$) wird verteilt, indem die Einspannung I um einen bestimmten Winkel gedreht wird. Die Biegemomente an Einspannung I befinden sich dann im Gleichgewichtszustand. Es entsteht ein neuer Überschuß der Biegemomente an der

Einspannung II durch die Drehung der Einspannung I. Die Einspannung I wird wieder festgehalten.

2. Dann wird die Einspannung II losgelassen während die Einspannung I festgehalten bleibt. Die Einspannung II dreht sich unter der Wirkung des Überschusses der Biegemomente $M3$-$M2$. Der Überschuß der Biegemomente an der Einspannung II ($M3$-$M2$) wird verteilt, indem die Einspannung II um einen bestimmten Winkel gedreht wird. Die Biegemomente an Einspannung II befinden sich dann wieder im Gleichgewichtszustand. Es entsteht neuer Überschuß der Biegemomente an der Einspannung I durch die Drehung der Einspannung II. Die Einspannung II wird wieder festgehalten.
3. Schritte 1 und 2 werden wiederholt.

Die Biegemomente an den Einspannungen werden dadurch wechselweise in den Gleichgewichtszustand gebracht. Die Überschüsse der Biegemomente an den Einspannungen nehmen ab mit der Zunahme der Anzahl der Iterationsschritte. Die Iteration wird dann abgebrochen, wenn die Überschüsse der Biegemomente an allen Einspannungen so klein geworden sind, daß sie für praktische Anwendungen vernachlässigbar sind. Dieses Verfahren wird auch als das Biegemomente-Verteilungs-Verfahren bezeichnet. Dieses Verfahren kann für ein System mit beliebig vielen Einspannungen verwendet werden. Es werden wiederholt der Reihe nach alle Einspannungen losgelassen und festgehalten bis alle Knotenpunkte des Tragsystems im Gleichgewichtszustand stehen.

Analog kann der Gleichgewichtszustand eines mechanischen Systems mit drei Federn ermittelt werden (vgl. Abb.6-1b). Anstelle der Überschüsse der Biegemomente M_i werden jetzt die Überschüsse der Federkräfte an den Verbindungsstellen F_i verteilt. Die starren Verbindungsstellen zweier Feder werden mit den Einspannungen zuerst festgehalten und dann wechselweise losgelassen (es werden horizontale Verschiebungen verursacht) und dann wieder festgehalten bis die Überschüsse der Feder-Kräfte ($F2$-$F1$, $F3$-$F2$) an den Einspannungen eine bestimmte Untergrenze unterschritten haben. Man kann dies als Kräfte-Verteilungs-Verfahren bezeichnen.

Es kann nachgewiesen werden, daß unter bestimmten Bedingungen das Kräfte-Verteilungs-Verfahren zu einer eindeutigen Lösung konvergiert. Auf dieser Weise kann das Gleichgewicht des gesamten Systems ermittelt werden und damit die optimale Lösung (Siehe Anhang B).

Bei dem Kräfte-Verteilungs-Verfahren werden zuerst anstatt des Gleichgewichtszustands des Gesamtsystems die Gleichgewichtszustände der einzelnen Einspannungen ermittelt. Bei der Analogie eines Signalzeitenplans als Feder-System werden die Einspannungen durch die Restriktionen des Signalzeitenplans (Zwischenzeiten, Vorläufe der Fußgänger-Signalgruppen, Mindestgrünzeiten etc.) eindeutig definiert. So wird ein System mit n Federn (in Analogie: Signalgruppen) mit n_G*2+1 Variablen (Anfangs- und Endpunkt für jede Feder und die Länge des Gesamtsystems) zu einem System mit m Einspannungen vereinfacht. Es ist nachweisbar, daß m immer kleiner als n_G*2+1 ist. Das Beispiel in der Abb.2-10 hat z.B. insgesamt n=6 Signalgruppen und n_G*2=12+1 Variablen aber nur m=4 Einspannungen (bei variierter Umlaufzeit).

6.2 Modifikation der Kräfte-Verteilungs-Methode

Da bei der Analogie eines Signalzeitenplans als Feder-System die Funktion der Kraft (Grünzeitbedarf) meistens sehr kompliziert ist, ist die Ermittlung des Gleichgewichtszustandes einer Einspannung auch nicht einfach. Die Gleichgewichtszustände der einzelnen Einspannungen können nach dem Prinzip der virtuellen Arbeit iterativ ermittelt werden. Die Ermittlung des Gleichgewichtszustandes einer Einspannung kann im allgemeinen mit folgenden Arbeitsschritten erläutert werden:

0. Definition der Einspannungen.
   Durch die Definition der Einspannungen werden die Zusammenhänge zwischen den Koordinaten der Einspannungen und den Anfangs- und Endpunkten der Umlauf- und Grünzeiten festgelegt. So kann man anhand der Koordinaten der Einspannungen die Umlauf- und Grünzeiten eindeutig definieren. Die Umlauf- und Grünzeiten sind demnach Funktionen von den Koordinaten der Einspannungen. Die Definition der Einspannungen setzt die Festlegung der Signalstruktur und der Zwischenzeiten voraus.
1. Festlegung der Ausgangspostionen der Einspannungen:
   Die Ausgangspositionen der Einspannungen werden notiert.
2. Iterative Suche nach dem Gleichgewichtszustand einer Einspannung:
   - die Einspannung *i* wird um eine bestimmte Länge ΔL verschoben,
   - das Vorzeichen der Zunahme der Gesamt-Potentialenergie ΔU wird geprüft,
   - falls es positiv ist: das Vorzeichen von ΔL wird gewechselt, der Betrag von ΔL wird halbiert (oder mit dem Faktor des goldenen Schnittes 0.618 multipliziert),
   - Wiederholung bis ΔL eine vorgegebene Grenze ε unterschreitet wird.

Für die Optimierung eines Signalzeitenplans kann $\Delta L = \varepsilon = 1$ Sekunde gewählt werden, da der Signalzeitenplan nur im Sekundentakt geschaltet wird. Diese Prozedur wird der Reihenfolge nach für alle Einspannungen so lange wiederholt, bis bei allen Einspannungen die Verschiebung keine Reduzierung der Gesamt-Potentialenergie mehr verursacht. Alle Einspannungen befinden sich in diesem Fall im Gleichgewichtszustand.

Da das Optimierungsverfahren die Definition der fiktiven Einspannungen voraussetzt, muß für ein EDV-orientiertes Verfahren ein eindeutig formulierbarer Algorithmus hergeleitet werden, mit dem die Einspannungen auf der Basis der vorgegebenen Restriktionen (Zwischenzeiten, Mindestgrünzeiten, Vorläufe zwischen bedingt verträglichen Signalgruppen etc.) definiert werden können.

Ein Signalzeitenplan kann im allgemeinen grob in Phasen und in Phasenübergänge unterteilt werden. Eine Phase ist definitionsgemäß derjenige Teil eines Signalzeitenplans, in dem der Signalisierungszustand im Wesentlichen unverändert bleibt. Ein Phasenübergang ist der Abschnitt, in dem das Signalprogramm von einer Phase in eine andere umgeschaltet wird. Dies bedeutet: In einem Phasenübergang wechselt mindestens eine Signalgruppe das Signalbild. Zum Phasenübergang gehören alle für die Umschaltung benötigten Zwischenzeiten.

Es gibt in einem Signalzeitenplan solche Phasenabschnitte, in denen sämtliche Signalgruppen des Signalzeitenplans durch zwei **vollständige Phasenübergänge** abgegrenzt sind. Es gibt auch andere Phasenabschnitte, in denen auf einer Seite sämtliche Signalgruppen des

Signalzeitenplans durch einen **vollständigen Phasenübergang** abgegrenzt sind, während auf der anderen Seite nur ein Teil der Signalgruppen durch einen **Teilphasenübergang** abgegrenzt ist. Es gibt auch Phasenabschnitte, in denen auf beiden Seiten ein Teil der Signalgruppen nur durch einen **Teilphasenübergang** abgegrenzt ist.

Ein **vollständiger Phasenübergang** ist dadurch gekennzeichnet, daß mindestens eine Signalgruppe, die in der einen der beiden umzuschaltenden Phasen - eine liegt vor und eine liegt nach dem betrachteten Phasenübergang - freigegeben wird, mit allen Signalgruppen, die in der anderen der beiden umzuschaltenden Phasen freigegeben werden, nicht verträglich ist. Dies hat zur Folge, daß in dem Phasenübergang auch diese nicht verträglichen Signalgruppen umgeschaltet werden müssen. Das bedeutet: Es gibt keine Signalgruppe, die sowohl vor und als auch nach einem **vollständigen Phasenübergang** die Anzeige "Freigabe" erhält.

Dagegen ist ein **Teilphasenübergang** dadurch gekennzeichnet, daß mindestens eine Signalgruppe vorhanden ist, die sowohl vor und als auch nach dem **Teilphasenübergang** die Anzeige "Freigabe" erhalten.

Solche Teil- und vollständigen Phasenübergänge repräsentieren die Verbindungen des Feder-Systems. Das Beispiel in der Abb.2-10 enthält z.B. zwei **vollständige Phasenübergänge** und zwei **Teilphasenübergänge**. Wenn die Strukturen dieser Teil- und vollständigen Phasenübergänge vordefiniert sind - d.h.: die relativen Positionen der Grünanfang und -enden vorgegeben sind - dann entspricht jeder der Teil- oder vollständigen Phasenübergänge einem Freiheitsgrad des Feder-Systems. Diese Freiheitsgrade müssen dann mit fiktiven Einspannungen festgehalten werden.

Die Teil- und vollständigen Phasenübergänge sind in der Wirklichkeit zwar schematisch erkennbar, deren Strukturen sind jedoch wegen der unterschiedlichen Zwischenzeiten nicht immer eindeutig. Die Signalzeiten innerhalb der Phasenübergänge können je nach den Restriktionen der Zwischenzeiten oder der Vorlaufzeiten noch verschoben werden. So entstehen noch mehr Freiheiten für das Feder-System und demnach auch mehr notwendige Einspannungen, die die Freiheiten beschreiben (vgl. Abb.2-11).

Die maximale mögliche Anzahl der Freiheiten eines Signalzeitenplans (entspricht der maximal möglichen Anzahl der notwendigen Einspannungen) ist 2*Anzahl der Signalgruppen + 1. In diesem Fall werden jeder Anfangs- und jeder Endpunkt der Grünzeiten sowie die Länge der Umlaufzeit als ein Freiheitsgrad betrachtet. Die einzelnen Werte sind jedoch wegen der vorgegebenen Restriktionen nicht voneinander unabhängig. So verursacht die Bewegung einer Einspannung automatisch die Bewegung einer oder mehrerer anderer Einspannungen. Da die Restriktionen zwischen den Signalgruppen erst bei der Bewegung einer Einspannung geprüft werden, werden die Abhängigkeiten zwischen den Signalgruppen auch erst dann hergestellt. Die Ermittlung des Gleichgewichtszustandes einer Einspannung muß jetzt wie folgt definiert werden:

0. Definition der Einspannungen.
   Die Anfangs- und Endpunkte der Grünzeiten aller Signalgruppen werden als Einspannungen betrachtet.
1. Festlegung der Ausgangspostionen der Einspannungen.
   Die Ausgangspositionen der Einspannungen werden notiert. Die Ausgangspositionen müssen mit den vorgegebenen Restriktionen konform sein.
2. Iterative Suche nach dem Gleichgewichtszustand einer Einspannung:

- die Einspannung i wird um eine bestimmte Länge ΔL verschoben,
- andere Einspannungen werden danach geprüft, ob sie gemäß der vorgegebenen Restriktionen mitverschoben werden müssen (Anpassung des Signalzeitenplans an die Verschiebung der Einspannung i),
- das Vorzeichen der Zunahme der Gesamt-Potentialenergie ΔU wird geprüft:
  - falls es positiv ist: das Vorzeichen von ΔL wird gewechselt, der Betrag von ΔL wird halbiert (oder mit dem Faktor des goldenen Schnittes 0.618 multipliziert),
  - fall es negativ ist: weiter mit dem nächsten Schritt,
- Wiederholung bis von ΔL eine vorgegebene Grenze ε unterschritten wird.

Das Optimierungsverfahren ist dadurch so formuliert worden, daß die Eingangsdaten für die Optimierung auf den unbedingt notwendigen Umfang eingeschränkt werden, der auch bei der Herstellung des Signalzeitenplans ohne Optimierung verwendet werden muß. Diese Daten sind im Hinblick auf die strukturelle Zusammensetzung des Signalzeitenplans:

- die Anfangsposition der Grünzeiten (Grünanfang und Grünende) aller Signalgruppen beim Beginn der Optimierung,
- die Zwischenzeiten zwischen den Signalgruppen,
- die Vor- und Zugabezeiten zwischen den bedingt verträglichen Signalgruppen,
- die Mindest- und maximale Grünzeiten der Signalgruppen und
- die Mindest- und maximale Umlaufzeit.

Im Hinblick auf die Verkehrsbelastungen und die Kapazität sind vorzugeben:

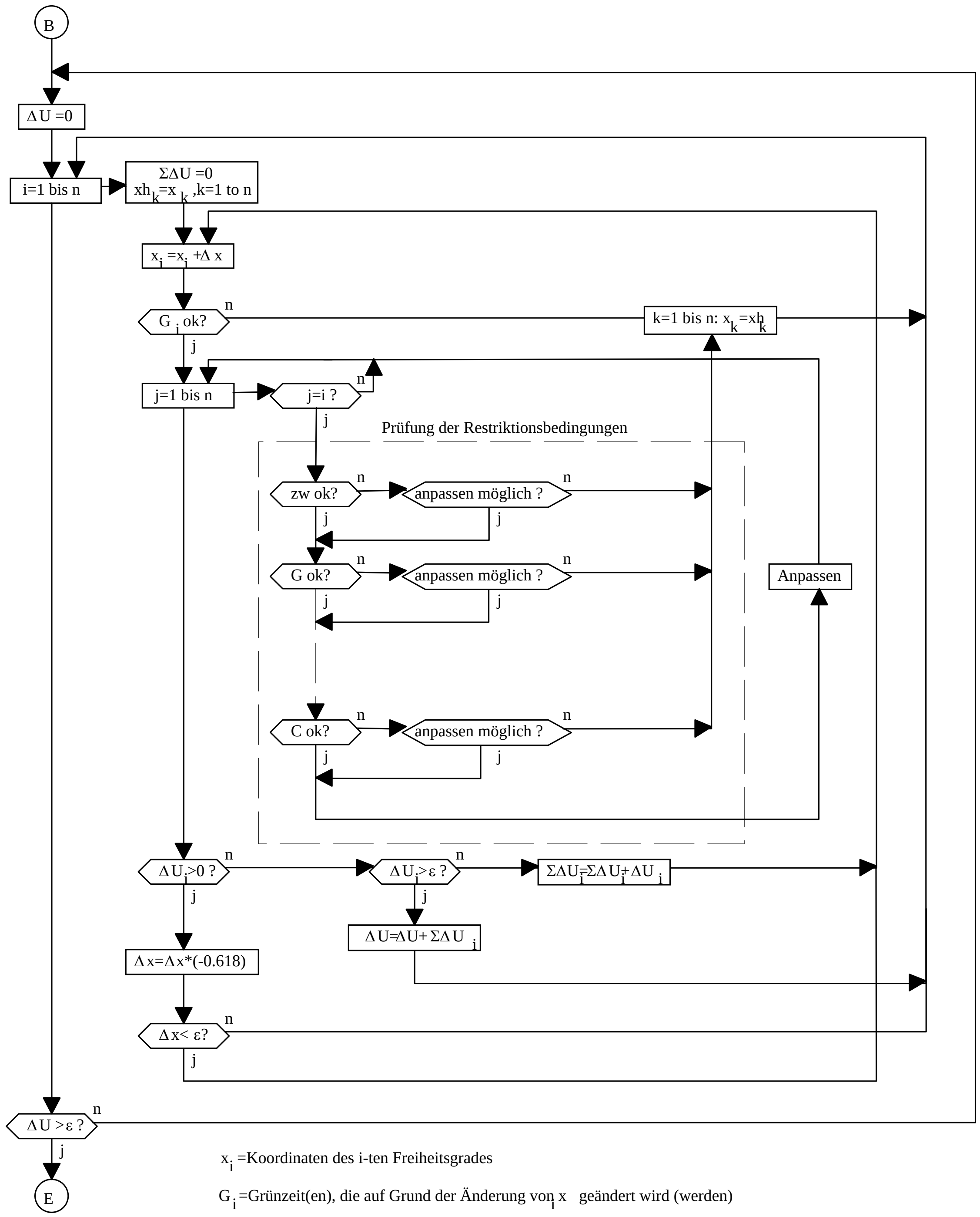
- die Verkehrsstärken an den Signalgruppen,
- die Zeitbedarfswerte der Fahrzeuge an den Signalgruppen und
- die zur Verfügung stehenden Stauräume vor (upstream) und nach (downstream) den Signalanlagen.

Falls die Optimierung on-line in Abhängigkeit von den aktuellen Verkehrsbedingungen durchgeführt wird, können auch folgende Parameter in der Optimierung berücksichtigt werden:

- die vorhandenen Rückstaulängen an den Signalgruppen,
- die Änderungen der Zwischenzeiten,
- die Anforderung der bevorzugten Verkehrsströme (ÖPNV-Linien, Fußgänger-Ströme etc.) und
- die vorgegebenen Umschaltpunkte des Signalzeitenplans, die signaltechnisch bedingt eingehalten werden müssen.

Die On-Line-Optimierung der Signalzeitenpläne wird auch als "dynamische Optimierung" oder "rolling Optimization" genannt. Sie wird im folgenden Kapitel ausführlich dargestellt.

Die Prozedur der Off-Line-Optimierung eines Signalzeitenplans nach dem Gleichgewichtsprinzip und nach den Kräfte-Verteilungs-Verfahren kann mit einem Flußdiagramm formuliert werden, das in der Abb.6-2 dargestellt ist. Diese Prozedur wird dann abgebrochen, wenn die Änderung der Zielgröße U die vorgegebene Grenze ε unterschritten hat.



x_i =Koordinaten des i-ten Freiheitsgrades

G_i =Grünzeit(en), die auf Grund der Änderung von x_i geändert wird (werden)

xh_i =Hilfsparameter für die Koordinaten des i-ten Freiheitsgrades

n =Anzahl der Freiheitsgrade

ΔU_i=Änderung der Zielgröße U_i aufgrund von Δx des i-ten Freiheitsgrades

$\Sigma\Delta U_i$=Summe der Änderungen der Zielgröße U_i aufgrund von Δx

ΔU =Änderung der Zielgröße U aufgrund von Δx aller Freiheitsgrade

ok = alle vorgegebene Randbedingung (z.B. max.Wert und min.Wert) werden erfüllt

Abb. 6-2: Fußdiagramm des Kräfte-Verteilungs-Verfahren

Auch die Mindestumlaufzeit kann nach diesem Algorithmus ermittelt werden. Dies wird wie folgt durchgeführt:

1. Die Umlaufzeit C wird mit einer Schrittweite von einer Sekunde verkürzt.
2. Die erforderlichen Grünzeiten aller Signalgruppen werden nach den vorgegebenen Auslastungsgraden $G_i=(q_i \cdot C)/(q_{s,i})/a_i$ (a_i= Auslastungsgrad) neu errechnet.
3. Anpassung und Prüfung des Signalzeitenplans nach den Restriktionen.

Die kleinste Umlaufzeit, bei der der Signalzeitenplan noch ohne Fehler (keine Zwischenzeitenverletzungen etc.) angepaßt werden kann, ist die Mindestumlaufzeit.

In der Abb.6-2 bedeutet die Aktion **Anpassen**: die Koordinaten des Freiheitsgrades x_j werden so verschoben, daß die Zwischenzeiten und Restriktionen zwischen den Koordinaten des Freiheitsgrades x_j und den Koordinaten des Freiheitsgrades x_i eingehalten werden.

6.3 Zahlenbeispiel

Das folgende Beispiel zeigt die manuellen Prozeduren für die Minimierung der Summe der Wartezeiten und für die Maximierung der Kapazitäten (Harmonisierung der Auslastungsgrade). Die Prozeduren können anhand einiger Arbeitsbogen durchgeführt werden (siehe unten). Als Beispiel wird der Signalzeitenplan in der Abb.6-3 betrachtet. Die Iteration der Prozeduren wird bei ΔL ($=\Delta G$) < 0.2s für alle Einspannungen abgebrochen. Tab.6-1 zeigen die Eingangsdaten des betrachteten Signalzeitenplans. Die Daten in Tab.6-1 werden später als Referenz für den Vergleich der Optimierung verwendet.

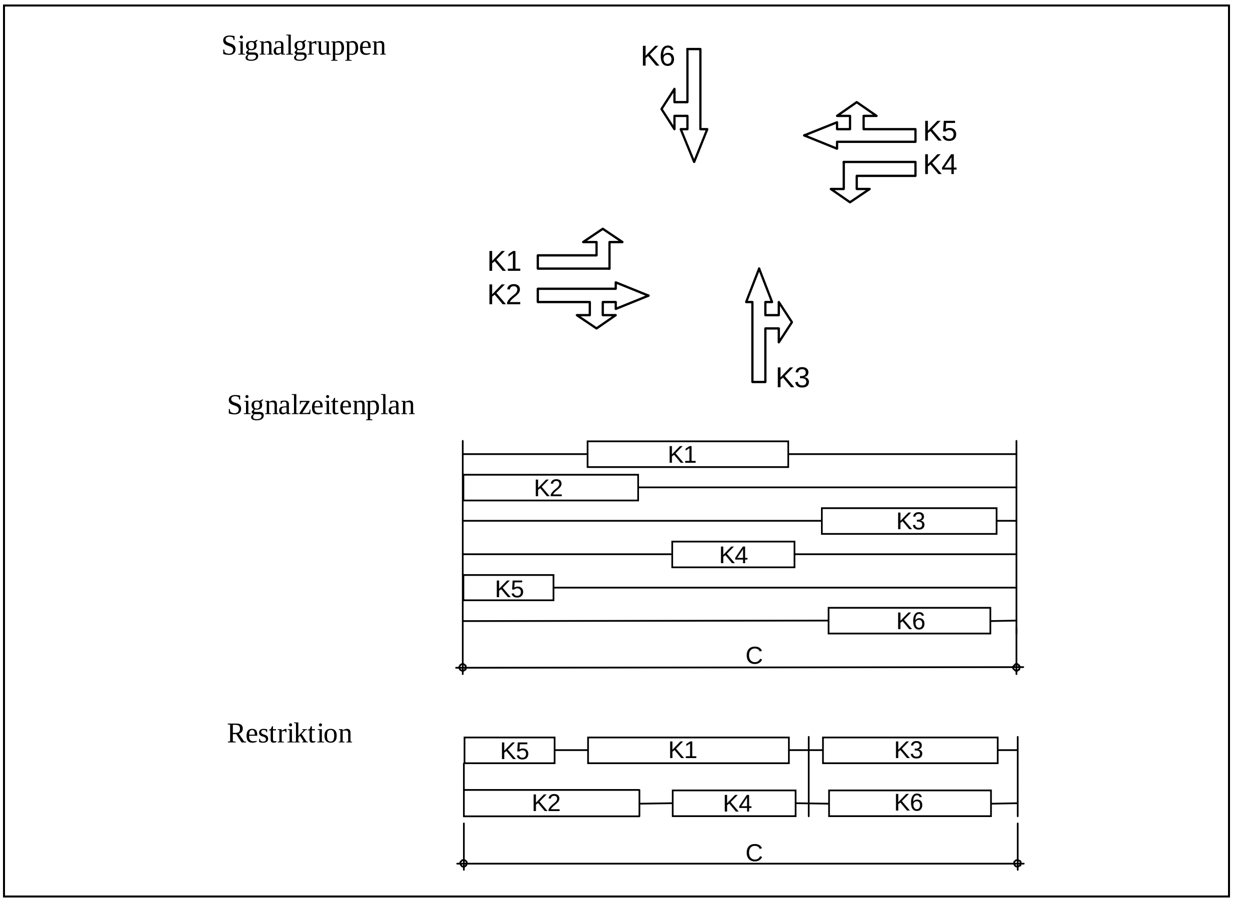


Abb. 6-3: Knotenpunkt für ein Zahlenbeispiel (Modellknotenpunkt)

Tab.6-1: Vorgegebene Daten für das Zahlenbeispiel mit *C* = 90s

	Signal 1	Signal 2	Signal 3	Signal 4	Signal 5	Signal 6
n_l (Spur)	1	2	1	2	2	1
q/n_l (Fz/h)	150	390	800	200	180	540
G_{min} (s)	10	10	10	10	10	10
G_{max} (s)	60	60	60	60	60	60
G	25	35	30	20	20	20

n_l = Anzahl der Fahrstreifen

6.3.1 Maximierung der Kapazität

Um die Prozedur zu vereinfachen, wird hier die Funktion F=-1/a als die Kraftfunktion anstatt des Auslastungsgrads a für die Maximierung der Kapazitäten (Harmonisierung der Auslastungsgrade a) eingesetzt.

Kraftfunktion : F_d=-F=1/a=K*G

Steifigkeitszahl : K=-dF/dG=$s/(q/n_l*C)$

Zielsetzung : Gleichgewicht der maßgebenden Auslastungsgrade.

Verfahren : Iterative Verteilung der maßgebenden Kräfte F_d an den Einspannungen

(größere a sind maßgebend ⇒ kleinere F_d sind maßgebend)

Tab.6-2: Ausgangsdaten für die Optimierung

	Signal 1	Signal 2	Signal 3	Signal 4	Signal 5	Signal 6
K	0.1333	0.0512	0.0250	0.1000	0.1111	0.0370
original *G*	25	35	30	20	20	20
original *a*	0.3	0.557	1.333	0.50	0.45	1.35
original F_d	3.333	1.795	0.75	2	2.222	0.741

Die ursprüngliche Werte für K, a und F_d für die vorgegebenen Grünzeiten G sind in der Tab.6-2 aufgelistet.

Tab.6-3: Ergebnisse für Maximierung der Kapazitäten

	Signal 1	Signal 2	Signal 3	Signal 4	Signal 5	Signal 6	Summe
n_l (Spur)	1	2	1	2	2	1	
q/n_l (Fz/h)	150	390	800	200	180	540	
G (s)	11.92	24.02	48.78	12.20	14.30	38.78	
a	0.629	0.813	0.820	0.820	0.629	0.687	
w (s/Fz)	44.78	42.34	22.86	64.32	41.45	23.53	
W (s/s)	1.87	9.17	5.08	7.14	4.15	3.53	30.94

Tab.6-4: Arbeitsbogen für Maximierung der Kapazität

Signal 5	**Signal 1**	**Signal 1**	**Signal 3**	**Signal 6**
K=0.1111	K=0.1333	K=0.1333	K=0.0250	K=0.0370
G=20	G=25	G=25	G=30	G=20
F_d=2.222	F_d=-3.333	F_d=3.333	F_d=-0.750	F_d=-0.741
		1b		
G=20	G=15.81	←G=-9.19=15.81		
F_d=2.222	F_d=-2.107	←F_d=2.107		
3. ΣK=0.2444	ΣF_d=0.115			
G=-0.47=19.53	G=+0.47=16.28→	G=16.28		
F_d=2.170	F_d=-2.170→	F_d=2.170		
		4b		
G=19.53	G=11.71	←G=-4.57=11.71		
F_d=2.170	F_d=-1.561	←F_d=1.561		
5. ΣK=0.2444	ΣF_d=0.609			
G=-2.49=17.04	G=+2.49=14.20→	G=14.20		
F_d=1.893	F_d=1.893→	F_d=1.893		
		7b..+10b+13b.+16b.		
		G=-(2.42+1.28+0.67+0.36+0.19+0.10)		
*G=17.04-(10-9.18)=16.22	G=10	←G=-5.02=9.18⇒10		
F_d=1.802	F_d=1.333	←F_d=1.333		
8.+11.+14. ΣK=0.2444	F_d=0.469			
G=-1.92=14.30	G=+1.92=11.92			
F_d=1.589	F_d=1.589			
a=1/F_d=0.629	a=1/F_d= 0.629			

Signal 2	**Signal 4**	**Signal 4**		
K=0.0512	K=0.1000	K=0.1000		
G=35	G=20	**G=20**	G=30	**G=20**
F_d=1.792	F_d=-2	**F_d=2**	F_d=-0.750	**F_d=-0.741**
		***1a* ΣK=K4+K6=0.1370**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d6=1.259$**	
G=35	G=10.81	←G=-9.19=10.81	G=+9.19=39.19	G=+9.19=29.19
F_d=1.792	F_d=-1.081	←F_d=1.081	F_d0.980	F_d=1.080
2. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.711			
G=-4.70=30.30	G=+4.70=15.51→	**G=15.51**	**G=39.19**	G=29.19
F_d=1.551	F_d=1.551→	**F_d=1.551**	**F_d0.980**	F_d=1.080
		***4a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.571$**	
G=30.30	G=10.94	←G=-4.57=10.94	G=+4.57=43.76	G=+4.57=33.76
F_d=1.551	F_d=-1.094	←F_d=1.094	F_d1.094	F_d=1.249
6. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.457			
G=-3.02=27.28	G=+3.02=13.96→	**G=13.96**	**G=43.76**	G=33.76
F_d=1.397	F_d=1.396→	**F_d=1.396**	**F_d=1.094**	F_d=1.249
		***7a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.302$**	
G=27.28	G=11.54	←G=-2.42=11.54	G=+2.42=46.18	G=+2.42=36.18
F_d=1.397	F_d=-1.154	←F_d=1.154	F_d=1.155	F_d=1.339
9. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.243			
G=-1.61=25.67	G=+1.61=13.15→	**G=13.15**	**G=46.18**	G=36.18
F_d=1.314	F_d=1.315→	**F_d=1.315**	**F_d=1.155**	F_d=1.339
		***10a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.160$**	
G=25.67	G=11.87	←G=-1.28=11.87	G=+1.28=47.46	G=+1.28=37.46
F_d=1.314	F_d=-1.187	←F_d=1.187	F_d1.187	F_d=1.386
12. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.127			
G=-0.84=24.83	G=+0.84=12.71→	**G=12.71**	**G=47.46**	G=37.46
F_d=1.271	F_d=1.271→	**F_d=1.271**	**F_d=1.187**	F_d=1.386
		***13a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.084$**	
G=24.83	G=12.04	←G=-0.67=12.04	G=+0.67=48.13	G=+0.67=38.13
F_d=1.271	F_d=-1.204	←F_d=1.204	F_d=1.203	F_d=1.411
15. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.067			
G=-0.44=24.39	G=+0.44=12.48→	G=12.48	G=48.13	G=38.13
F_d=1.249	F_d=1.248→	F_d=1.248	F_d=1.203	F_d=1.411
		***16a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.045$**	
G=24.39	G=12.12	←G=-0.36=12.12	G=+0.36=48.49	G=+0.36=38.49
F_d=1.249	F_d=-1.212	←F_d=1.212	F_d=1.212	F_d=1.424
18. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.037			
G=-0.24=24.15	G=+0.24=12.36→	G=12.36	G=+0.36=48.49	G=+0.36=38.49
F_d=1.236	F_d=1.236→	F_d=1.236	F_d=1.212	F_d=1.424
		***16a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.024$**	
G=24.15	G=12.17	←G=-0.19=12.17	G=+0.19=48.68	G=+0.36=38.68
F_d=1.236	F_d=-1.217	←F_d=1.217	F_d=1.217	F_d=1.431
21. ΣK=0.1512	ΣF_d=0.019			
G=-0.13=24.02	G=+0.13=12.30→	G=12.30	G=+0.19=48.68	G=+0.36=38.68
F_d=1.230	F_d=1.230→	F_d=1.230	F_d=1.217	F_d=1.431
		***16a* ΣK=K4+K3=0.1250**	**$\Sigma F_d=F_d4+F_d3=0.013$**	
		G=-0.10=12.20	G=+0.10=48.78	G=+0.36=38.78
		F_d=1.220	F_d=1.220	F_d=1.435
a=1/F_d=0.813			a=1/F_d=0.820	a=1/F_d=0.697
		a=1/F_d=0.820		

*G_{min} ist maßgebend **Fette Buchstaben** = maßg. Signalgruppe an der Einspannung

F_d ist eine lineare Funktion von der Grünzeit G. Die Verteilung der Überschüsse von F_d kann in einem Schritt durchgeführt werden. Die Versetzung einer Einspannung, die durch die Verteilung der Überschüsse der Kräfte F_d verursacht wird, ist $\Delta L = \Delta G = \Sigma F_{d,maßg.} / \Sigma K_{maßg}$. Fängt man an mit dem größten Überschuß der Kräfte zwischen Signal 4 und Signal 6, erhält man den im folgenden ausgeführten Arbeitsbogen (Tab.6-4).

Die Ergebnisse der Optimierung (Maximierung der Kapazitäten = Harmonisierung der Auslastungsgrade) sind in der Tab.6-3 aufgelistet.

6.3.2 Harmonisierung der mittleren Wartezeiten

Kraftfunktion : Formel zur Berechnung der mittleren Wartezeit nach Webster

$$F_d = -F = -w = -0.9 \cdot \left[\frac{(1-\frac{G}{C})^2 \cdot C}{2(1-\frac{q/n_l}{s})} + \frac{a^2}{2 \cdot q/n_l \cdot (1-a)} \right] \qquad \text{(s/Fz)} \qquad \textbf{(6-1a)}$$

$$= -\frac{0.9}{q/n_l} \cdot \left[\frac{h_0^2 \cdot C}{2h_1} + \frac{1}{2 \cdot h_4} \right]$$

Steifigkeitszahl:

$$K = -\frac{\partial F}{\partial G}$$

$$= \frac{0.9}{q/n_l} \cdot \left[\frac{h_0}{h_1} + \frac{h_3}{h_4^2} \right] \qquad \textbf{(6-1b)}$$

mit

$$h_0 = 1 - \frac{G}{C}$$

$$h_1 = \frac{1}{q/n_l} - \frac{1}{s}$$

$$h_2 = \frac{2s^2}{(q/n_l \cdot C)^2} \qquad \textbf{(6-1c)}$$

$$h_3 = h_2 \cdot G - \frac{s}{q/n_l \cdot C}$$

$$h_4 = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a} = (\frac{sG}{q/n_l \cdot C})^2 - \frac{sG}{q/n_l \cdot C}$$

Zielsetzung : Gleichgewicht der maßgebenden mittleren Wartezeiten.

Verfahren : Iterative Verteilung der maßgebenden F_d bei den Einspannungen (größere F_d sind maßgebend)

F_d ist keine lineare Funktion von der Grünzeit G. Die Verteilung der Überschüsse von F_d kann nur iterativ durchgeführt werden. Zur Berechnung der Versetzung der Einspannungen wird weiterhin bei jedem Iterationsschritt die Beziehung $\Delta L = \Delta G_i = \Sigma F_d(G_i)_{maßg} / \Delta K(G_i)_{maßg}$ verwendet.

Tab.6-5: Ergebnisse für Harmonisierung der Wartezeiten

	Signal 1	Signal 2	Signal 3	Signal 4	Signal 5	Signal 6	
n (Spur)	1	2	1	2	2	1	
q/n (Fz/h)	150	390	800	200	180	540	
G (s)							
vorher	11.92	24.02	48.78	12.20	14.30	38.78	
nachher	14.81	24.67	43.88	16.15	16.01	33.88	
Δ	+2.89	+0.65	-4.90	+3.95	+1.71	+4.90	
a							
vorher	0.629	0.813	0.820	0.820	0.629	0.697	
nachher	0.509	0.794	0.914	0.623	0.566	0.799	
Δ	-0.120	-0.019	+0.094	-0.197	-0.063	+0.102	
w (s/Fz)							
vorher	44.78	42.34	22.86	64.23	41.45	23.53	
nachher	36.45	39.36	38.17	38.83	36.65	31.88	
Δ	-8.33	-2.98	+15.31	-25.40	-4.80	+8.35	
W (s/s)							
vorher	1.87	9.17	5.08	7.14	4.15	3.53	30.94
nachher	1.52	8.59	8.48	4.31	3.69	4.78	31.37
Δ	-0.35	-0.58	+3.40	-2.83	-0.46	+1.25	+0.43
							+1.4%

Die Summe der Wartezeiten nimmt nur geringfügig zu.

Nimmt man die Ergebnisse der Maximierung der Kapazität als die Eingangsdaten, erhält man den ausgefüllten Arbeitsbogen Tab.6-6.

Die Tab.6-5 zeigt den Vergleich zwischen den Eingangsergebnissen (vorher) der Harmonisierung der Auslastungsgrade (= Maximierung der Kapazitäten) und den Ergebnissen (nachher) der Harmonisierung der mittleren Wartezeiten.

Tab.6-6: Arbeitsbogen für Harmonisierung der Wartezeiten

Signal 5	Signal 1	Signal 1	Signal 3	Signal 6
G=14.30	G=11.92	G=11.92	G=48.78	G=38.78
F_d=-41.45	F_d=44.78	F_d=-44.78	F_d=22.86	F_d=23.53
K=5.816	K=8.004	K=8.004	K=2.775	K=1.794
		1.1b.+1.2b.+1.3b.+1.4b.		
		G=+(1.16+1.41+1.10+0.49)		
G=14.30	G=6.08	←G=+4.16=16.08		
F_d=-41.45	F_d=34.21	←F_d=-34.21		
K=5.816	K=2.380	←K=2.380		
3.1. ΣK=8.196	ΣK=-7.24			
G=+0.88=15.18	G=-0.88=15.20			
F_d=-38.87	F_d=35.71			
K=4.370	K=2.847			
3.2. ΣK=7.217	ΣK=-3.16			
G=+0.44=15.62	G=-0.44=14.76→	G=14.76		
F_d=-37.79	F_d=36.55→	F_d=-36.55		
K=3.859	K=3.151→	K=3.151		
		4.1b.+4.2b. .		
		G=+(0.24+0.10)		
G=15.62	G=15.10	←G=+0.34=15.10		
F_d=-37.79	F_d=35.89	←F_d=-35.89		
K=3.859	K=2.911	←K=2.911		
6.1. ΣK=6.770	ΣK=-1.90			
G=+0.28=15.90	G=-0.28=14.82			
F_d=-37.15	F_d=36.43			
K=3.585	K=3.106			
6.1. ΣK=6.691	ΣK=-0.72			
G=+0.11=16.01	G=-0.11=14.71→	G=14.71		
F_d=-36.91	F_d=36.65→	F_d=-36.65		
K=3.487	K=3.189→	K=3.189		
		7.1b. . .		
		G=+0.10=14.81		
		F_d=-36.45		
w=-F_d=36.91s		w=-F_d=36.45s		

Signal 2	Signal 4	Signal 4	Signal 3	Signal 6
G=24.02	G=12.20	G=12.20	G=48.78	G=38.78
F_d=-42.34	F_d=64.23	**F_d=-64.23**	F_d=22.86	**F_d=23.53**
K=8.491	K=33.258	**K=33.258**	K=2.775	**K=1.794**
		***1.1a.* ΣK=K4+K6=35.052**	**ΣF_d=F_d4+F_d6=-40.07**	
		G=+1.16=13.36	G=-1.16=47.32	G=-1.16=37.32
		F_d=-51.08	**F_d=25.75**	F_d=25.50
		K=14.304	**K=3.719**	K=2.157
		***1.2a.* ΣK=K4+K3=18.023**	**ΣF_d=F_d4+F_d3=-25.33**	
		G=+1.41=14.77	G=-1.41=45.91	G=-1.41=35.91
		F_d=-43.33	**F_d=29.44**	F_d=27.73
		K=7.224	**K=5.355**	K=2.688
		***1.3a.* ΣK=K4+K3=12.579**	**ΣF_d=F_d4+F_d3=-13.89**	
		G=+1.11=15.87	G=-1.10=44.81	G=-1.11=34.81
		F_d=-39.61	**F_d=33.41**	F_d=29.81
		K=4.892	**K=7.735**	K=3.311
		***1.4a.* ΣK=K4+K3=12.627**	**ΣF_d=F_d4+F_d3=-6.20**	
G=24.02	G=16.36	←G=+0.49=16.36	G=-0.49=44.32	G=-0.49=34.32
F_d=-42.34	F_d=38.29	←F_d=-38.29	F_d=35.70	F_d=30.85
K=8.491	K=4.228	←K=4.228	K=9.420	K=3.681
2.1. ΣK=12.719	ΣF_d=-4.05			
G=+0.32=24.34	G=-0.32=16.04→	G=16.04	G=-0.49=44.32	G=-0.49=34.32
F_d=-40.93	F_d=39.13→	**F_d=39.13**	**F_d=35.70**	F_d=30.85
K=7.480	K=4.623→	**K=4.623**	**K=9.420**	K=3.681
		***4.1a.* ΣK=K4+K3=14.043**	**ΣF_d=F_d4+F_d3=-3.43**	
		G=+0.24=16.28	G=-0.24=44.08	G=-0.24=34.08
		F_d=-38.49	**F_d=36.99**	F_d=31.40
		K=4.326	**K=10.475**	K=3.891
		***4.2a.* ΣK=K4+K3=14.801**	**ΣF_d=F_d4+F_d3=-1.50**	
G=24.34	G=16.38	←G=+0.10=16.38	G=-0.10=43.98	G=-0.10=33.98
F_d=-40.93	F_d=38.24	←F_d=-38.24	F_d=37.57	F_d=31.64
K=7.480	K=4.204	←K=4.204	K=10.972	K=3.985
5.1. ΣK=11.684	ΣF_d=-2.69			
G=+0.23=24.57	G=-0.23=16.15			
F_d=-40.00	F_d=38.83			
K=6.869	K=4.493			
5.1. ΣK=11.362	ΣF_d=-1.17		G=43.98	G=33.98
G=+0.10=24.67	G=-0.10=16.05→	G=16.05	**F_d=37.57**	F_d=31.64
F_d=-39.63	F_d=39.10→	**F_d=-39.10**	**K=10.972**	K=3.985
K=6.629	K=4.629→	**K=4.629**	**ΣF_d=F_d4+F_d3=-1.53**	
		***7.1a.* ΣK=K4+K3=15.601**	G=-0.1=43.88	G=-0.1=33.88
		G=+0.10=16.15	F_d=38.17	F_d=31.88
w=-F_d=39.36s		F_d=-38.83	w=F_d=38.17s	w=F_d=31.88s
		w=-F_d=38.83s		

Fette Buchstaben = maßgebende Signalgruppe bei den Einspannungen

6.3.3 Minimierung der Summe der Wartezeiten

Zielfunktion : Formel zur Berechnung der Summe der Wartezeiten nach Webster.

$$W = w \cdot q / n_l \cdot n_l$$

$$= 0.9 \cdot \left(\frac{h_0^{\,2} \cdot C}{2h_1} + \frac{1}{2h_4}\right) \cdot n_l \qquad (s / s \text{ oder } h / h) \qquad \textbf{(6-2a)}$$

Kraftfunktion :

$$F_d = -F = \frac{\partial W}{\partial G} = -0.9 \cdot \left(\frac{h_0}{h_1} + \frac{h_3}{h_4^{\,2}}\right) \cdot n_l \qquad \textbf{(6-2b)}$$

Steifigkeitszahl:

$$K = -\frac{\partial F}{\partial G}$$

$$= 0.9 \cdot \left[\frac{1}{C \cdot h_1} - \frac{\left(h_2 - \frac{3h_3^{\,2}}{h_4}\right)}{h_4^{\,2}} \right] \cdot n_l \qquad \textbf{(6-2c)}$$

mit

$$h_0 = 1 - \frac{G}{C} \qquad h_1 = \frac{1}{q / n_l} - \frac{1}{s}$$

$$h_2 = \frac{2s^2}{(q / n_l \cdot C)^2} \qquad h_3 = h_2 \cdot G - \frac{s}{q / n_l \cdot C}$$

$$h_4 = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a} = \left(\frac{sG}{q / n_l \cdot C}\right)^2 - \frac{sG}{q / n_l \cdot C}$$

Zielsetzung : Gleichgewicht der Kraftfunktion der Signalgruppen

Verfahren : Iterative Verteilung der Kräfte *F* bei den Einspannungen

Tab.6-7: Ausgangsdaten für Minimierung der Summe der Wartezeiten

	Signal 1	Signal 2	Signal 3	Signal 4	Signal 5	Signal 6
n_l (Spur)	1	2	1	2	2	1
q/n_l (Fz/h)	150	390	800	200	180	540
G (s)	11.92	24.02	48.78	12.20	14.30	38.78
K (s^{-2})	0.241	1.194	0.170	5.293	0.336	0.049
F_d (s^{-1})	-0.333	-1.840	-0.617	-3.695	-0.582	-0.269

F_d ist keine lineare Funktion von der Grünzeit G. Die Verteilung der Überschüsse von F_d kann nur iterativ durchgeführt werden. In jedem Iterationsschritt wird weiterhin zur Berechnung der Versetzung der Einspannungen die Funktion $\Delta L = \Delta G_i = \Sigma F_d(G_i) / \Delta K(G_i)$

eingesetzt. Nimmt man die Ergebnisse der Maximierung der Kapazitäten als die Anfangslösung, erhält man die in der Tab.6-7 dargestellten Eingangsdaten.

Mit diesen Eingangsdaten erhält man dann den ausgefüllten Arbeitsbogen Tab.6-9.

Tab.6-8: Ergebnisse für Minimierung der Summe der Wartezeiten

	Signal 1	Signal 2	Signal 3	Signal 4	Signal 5	Signal 6	Summe
n (Spur)	1	2	1	2	2	1	
q/n (Fz/h)	150	390	800	200	180	540	
G (s)							
vorher	11.92	24.02	48.78	12.20	14.30	38.78	
nachher	12.42	24.76	46.42	13.82	16.16	36.42	
Δ	+0.48	+0.74	-2.36	+1.62	+1.86	+2.36	
a							
vorher	0.629	0.813	0.820	0.820	0.629	0.697	
nachher	0.609	0.791	0.864	0.729	0.560	0.743	
Δ	-0.020	-0.022	0.044	-0.091	-0.069	0.046	
w (s/Fz)							
vorher	44.78	42.34	22.86	64.23	41.45	23.53	
nachher	42.77	39.30	27.96	47.99	36.59	26.88	
Δ	-2.01	-3.04	+5.1	-16.24	-4.86	+3.35	
W (s/s)							
vorher	1.87	9.17	5.08	7.14	4.15	3.53	30.94
nachher	1.78	8.51	6.21	5.33	3.66	4.03	29.52
Δ	-0.09	-0.66	+1.13	-1.81	-0.49	+0.5	-1.42
							-4.6%

Die Tab.6-8 zeigt den Vergleich zwischen den Ergebnissen (vorher) der Maximierung der Kapazitäten (= Harmonisierung der Auslastungsgrade) und den Ergebnissen (nachher) der Minimierung der Summe der Wartezeiten.

Die Summe der Wartezeiten ist nachher 5% geringer als vorher. D.h.: durch die Minimierung der Summe der Wartezeiten kann gegenüber der Maximierung der Kapazitäten eine Einsparung von Wartezeiten erreicht werden.

Das hier dargestellte Optimierungsverfahren ist bereits in einem EDV-Programm realisiert. Es hat sich in der praktischen Anwendung bestens bewährt.

Tab.6-9: Arbeitsbogen für Minimierung der Summe der Wartezeiten

Signal 5	Signal 1	Signal 1	Signal 3	Signal 6
G=14.30	G=11.92	G=11.92	G=48.78	G=38.78
F_d=-0.582	F_d=0.333	F_d=-0.333	F_d=0.617	F_d=0.269
K=0.336	K=0.241	K=0.241	K=0.170	K=0.049
		1.1a. ΣK=5.753	ΣF_d=-3.142	
		G=+0.55=12.47	G=-0.55=48.23	G=-0.55=38.23
		F_d=-0.265	F_d=0.671	F_d=0.287
		K=0.168	K=0.199	K=0.056
		1.2a. ΣK=3.141	ΣF_d=-1.673	
		G=+0.53=13.00	G=-0.53=47.70	G=-0.53=37.70
		F_d=-0.218	F_d=0.761	F_d=0.307
		K=0.123	K=0.250	K=0.064
		1.3a. ΣK=2.040	ΣF_d=-0.817	
		G=+0.40=13.40	G=-0.40=47.30	G=-0.40=37.30
		F_d=-0.191	F_d=0.830	F_d=0.325
		K=0.099	K=0.293	K=0.072
		1.4a. ΣK=1.599	ΣF_d=-0.364	
		G=+0.23=13.63	G=-0.23=47.07	G=-0.23=37.07
		F_d=-0.178	F_d=0.876	F_d=0.335
		K=0.088	K=0.322	K=0.077
		1.5a. ΣK=1.432	ΣF_d=-0.146	
G=14.30	G=13.73	←G=+0.10=13.73	G=-0.10=46.97	G=-0.10=36.97
F_d=-0.582	F_d=0.173	←F_d=-0.173	F_d=0.897	F_d=0.340
K=0.336	K=0.083	←K=0.083	K=0.335	K=0.079
3.1. ΣK=0.419	ΣF_d=-0.409			
G=+0.98=15.28	G=-0.98=12.75			
F_d=-0.424	F_d=0.238			
K=0.200	K=0.142			
3.2. ΣK=0.342	ΣF_d=-0.186			
G=+0.54=15.82	G=-0.54=12.21			
F_d=-0.366	F_d=0.294			
K=0.155	K=0.198			
3.3. ΣK=0.353	ΣF_d=-0.072			
G=+0.20=16.02	G=-0.20=12.01			
F_d=-0.348	F_d=0.321			
K=0.141	K=0.227			
3.4. ΣK=0.368	ΣF_d=-0.027			
G=0.07=16.09	G=-0.07=11.94→	G=11.94	G==46.97	G=36.97
F_d=-0.342	F_d=0.331→	F_d=-0.331	F_d=0.897	F_d=0.340
K=0.137	K=0.238→	K=0.238	K=0.335	K=0.079
		4.1a. ΣK=1.927	ΣF_d=-0.528	
		G=+0.27=12.21	G=-0.27=46.70	G=-0.27=36.70
		F_d=-0.294	F_d=0.959	F_d=0.354
		K=0.198	K=0.377	K=0.086
		4.2a. ΣK=1.683	ΣF_d=-0.222	
G=16.09	G=12.34	←G=+0.13=12.34	G=-0.13=46.57	G=-0.13=36.57
F_d=-0.342	F_d=0.279	←F_d=-0.279	F_d=0.991	F_d=0.362
K=0.137	K=0.182	←K=0.182	K=0.399	K=0.089
6.1. ΣK=0.319	ΣF_d=-0.021			
G=+0.07=16.16	G=-0.07=12.27→	G=12.27	G=46.57	G=36.57
F_d=-0.336	F_d=0.287→	F_d=-0.287	F_d=0.991	F_d=0.362
K=0.133	K=0.191→	K=0.191	K=0.399	K=0.089
		7.1a. ΣK=1.823	ΣF_d=-0.270	
G=16.16		G=+0.15=12.42	G=-0.15=46.42	G=-0.15=36.42

Signal 2	Signal 4	Signal 4
G=24.02	G=12.20	G=12.20
F_d=-1.840	F_d=3.695	F_d=-3.695
K=1.194	K=5.293	K=5.293
		1.1b.
		G=+0.55=12.75
		F_d=-2.366
		K=2.718
		1.2b
		G=+0.53=13.28
		F_d=-1.667
		K=1.603
		1.3b.
		G=+0.40=13.68
		F_d=-1.328
		K=1.135
		1.4b.
		G=+0.23=13.91
		F_d=-1.179
		K=0.945
		1.5b.
G=24.02	G=14.01	←G=+0.10=14.01
F_d=-1.840	F_d=1.123	←F_d=-1.123
K=1.194	K=0.876	←K=0.876
2.1. ΣK=2.070	ΣF_d=-0.672	
G=+0.35=24.37	G=-0.35=13.66	
F_d=-1.602	F_d=1.344	
K=0.956	K=1.153	
2.2. ΣK=2.109	ΣF_d=-0.258	
G=+0.12=24.49	G=-0.12=13.54→	G=13.54
F_d=-1.532	F_d=1.434→	F_d=-1.434
K=0.889	K=1.275→	K=1.275
		4.1b.
		G=+0.27=13.81
		F_d=-1.241
		K=1.022
		4.2b.
G=24.49	G=13.94	←G=+0.13=13.94
F_d=-1.532	F_d=1.162	←F_d=-1.162
K=0.889	K=0.924	←K=0.924
5.1. ΣK=1.813	ΣF_d=-0.370	
G=+0.20=24.69	G=-0.20=13.74	
F_d=-1.426	F_d=1.287	
K=0.791	K=1.081	
5.2. ΣK=1.872	ΣF_d=-0.139	
G=+0.07=24.76	G=-0.07=13.67→	G=13.67
F_d=-1.392	F_d=1.336→	F_d=-1.336
K=0.760	K=1.144→	K=1.144
		7.1b.
G=24.76		G=+0.15=13.82

7 DYNAMISCHE OPTIMIERUNG DER SIGNALZEITEN-PLANS (ON-LINE-OPTIMIERUNG)

Im vorhergehenden Kapitel wurde das Kräfte-Verteilungs-Verfahren zur Ermittlung des Gleichgewichtszustandes eines Feder-Systems vorgestellt. In diesem Kapitel wird gezeigt, daß das Kräfte-Verteilungs-Verfahren auch dynamisch - d.h. on-line in Abhängigkeit von den aktuellen Verkehrsbedingungen - angewendet werden kann. Dadurch kann ein Signalzeitenplan auch on-line dynamisch optimiert werden.

Bei der dynamischen Optimierung können vor allem die Verkehrsparameter **Verkehrsstärke**, **vorhandene Rückstaulänge**, **Zwischenzeiten** (falls die veränderlich sind) on-line berücksichtigt werden. Auch die **Eingriffe der bevorzugten Verkehrsströme (ÖPNV-Linien, Fußgänger-Ströme etc.)** können dabei on-line geprüft werden. Die Zielgröße der Optimierung (z.B. Kapazität, Summe aller Wartezeiten, Kraftstoffverbrauch, Emission etc.) können dann unter den aktuellen Verkehrsbedingungen optimiert werden.

Im Verlauf der Optimierung wird zuerst ein beliebiger, zulässiger (d.h. mit den Restriktionen verträglicher) Signalzeitenplan erzeugt. Hierfür eignet sich eine Vorgehensweise nach RILSA 1992 (Anhang C). Daraufhin wird eine Reihe von Signalzeitenplänen nacheinander durch die Verschiebungen (Änderungen) der Freiheitsgrade des Signalzeitenplans neu erzeugt. Die Änderungen der Freiheitsgrade werden in zwei Stufen geprüft (vgl. Abb.6-2). Zuerst werden sie auf ihre Verträglichkeit mit den vorgegebenen Zwischenzeiten und Restriktionen geprüft. Nur die Änderungen, die keine Verletzungen der Zwischenzeiten und der Restriktionen verursachen, werden weiter in Betracht gezogen. So kann man sicher sein, daß alle neu erzeugten Signalzeitenpläne schaltbare Signalzeitenpläne sind. Die mit den Zwischenzeiten und Restriktionen verträglichen Änderungen der Freiheitsgrade werden dann im Hinblick auf die Zielgröße geprüft. Nur die Änderungen, die zur Verbesserung der Zielgröße führen, werden wirklich vorgenommen. So ist jeder neu erzeugte Signalzeitenplan besser (mindestens nicht schlechter) als der Signalzeitenplan, aus dem der neue Signalzeitenplan erzeugt wird.

Bei der Optimierung eines Signalzeitenplans für die Festzeitsteuerung wird der Signalzeitenplan schrittweise verbessert im Sinne der Optimierung der eingesetzten Zielgröße.

Da jeder neu erzeugte Signalzeitenplan nach der Anpassung und Prüfung der Restriktionen verkehrstechnisch einwandfrei und - das ist besonders wichtig - aus dem vorhergehenden Signalzeitenplan umschaltbar ist, kann zu jeder Zeit während der on-line Optimierung von einem Signalzeitenplan in seinen Nachfolger umgeschaltet werden. Ein Signalzeitenplan kann demnach dynamisch (on-line) an die Verkehrsbedingungen angepaßt bzw. optimiert werden. Man kann den Optimierungsalgorithmus dauernd im Hintergrund laufen lassen und - wenn es gewünscht ist - zu jeder Zeit umschalten, auch wenn die Optimierung noch nicht zu Ende durchgeführt wird. Man erhält immer - in der Hinsicht der Zielgröße und der aktuellen Verkehrsbedingungen - einen besseren (mindestens nicht schlechteren) Signalzeitenplan bei der Umschaltung.

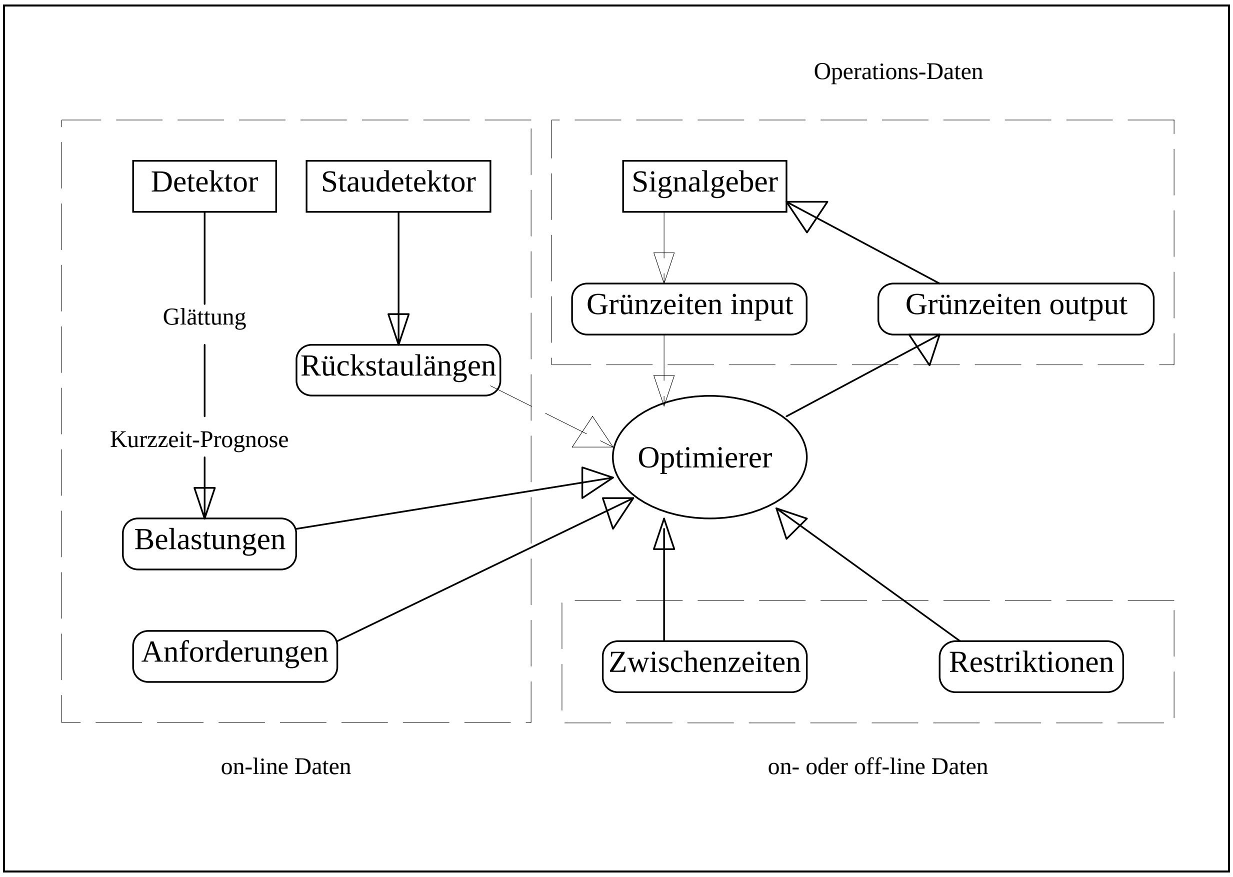


Abb.7-1: Schaltschema der On-Line-Optimierung

In der Abb.7-1 ist ein vereinfachtes Schaltschema dargestellt, mit dem die On-Line-Optimierung durchgeführt werden kann. Der Optimierer ist durch die Parameter **Belastungen (Verkehrsstärken), Rückstaulängen, Anforderungen, Zwischenzeiten, Restriktionen, Grünzeiten input** und **Grünzeiten output** mit der Signalanlage verbunden. Diese sieben Parameter werden in die Prozedur der Optimierung eingebunden. Abb.7-2 zeigt das Flußdiagramm der Optimierungsprozedur mit Berücksichtigung dieser Parameter. Man kann diese Prozedur in den Schaltkreis der Signalanlagen integrieren und damit die dynamische (on-line) Optimierung realisieren.

Die Ermittlung der On-Line-Daten ist der Kernpunkt für die dynamische Optimierung. Der Erfolg und die Effektivität der dynamischen Optimierung hängt völlig von der Genauigkeit der Ermittlung dieser On-Line-Daten ab. Die On-Line-Daten, die der Optimierung eines Umlaufs zugrunde liegen, müssen bekannt sein, bevor dieser Umlauf beginnt. Die Mindestlänge des Zeitvorsprungs zwischen dem Zeitpunkt, zu dem die On-Line-Daten bekannt sein müssen, und dem Zeitpunkt, in dem der zugehörige Umlauf beginnt, ist die Dauer der Optimierung.

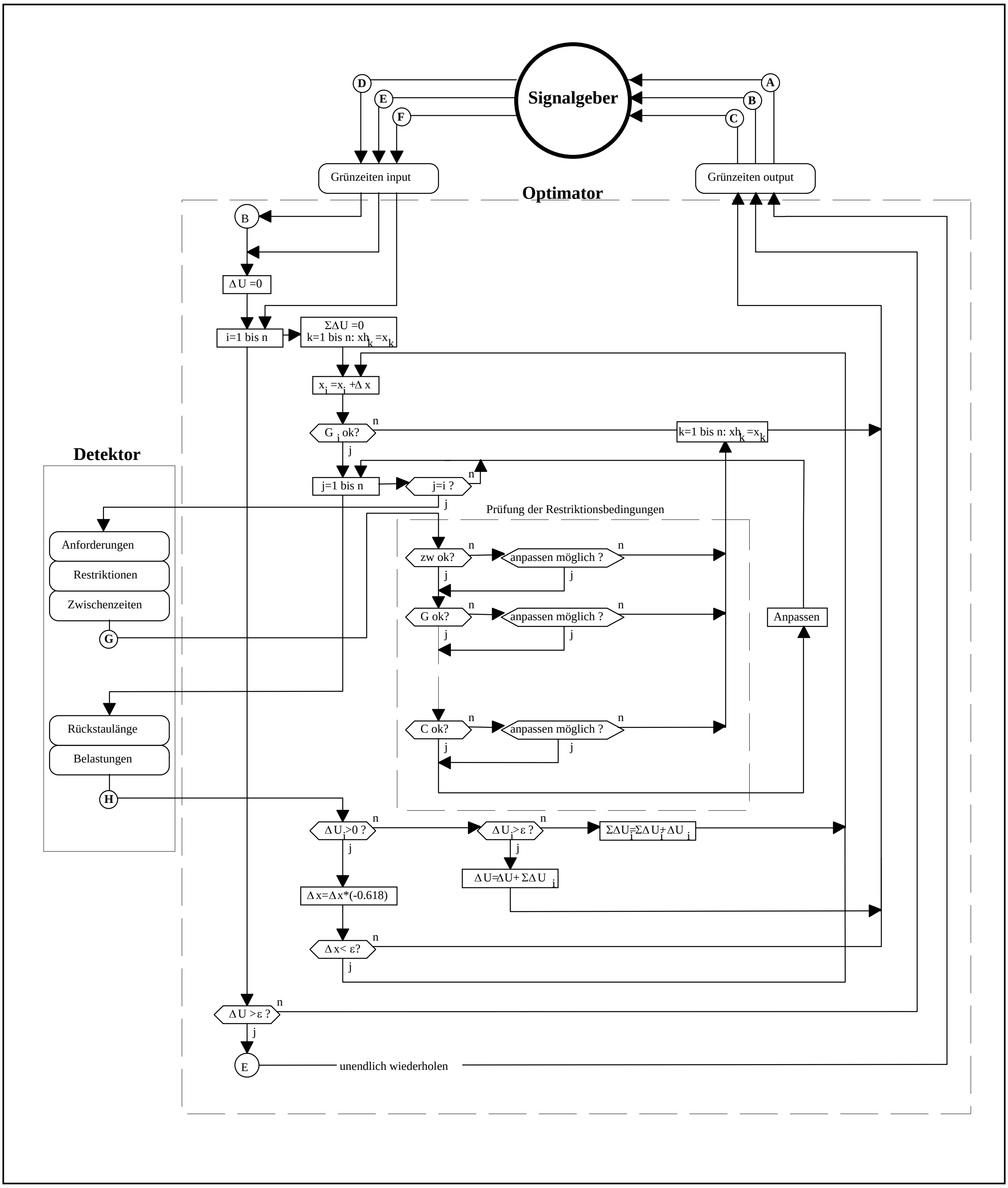


Abb.7-2: Flußdiagramm der Optimierungsprozedur

7.1 Lage der Detektoren

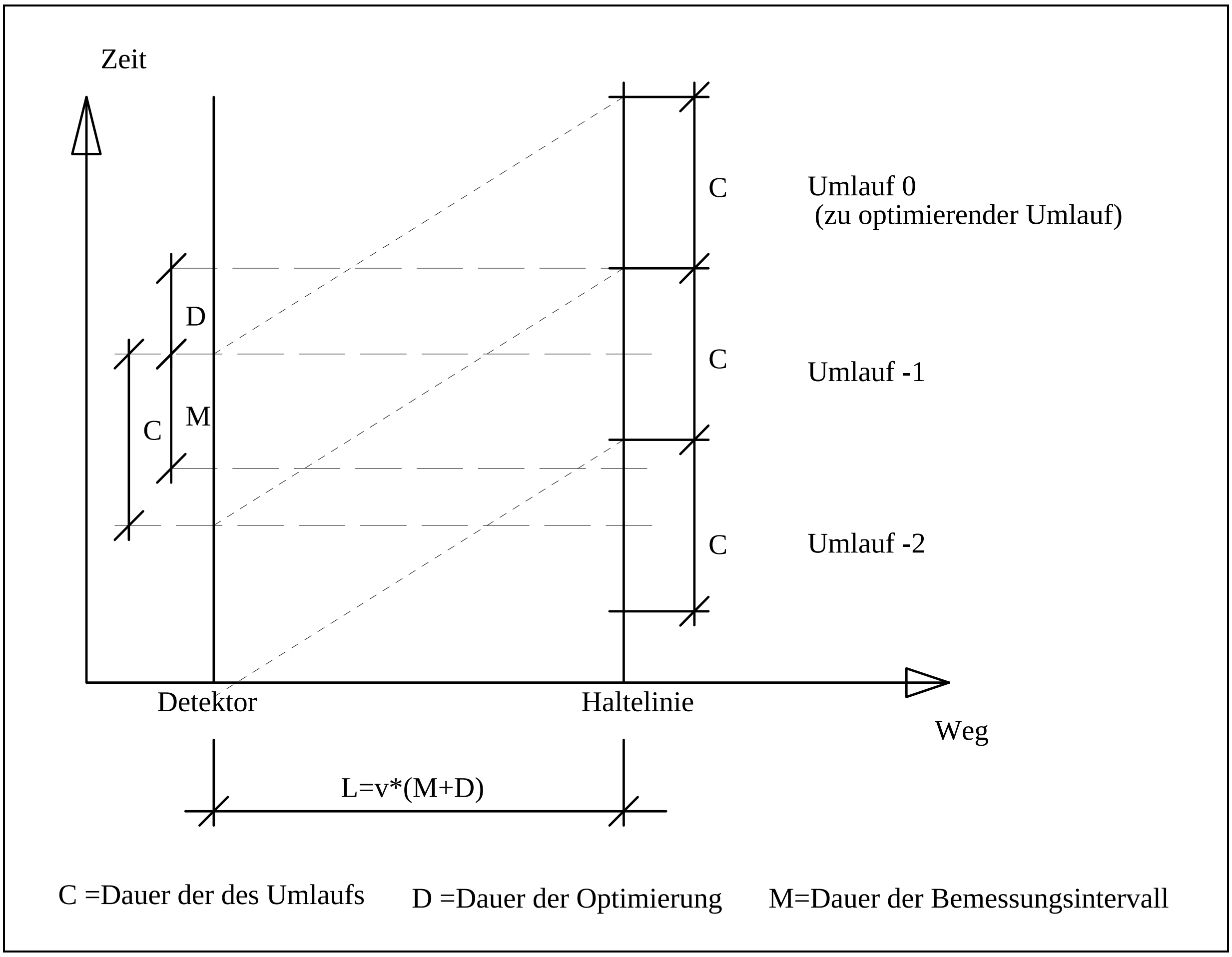


Abb.7-3: Mindestentfernung zwischen der Haltelinie und der Position des Detektors

Da die On-Line-Daten fast ausschließlich von den Detektoren gewonnen werden, muß man die Detektoren genügend von den Haltelinien entfernt installieren. Z. B.: um die Fahrzeuge zu erfassen, die tatsächlich im betrachteten Umlauf den Knotenpunkt überqueren, müssen die Detektoren soweit von den Knotenpunkten entfernt installiert werden, daß die Fahrzeit der betrachteten Fahrzeuge gleich oder länger ist als die Zeitdauer, die die Optimierung benötigt. Man braucht außerdem ein bestimmtes Bemessungsintervall, innerhalb dessen, die Daten - z.B. die Verkehrsstärke - erhoben werden. Nimmt man an, daß die Optimierung die Zeit D und das Bemessungsintervall die Zeit M benötigen und daß alle Fahrzeuge mit der gleichen Geschwindigkeit v an den Kontenpunkt heranfahren, dann erhält man die Mindestentfernung zwischen der Haltelinie und der Position des Detektors L (vgl. Abb.7-3):

$$L = v \cdot (D + M) \qquad \text{für } 0 \le M \le C \qquad \textbf{(7-1)}$$

mit v = Geschwindigkeit der Fahrzeuge im Annäherungsbereich des Knotenpunktes

Wir betrachten den Fall, daß das Bemessungsintervall M genau die Länge des Umlaufs hat. Dies ist vielfach besonders sinnvoll. Dies ist jedenfalls dann notwendig, wenn der Zufluß durch eine stromaufwärtige Signalanlage gepulkt ist. Dann gilt:

$$L = v \cdot (D + C) \qquad \text{für } M > C \qquad \textbf{(7-2)}$$

Wenn man berücksichtigt, daß die On-Line-Daten, die der Optimierung zugrunde liegen, auch während der Optimierung erfaßt und korrigiert werden können (siehe. Abb.7-2), dann kann die Dauer der Optimierung für die Festlegung der Detektoren außer Betracht genommen werden. Die Entfernung vom Detektor zur Haltelinie ist dann nur von der Länge des Bemessungsintervalls *M* abhängig. So kann man in diesem Fall die Größe *D* in der Gl.7-1 durch Null ersetzen.

Tab.7-1: Entfernung der Detektoren *L* in Meter mit *v*=50 km/h

	Dauer der Optimierung *D* (s)			
Bemessungs-intervall M (s)	2 (*G* optimieren)	10 (*C* optimieren)	20 (*C* optimieren)	**0 (ohne D)**
5	97	208	347	**69**
10	167	278	417	**139**
30	444	556	694	**417**
60	861	972	1111	**833**

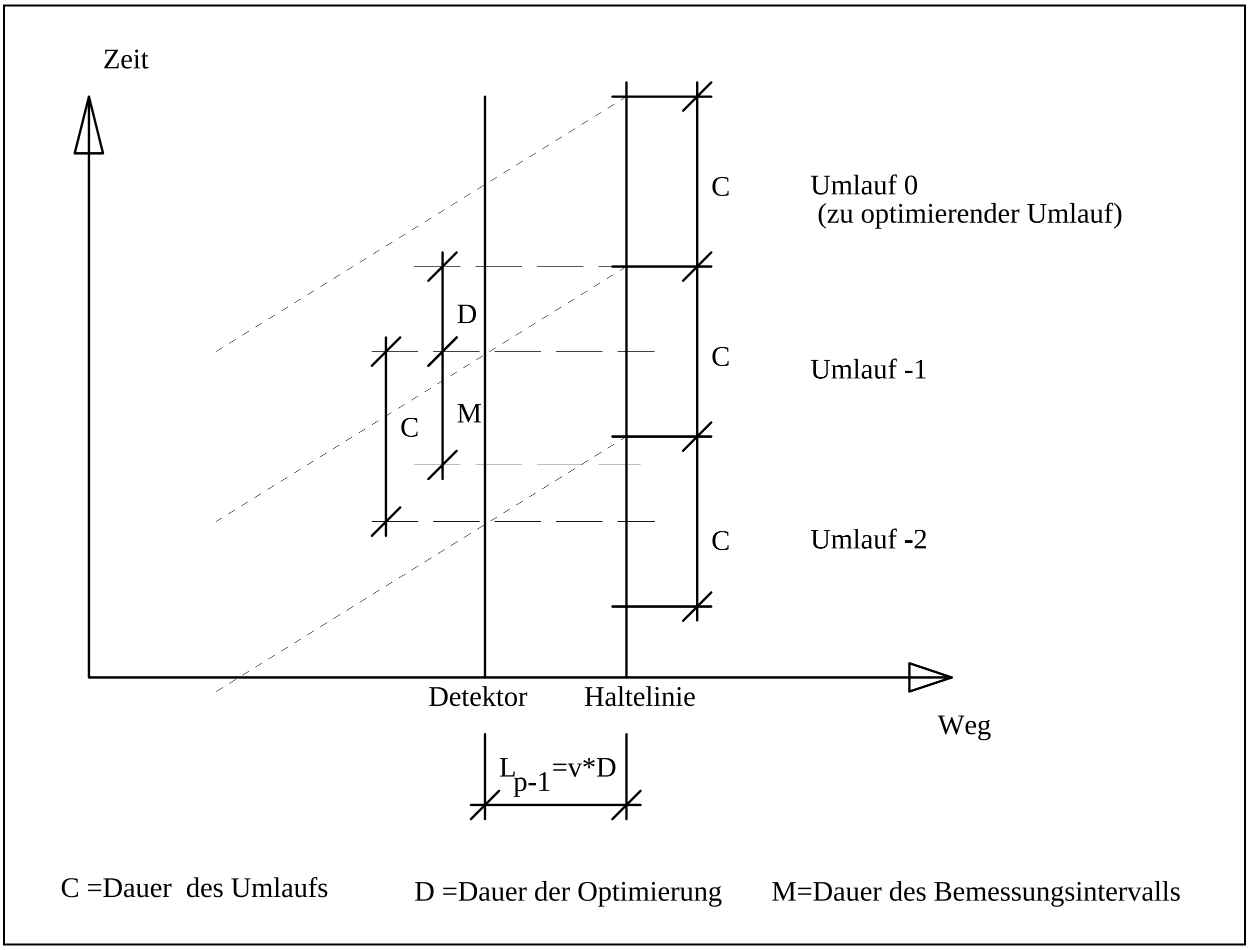


Abb.7-4: Mindestentfernung des Detektors in Abhängigkeit der Dauer der Optimierung

Tab.7-1 zeigt die erforderliche Entfernung der Detektoren nach der Gl.7-1 anhand einiger vorgegebenen Testdaten für die Dauer der Optimierung *D*. Man kann erkennen, daß die benötigten Entfernungen von den Haltelinien zu den Detektoren sehr groß sind. z. B.: bei einem vernünftigen Bemessungsintervall von 30s müssen die Detektoren 400m bis 700m von den Haltelinien entfernt sein. Da diese Entfernungen in der Praxis kaum einzuhalten sind (in der Praxis liegt die Entfernung vom Detektor zur Haltelinie bei ca. 50m), muß man im allgemeinen auf die direkte Erfassung der benötigen On-Line-Daten verzichten. Die Optimierung wird dann auf der Basis von prognostizierten Daten durchgeführt, z.B. aus einer geeigneten Kurzzeitprognose.

Wenn man die On-Line-Daten des direkt vorhergehenden Umlaufs (Umlauf -1) der Prognose der On-Line-Daten des betrachteten Umlaufs zugrunde legt, dann ist die Entfernung der Detektoren nur von der Dauer der Optimierung abhängig (vgl. Abb.7-4). Dann gilt:

$$L_{p-1} = v \cdot D \qquad \text{für alle } M \tag{7-4}$$

Tab.7-2: Entfernung der Detektoren L_{p-1} in Meter mit v=50 km/h

	Dauer der Optimierung D (s)			
	2 (G optimieren)	10 (C optimieren)	20 (C optimieren)	**0** **(Ohne D)**
L_{p-1}	28	139	278	**0**

In der Tab.7-2 sind die Entfernungen der Detektoren für die Optimierung mit Berücksichtigung der Umlaufzeit immer noch zu groß. Die Entfernung der Detektoren für die Optimierung ohne Berücksichtigung der Umlaufzeit liegt im annehmbaren Bereich. Um die Entfernung vom Detektor zur Haltelinie auch für die Optimierung mit Berücksichtigung der Umlaufzeit auf 50m herunter zu setzen - eine Entfernung, die in der Praxis üblich ist - muß man die Dauer der Optimierung auf 50/13.8=3.6s begrenzen. Dies ist bisher leider noch mit keinem Mikroprozessor möglich oder nur bei bestimmten Voraussetzungen. Dennoch kann man die Ergebnisse der Optimierung mit Berücksichtigung der Umlaufzeit schon nach 3.6s zum Schalten aus dem Optimierer entnehmen (z.B.: über die Datenausgänge B und C in der Abb.7-2). Diese Ergebnisse enthalten zwar noch keine optimale Umlaufzeit, die Umlaufzeit ist aber auf jedem Fall eine Verbesserung gegenüber der vorhergehenden Umlaufzeit. Die Grünzeiten sind dann aber bereits bei der gegebenen Umlaufzeit optimiert worden. Die Optimierung der Umlaufzeit wird im folgenden Umlauf fortgesetzt. So wird die optimale Umlaufzeit nach und nach angenähert. Wenn man auch während der Optimierung die Datenerfassung zuläßt, kann man die Detektoren in beliebiger Entfernung installieren.

Wenn man damit zufrieden ist, daß die On-Line-Daten des zweiten vorhergehenden Umlaufs (Umlauf -2) der Prognose der On-Line-Daten des betrachteten Umlaufs zugrunde gelegt werden können, dann darf die Entfernung der Detektoren zu den Haltelinien beliebig kurz sein, wenn die Dauer der Optimierung nicht länger als die Umlaufzeit ist (vgl. Abb.7-5). Eine zu geringe Entfernung des Detektors von der Haltelinie ist jedoch bei hoher Belastung nicht zu empfehlen, da dann es gegebenenfalls nur die Kapazität der Lichtsignalanlage gemessen wird und nicht die Belastung des Zuflusses.

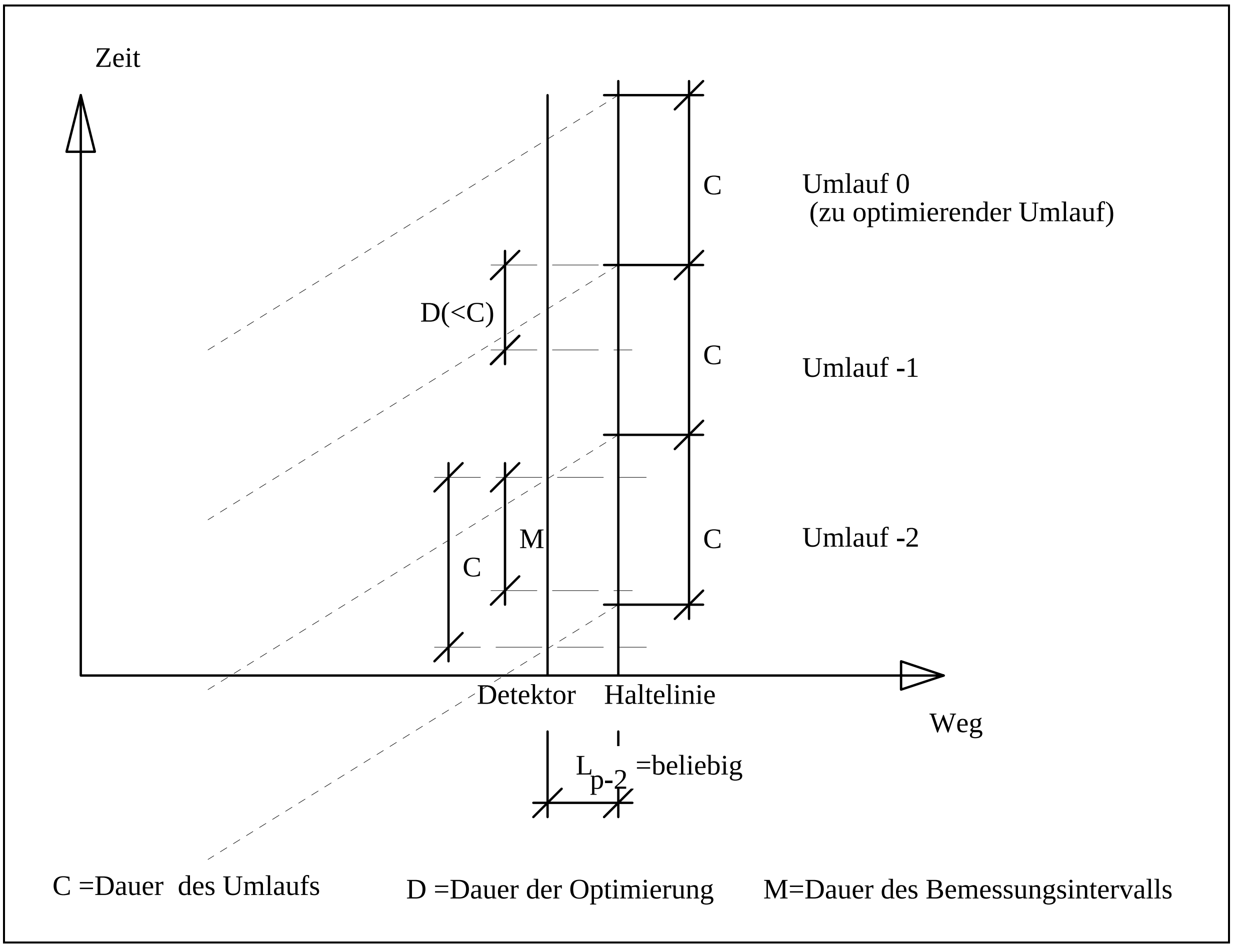


Abb.7-5: Entfernung des Detektors mit Daten vom Umlauf -2

7.2 Ausgleichsrechnung für die Verkehrsstärke und Kuzzeitprognose

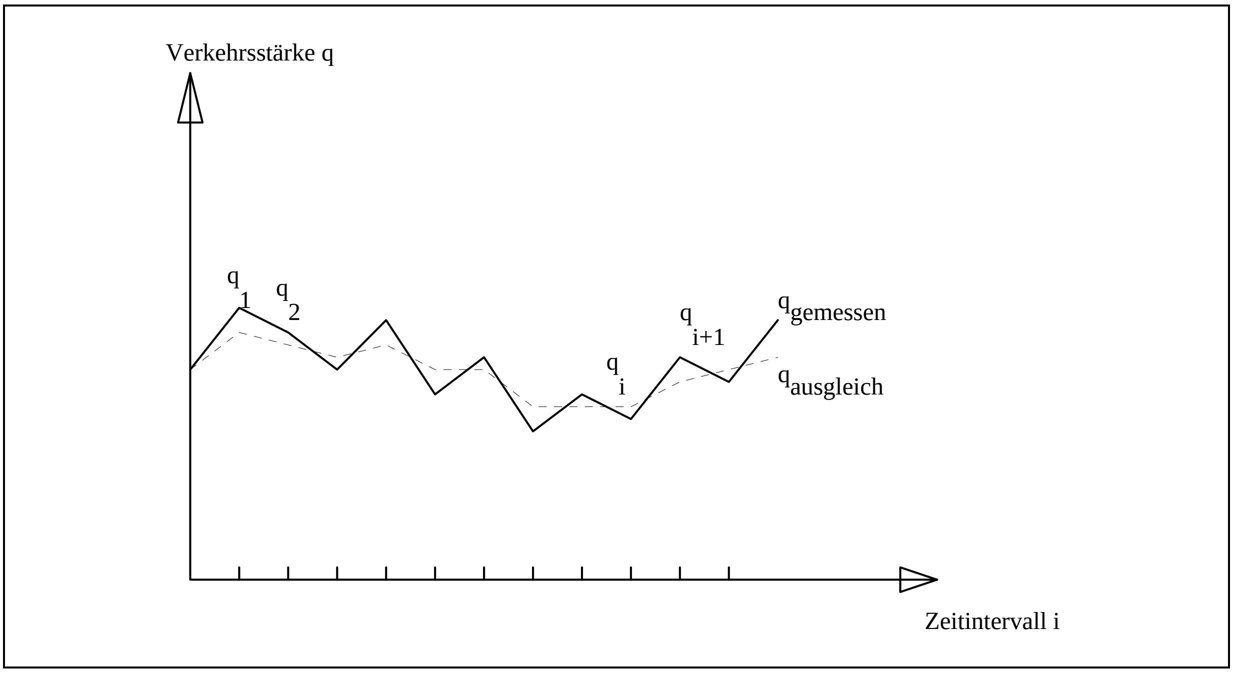


Abb.7-6: Glätterung der Meßdaten

Weil die Verkehrsdaten (z.B.: die Verkehrsstärke) vom Umlauf zum Umlauf sehr stark schwanken können, ist es in der Praxis sinnvoller, die On-Line-Daten über mehrere Umläufe zu mitteln und dann die Optimierung mit den gemittelten Werten durchzuführen.

Über Verfahren zur Glätterung (Ausgleich) und zur kurzfristigen Prognose der On-Line-Daten gibt es verschiedenen Literaturquellen. Ein bekanntes Verfahren zur Glätterung der Ganglinien ist das Ausgleichsverfahren MEXWA (Fa. Siemens).

Das Verfahren MEXWA ist ein modifiziertes exponentielles Glätterungsverfahrens. Abb.7-6 zeigt das Prinzip des Ausgleichsverfahrens. Durch das Ausgleichsverfahren wird die Ganglinie der Verkehrsstärke geglättet, die kurzfristigen Schwankungen der Ganglinie werden überbrückt.

Betrachtet man zwei hintereinander folgende Zeitintervalle *i*-1 und *i*, dann lautet der Rechenalgorithmus des einfachen exponentiellen Ausgleichsverfahrens für die ausgeglichene Verkehrsstärke des *i*+1-ten Zeitintervalls:

$$\begin{aligned} q_{i,\text{ausgleich}} &= q_{i-1,\text{ausgleich}} + \alpha_i \cdot (q_{i,\text{gemessen}} - q_{i-1,\text{ausgleich}}) \\ &= \alpha_i \cdot q_{i,\text{gemessen}} + (1-\alpha_i) \cdot q_{i-1,\text{ausgleich}} \end{aligned} \qquad 0 \le \alpha_i \le 1 \qquad \textbf{(7-5)}$$

Nach dieser Gleichung wird ein sogenannter gleitender Mittelwert errechnet, bei dem der aktuelle Meßwert nur mit dem Gewicht α (unabhängig von Zeitintervall *i*) berücksichtigt wird.

Beim Verfahren MEXWA wird der Ausgleichsfaktor α_i in jedem Meßintervall *i* anders gewählt. α_i wird je nach der relativen Änderung der Verkehrsstärke mit verschiedenen Werten besetzt. Die relativen Änderungen werden in drei Stufen eingeteilt:

$$\frac{q_{i,\text{gemessen}} - q_{i-1,\text{ausgleich}}}{q_{i-1,\text{ausgleich}}} \cdot 100 \begin{cases} \ge L & \text{Stufe 1} \\ < L \\ > -L & \text{Stufe 2} \\ \le -L & \text{Stufe 3} \end{cases} \qquad \textbf{(7-6)}$$

mit L = Grenze für die Klassifizierung der relativen Änderung der Verkehrsstärke (z.B.: L = 12.5)

Die α_i-Werte für die Gl.7-5 werden dann aus der Tab.7-3 entnommen.

Tab.7-3: Parameter α_i für das Verfahren MEXWA

von \ nach	Stufe 1	Stufe 2	Stufe 3
Stufe 1	$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \Delta_1$	$\alpha_i = \alpha_N$	$\alpha_i = \alpha_N + \Delta_2$
Stufe 2	$\alpha_i = \alpha_N + \Delta_1$	$\alpha_i = \alpha_N$	$\alpha_i = \alpha_N + \Delta_2$
Stufe 3	$\alpha_i = \alpha_N$	$\alpha_i = \alpha_N$	$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \Delta_1$

α_i = Ausgleichsfaktor für das Zeitintervall *i*

α_{i-1} = Ausgleichsfaktor für das Zeitintervall *i*-1
α_N = Normalwert des Ausgleichsfaktors (z.B.: 0.1)
Δ_1 = Verstärkungsbeiwert für den Ausgleichsfaktor bei steigendem Verkehr (z.B.: 0.08)
Δ_2 = Verstärkungsbeiwert für den Ausgleichsfaktor bei fallendem Verkehr (z.B.: 0.08 oder -0.08)

Der Ausgleichsfaktor α_i drückt die Sensibilität des Ausgleichsverfahren auf die Änderung der Verkehrsstärke vom Zeitintervall *i*-1 nach dem Zeitintervall *i* aus. Das Ausgleichsverfahren verfolgt folgende Prinzipien:

1. Auf die starke positive Änderung der Verkehrsstärke wird stärker reagiert (Stufe 2 nach 1).
2. Auf die starke negative Änderung der Verkehrsstärke wird schwächer reagiert (Stufe 2 nach 3).
3. Auf nacheinander folgende starke Änderungen der Verkehrsstärke mit gleichen Vorzeichen wird zunehmend stärker reagiert (Stufe 1 nach 1 und Stufe 3 nach 3).
4. Auf nacheinander folgende starke Änderungen der Verkehrsstärke mit unterschiedlichen Vorzeichen wird verhalten reagiert (Stufe 3 nach 1 und Stufe 1 nach 3).

Mit einem vergleichbaren Ausgleichsverfahren kann auch die kurzfristige Prognose der Verkehrsstärke vorgenommen werden. Z. B.: die Verkehrsstärke des *i*+1-ten Zeitintervalls soll anhand der Verkehrsstärke der vorhergehenden Zeitintervalle (bis zum *i*-ten Zeitintervall) ermittelt werden. Die einfachste Lösung dafür wäre, daß man die Ganglinie vom Zeitintervall *i* nach *i*+1 extrapoliert. Nimmt man an, daß die Steigung g_i der Ganglinie in der Mitte des Zeitintervalls *i* bekannt ist, dann lautet die prognostizierte Verkehrsstärke des *i*+1-ten Zeitintervalls:

$$q_{i+1} = q_i + g_i \cdot \left(\frac{l_i + l_{i+1}}{2} \right) \tag{7-7}$$

mit l_i = Länge des *i*-ten Zeitintervalls
l_{i+1} = Länge des *i*+1-ten Zeitintervalls

Natürlich müssen die ausgeglichenen Werte in die Gl.7-7 eingesetzt werden, damit auch die prognostizierten Werte diesem Ausgleich unterliegen. Die Gl.7-7 muß demnach umgeschrieben in

$$q_{i+1,\text{ausgleich}} = q_{i,\text{ausgleich}} + g^*_{i,\text{ausgleich}} \cdot \left(\frac{l_i + l_{i+1}}{2} \right) \tag{7-8}$$

mit $q_{i,\text{ausgleich}}$ = ausgeglichene Verkehrsstärke des *i*-ten Zeitintervalls (Gl.7-5)
$g^*_{i,\text{ausgleich}}$ = ausgeglichene Steigung der Ganglinie des *i*-ten Zeitintervalls

Die ausgeglichene Steigung der Ganglinie des *i*-ten Zeitintervalls kann man entweder direkt aus den ausgeglichenen Verkehrsstärken berechnen, d.h.,

$$g^*_{i,\text{ausgleich}} = \frac{q_{i,\text{ausgleich}} - q_{i-1,\text{ausgleich}}}{l_i} \tag{7-9}$$

oder mit der folgenden Gleichung ermittelt:

$$g^*_{i,\text{ausgleich}} = g^*_{i-1,\text{ausgleich}} + \beta_i \cdot (g_{i,\text{ausgleich}} - g^*_{i-1,\text{ausgleich}}) = \beta_i \cdot g_{i,\text{ausgleich}} + (1-\beta_i) \cdot g^*_{i-1,\text{ausgleich}} \qquad 0 \leq \beta_i \leq 1 \qquad \textbf{(7-10)}$$

mit $g_{i,\text{ausgleich}} = \dfrac{q_{i,\text{ausgleich}} - q_{i-1,\text{ausgleich}}}{l_i}$

Mit der Gl.7-10 werden die Steigungen der Ganglinie der Verkehrsstärke zusätzlich ausgeglichen. Dies führt dazu, daß die prognostizierten Steigungen nur geringen Schwankungen unterliegen.

7.3 Test des Prognose- und Optimierungsverfahrens durch Simulation

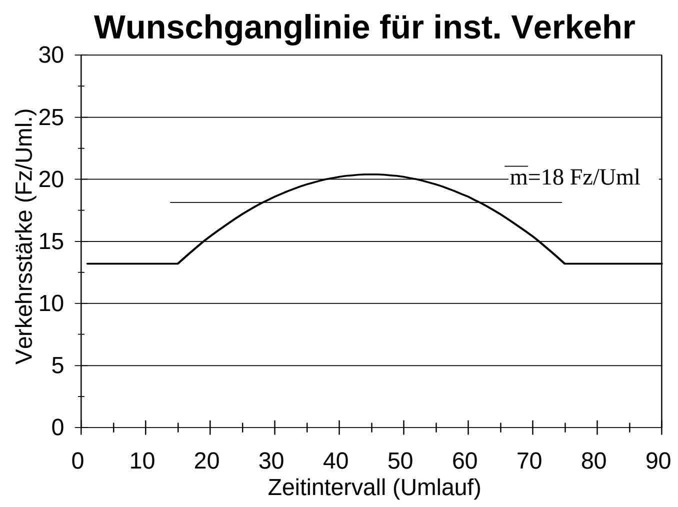


Abb.7-7: Wunschganglinie für instationären Verkehr

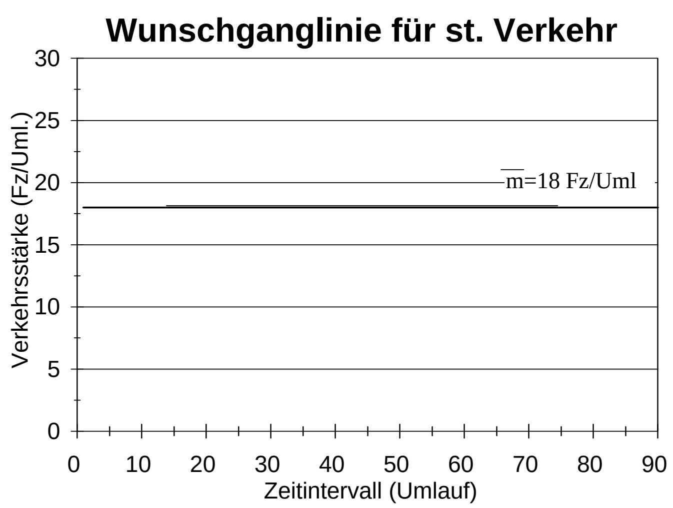


Abb.7-8: Wunschganglinie für stationären Verkehr

Zur Prüfung der o.g. Ausgleichs- und Prognoseverfahren wurden mit einem Zufallsgenerator für verschiedene Verkehrsparameter jeweils acht Datensätze erzeugt: Die Datensätze sind in Anhang D (Tab.D-1 bis D-5) aufgelistet. Die Werte in den Tabellen sind jeweils die Anzahl der ankommenden Fahrzeuge in einem Umlauf (im folgenden Text werden diese Werte mit *m* bezeichnet). Für den instationären Verkehr werden die folgenden Parameter eingesetzt:

- Parabelförmige Ganglinie in der Spitzenperiode
- Länge der Spitzenperiode T = 60 Umläufe (bei C = 60 sec. entspricht dies einer Stunde)
- Spanne der Spitzenperiode z = 0.4
- mittlere Anzahl der ankommenden Fahrzeuge in der Spitzenperiode m = 18 Fz/Umlauf

Die vorgegebene Ganglinie für den Parameter "Verkehrsstärke" bei stationärem Verkehr ist in der Abb.7-8 dargestellt.

Für den stationären Verkehr wird die Anzahl der ankommenden Fahrzeuge pro Umlauf *m* einheitlich mit einem Mittelwert von 18 Fz besetzt. Dies entspricht einer mittleren Verkehrsstärke von 0.3 Fz/s bei C = 60 s.

Die vorgegebene Ganglinie für den Parameter "Verkehrsstärke" bei instationärem Verkehr ist in der Abb.7-7 dargestellt. Dies bedeutet: mit der hier angegebenen Verkehrsstärke als Parameter sind die folgenden Simulationen durchgeführt worden. (In den nachfolgenden Abbildungen und in Anhang D sind diese Kurven mit "Parameter" gekennzeichnet.)

Die in den Tab.D-1 bis D-5 in Anhang D aufgelisteten Datensätze sind unter folgenden Verkehrsparametern erzeugt worden:

1. Feier Verkehr unter instationärer Bedingung (Tab.D-1):
2. Teilgebundener Verkehr unter instationärer Bedingung (Tab. D-2) mit einer Mindestzeitlücke zwischen den hintereinander fahrenden Fahrzeugen τ = 2 s.
3. Freier Verkehr unter stationärer Bedingung (Tab. D-3)
4. Teilgebundener Verkehr unter instationärer Bedingung (Tab. D-4) mit einer Mindestzeitlücke zwischen den hintereinander fahrenden Fahrzeugen τ = 1.4 s.
5. Teilgebundener Verkehr unter stationärer Bedingung (Tab. D-5) mit einer Mindestzeitlücke zwischen den hintereinander fahrenden Fahrzeugen τ = 1.4 s.

Für den freien Verkehr wird die Anzahl der Ankünfte der Fahrzeuge in einem Umlauf als Poisson-verteilt angenommen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einem Umlauf genau *i* Fahrzeuge ankommen lautet:

$$p(i) = \frac{m^i \cdot e^{-m}}{i!} \tag{7-11}$$

mit m = mittlere Anzahl der Ankünfte pro Umlauf

Für den teilgebundenen Verkehr wird die Formel nach Wu (1997) verwendet. Die Formel lautet

$$p(i) = k^* \cdot \frac{(m)^{i \cdot k^*} \cdot e^{-m \cdot k^*}}{\Gamma(i \cdot k^* + 1)} \tag{7-12}$$

mit

$$k^* = \frac{1}{\left(1 - \tau \cdot \frac{m}{C}\right)^2} \qquad \textbf{(7-13)}$$

Bei der Erzeugung der Zufallsdatensätze wird C = 60 s eingesetzt.

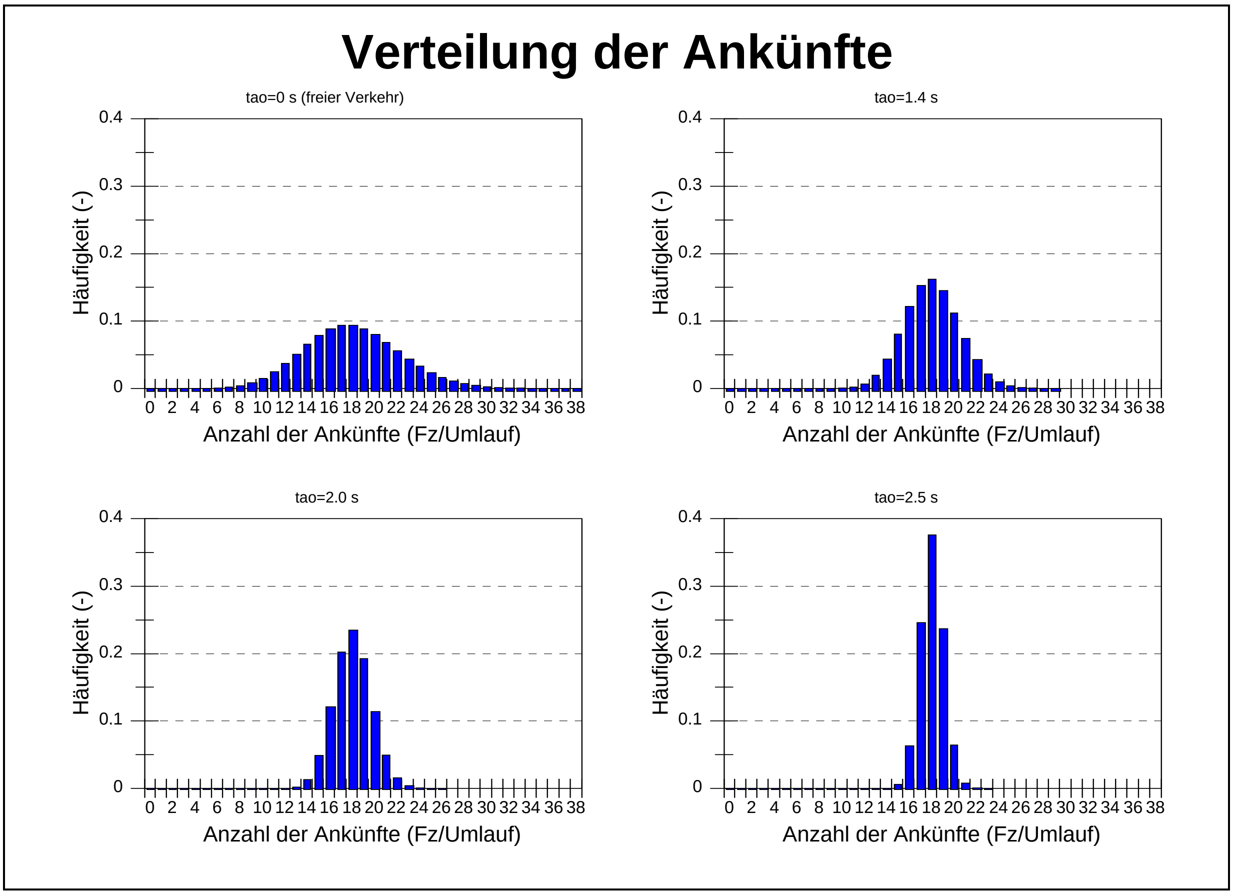


Abb.7-9: Verteilung der Ankünfte mit m=18 Fz/Umlauf (τ=tao)

Die Gl.7-12 drückt die Verteilung der Ankünfte im betrachteten Zeitintervall aus. Sie wurde hergeleitet unter der Annahme, daß die Zeitlücken im betrachteten Verkehrsstrom verschoben-negativ-exponential verteilt sind. Der Mittelwert der Mindestzeitlücken τ zwischen zwei hintereinander fahrenden Fahrzeugen beträgt nach Böhm (1968) ca. 1.4 s.

Abb.7-9 und 7-10 zeigen zwei Beispiele der Verteilung der Ankünfte für τ=0 (freier Verkehr), 1.4, 2.0 und 2.5 s. Abb.7-9 zeigt das Beispiel mit einer mittleren Anzahl der Ankünfte m = 18 Fz/Umlauf; Abb.7-10 zeigt das Beispiel mit m = 9 Fz/Umlauf. Es ist deutlich zu erkennen, daß mit wachsender Mindestzeitlücke τ die Zufallsgröße "Anzahl der Ankünfte pro Umlauf" eine geringere Streuung aufweist. Demnach geht mit zunehmender Mindestzeitlücke τ die Freizügigkeit des Verkehrsablaufs zurück.

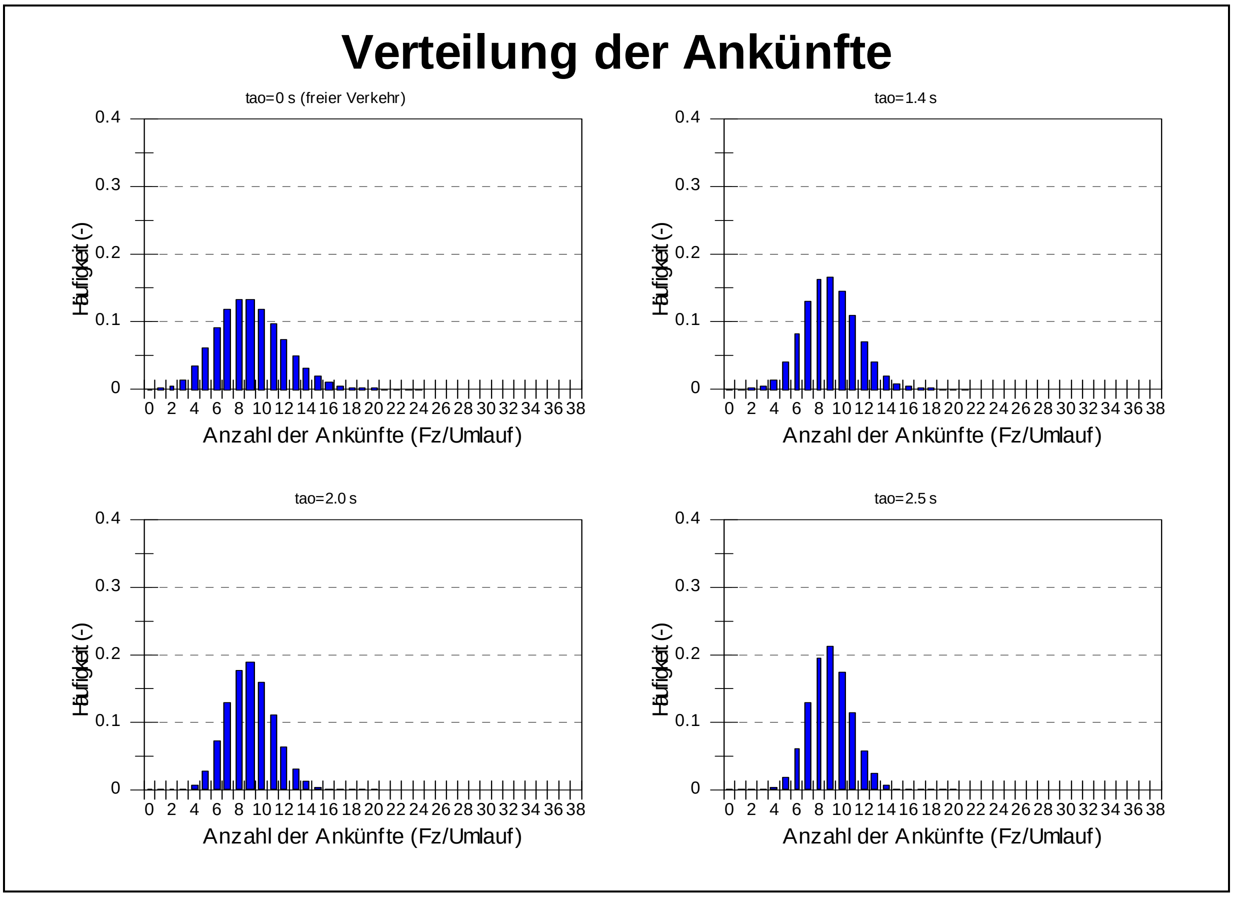


Abb.7-10: Verteilung der Ankünfte mit m=9 Fz/Umlauf (τ=tao)

Tab.7-4 verdeutlicht doch einmal den Zusammenhang zwischen Datengruppen und den zugehörigen Parametern.

Tab.7-4: Parameter der Datengruppen

Mindestzeitlücke	instationär z = 0.4	stationär z = 0
τ = 0.0s	Gruppe 1	Gruppe 3
τ = 2.0s	Gruppe 2	-
τ = 1.4s	Gruppe 4	Gruppe 5

7.3.1 Test des Prognoseverfahrens durch Simulation

Ausgehend von diesen Datensätzen werden die vorher genannten Ausgleichs- und Prognoseverfahren getestet. In Anhang D (Abbildungen D-1a bis D-1d) werden für die Datensätze der Gruppe 1 die verschiedenen Ganglinien dargestellt. Jede Abbildung enthält:

⇒ untere Kurvengruppe (linke y-Achse): Ganglinie von Verkehrsstärken.

- **gepunktete Linie:**
  Vorgegebene Verkehrsparameter der Verkehrsstärke, vorgegeben für die Simulation.
- **dünne durchgezogene Linie:**
  erzeugte Ganglinie mit zufälligen Schwankungen; entspricht dem tatsächlichen Verkehrsgeschehen in der Wirklichkeit.
- **gestrichelte Linie:**
  Ausgleichskurve für die zuvor genannten Werte; Ausgleich entsprechend Gl.7-5.

- **dick durchgezogene Linie:**
  prognostizierte Werte nach Gl.7-8.

⇒ obere Kurvengruppen (rechte y-Achse): Ganglinie der Steigungen der Ganglinie der Verkehrsstärken.

- **gestrichelte Linie:**
  Steigung der Ausgleichskurve für die zufällig erzeugten Werte; Ausgleich entsprechend Gl.7-5.
- **dick durchgezogene Linie:**
  Steigung der Ganglinie der prognostizierten Werte nach Gl.7-8.

Eine Betrachtung dieser Abbildungen verdeutlicht, daß die dick durchgezogene Ganglinie für die Verkehrsstärken den Trend durchweg am zutreffendsten beschreibt. Auffallend ist auch, daß alle Ausgleichsverfahren bei sehr starken Sprüngen der Verkehrsstärken vielfach beim Auftreten eines lokalen Maximums gerade einen Ausschlag nach unten aufweisen (und umgekehrt beim lokalen Minimum nach oben).

Die Ergebnisse sind in der Tabelle 7-5 dargestellt. Die Ergebnisse zeigen die optimalen Ausgleichsbeiwerte α_N, Δ_1, Δ_2, und β_i. Optimal bedeutet hier, daß die Standardabweichungen *s* zwischen den Werten, die als realer Verlauf der Verkehrsstärke vorgegeben wurden (Zufallswerte) und den prognostizierten Werten minimiert werden.

Die Ergebnisse in der Tab.7-5 lassen folgende Schlußfolgerungen zu:

1. Die Zusatz-Ausgleichsbeiwerte Δ_1 und Δ_2 (vgl. Tab.7-3) tragen nicht zur Erhöhung der Genauigkeit der Prognose bei, da für alle getesteten Datensätze die minimalen Standardabweichungen *s* nur bei Δ_1 =0 und Δ_2 =0 zustande kamen.
2. Für den stationären Verkehr (Datengruppen 3 und 5) ist die kurzfristige Prognose der Anzahl der Ankünfte anhand des Ausgleichsverfahrens nicht möglich, da der optimale Ausgleichsbeiwert β_i unter dieser Bedingung fast immer gleich null ist. Dies bedeutet: die Prognose trifft am genauesten zu, wenn die Anzahl der Ankünfte im *i*-ten Umlauf gleich der Anzahl der Ankünfte im *i*-1-ten Umlauf gesetzt wird. Jede zusätzliche Deutung aus der Tendenz der Änderungen verursacht nur zusätzliche Ungenauigkeit.
3. Die optimalen Ausgleichsbeiwerte sind nur von der Form der Ganglinien und nicht von der Teilgebundenheit des Verkehrs abhängig, denn die Ausgleichsbeiwerte α_N und β_i weisen für gleiche Ganglinien fast die gleichen Werte auf. Für die vorgegebene Ganglinie des instationären Verkehrs (*T* = 60 Uml. und *z* = 0.4) hat α_N einen Mittelwert von 0.22 und β_i einen Mittelwert von 0.11. Für den stationären Verkehr hat α_N einen Mittelwert von 0.08 und β_i ist gleich null.

Die Zusatz-Ausgleichsbeiwerte Δ_1 und Δ_2 haben eine negative Auswirkung für die Prognose der Ankünfte. Dadurch verliert das MEXWA-Ausgleichsverfahren seinen Sinn. Die verstärkende Wirkung des Beiwerts Δ_1 bei steigender Verkehrsstärke und die abschwächende Wirkung des Beiwerts Δ_2 bei fallender Verkehrsstärke verursachen eine Überschätzung der zu erwartenden Verkehrsstärke. Dies ist manchmal wünschenswert. Dieser Verstärkungseffekt ist der eigentliche Sinn der beiden Beiwert Δ_1 und Δ_2. Die Überschätzung könnte jedoch die Reaktion auf die konkurrierenden Verkehrsströme, deren Verkehrsstärken zunehmen, verzögern und die optimale Grünzeitverteilung könnte damit nicht mehr gewährleistet werden. Die überschätzende Wirkung der Beiwerte Δ_1 und Δ_2 kann anhand der prognostizierten Ganglinien in der Abb.D-2 und D-3 in Anhang D verdeutlicht werden.

Tab.7-5: Optimale Ausgleichsbeiwerte für die Prognose der Anzahl der Ankünfte

Datensätze		Daten-Gr. 1 τ=0s z=0.4	Daten-Gr. 2 τ=2s z=0.4	Daten-Gr. 3 τ=0s z=0	Daten-Gr. 4 τ=1.4s z=0.4	Daten-Gr. 5 τ=1.4s z=0
1	α_N	0.21	0.24	0.03	0.2	0.09
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.09	0.11	0	0.13	0
	s	3.8794609	2.8461582	4.1982491	3.2020577	3.5586001
2	α_N	0.21	0.23	0.05	0.19	0.01
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.11	0.17	0	0.09	0
	s	3.7831469	3.1134294	3.854218	3.3655982	3.0118617
3	α_N	0.22	0.25	0.04	0.17	0.07
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.11	0.10	0	0.1	0
	s	4.5604627	3.0819068	4.481893	3.7729227	3.0772771
4	α_N	0.22	0.26	0.14	0.25	0.13
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.09	0.10	0.01	0.11	0
	s	4.5609962	3.0969104	4.6192161	2.9119783	3.6415519
5	α_N	0.2	0.2	0.06	0.21	0.04
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.05	0.15	0.02	0.08	0.03
	s	4.2141612	3.2946309	3.7990601	3.4216428	3.3451441
6	α_N	0.28	0.2	0.17	0.21	0.14
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.14	0.11	0	0.1	0
	s	3.6546249	3.2493217	4.5555146	3.7937746	3.4914239
7	α_N	0.2	0.21	0.05	0.29	0
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.09	0.10	0.01	0.11	0
	s	4.1840733	3.1042711	4.2572477	3.5664283	3.6095721
8	α_N	0.15	0.22	0.12	0.22	0.14
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.11	0.10	0	0.1	0
	s	4.2827995	2.9935021	3.6976383	2.9935021	3.7426578
Mittelwert	α_N	0.21	0.23	0.08	0.22	0.08
	Δ_1	0	0	0	0	0
	Δ_2	0	0	0	0	0
	β_i	0.10	0.12	0.005	0.10	0.004
	s	4.14	3.10	4.18	3.38	3.44

Die Abb. D-2 und D-3 zeigen mehrere ausgewählte Datenpaare als Vergleich zwischen der Prognosen mit und ohne die Zusatz-Ausgleichsbeiwerte. Es kann beobachtet werden, daß die prognostizierten Ganglinien der Ankünfte mit den Beiwerten $\Delta_1>0$ und $\Delta_2>0$ (untere Bilder) immer stärkere (und unrealistischere) Ausschläge aufweisen als die prognostizierten Ganglinien mit $\Delta_1=\Delta_2=0$ (obere Bilder).

Die Tab.7-6 zeigt zum Vergleich noch einmal die Standardabweichungen zwischen den prognostizierten Ankünften und den zu erwartenden Ankünften mit $\Delta=0$ und $\Delta\neq0$, die in den Abb.D-1 und D-3 dargestellt sind. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Standardabweichungen der Prognose mit Zusatz-Ausgleichsbeiwerten (d.h., $\Delta\neq0$) immer größer sind als die Standardabweichungen der Prognose ohne Zusatz-Ausgleichsbeiwerte (d.h., $\Delta=0$). (Standardabweichungen gegenüber den Ausgangsdaten bzw. Zufallsdaten).

Tab.7-6:
Vergleich der Standardabweichung der prognostizierten Ankünfte mit $\Delta=0$ und $\Delta\neq0$

Daten-sätze		Daten-Gr. 1 τ=0s z=0.4		Daten-Gr. 3 τ=0s z=0		Daten-Gr. 4 τ=1.4s z=0.4		Daten-Gr. 5 τ=1.4s z=0	
1	α_N	0.2		-		0.2		0.2	
	Δ_1	0	0.08	-	-	0	0.08	0	0.08
	Δ_2	0	0.08	-	-	0	0.08	0	0.08
	β_i	0.1		-		0.1		0.1	
	s	3.88	4.14	-	-	3.20	3.47	3.63	3.77
2	α_N	0.2		0.2		0.2		0.2	
	Δ_1	0	0.08	0	0.08	0	0.08	0	0.08
	Δ_2	0	0.08	0	0	0.08	0	0	0.08
	β_i	0.1		0.1		0.1		0.1	
	s	3.78	3.94	2.86	2.96	3.37	3.52	3.16	3.27
3	α_N	-		0.2		-		-	
	Δ_1	-	-	0	0.08	-	-	-	-
	Δ_2	-	-	0	0.08	-	-	-	-
	β_i	-		0.1		-		-	
	s	-	-	4.66	4.79	-	-	-	-

Da bei der On-Line-Steuerung nicht vorherzusagen ist, ob der bevorstehende Verkehr stationär oder instationär ist, ist zu empfehlen, daß unter allen Bedingungen die Ausgleichsbeiwerte für den instationären Verkehr eingesetzt (z.B. α_N=0.2 und β_i=0.1) werden. So kann auf jeden Fall schnell auf die Tendenz der Änderung der Ankünfte reagiert werden.

Es sollte angestrebt werden, die hier auf der Basis von Simulationen getroffenen Aussagen auch mit Daten aus dem tatsächlichen Verkehr zu verifizieren.

Weiterhin wäre es wünschenswert zu untersuchen, ob durch historische Ganglinien (z.B. am gleichen Tag der Vorwoche aufgenommen) die Ausgleichsverfahren verbessert werden können.

7.3.2 Test des Optimierungsverfahrens durch Simulation

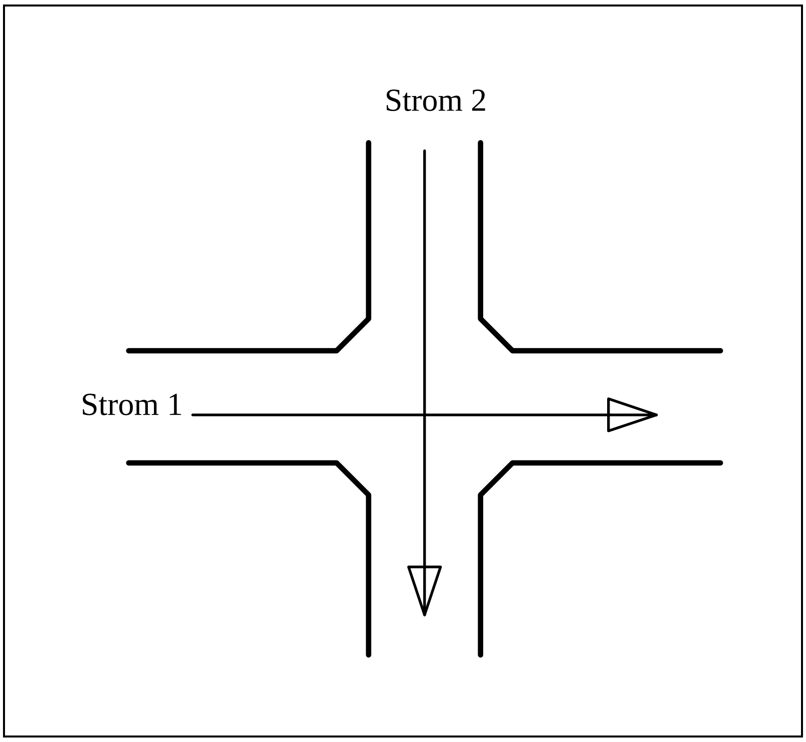


Abb.7-11: Fiktiver Lageplan

Um die Vorteile der On-Line-Optimierung, d.h.: On-Line-Ermittlung der optimalen Grünzeitenverteilung, zu prüfen, werden die Datensätze einer Datengruppe (vgl. Tab.7-4) des stationären Verkehrs (Datengruppe 3) und einer Datengruppe des instationären Verkehrs (Datengruppe 1) paarweise als konkurrierende Verkehrsströme gegenübergestellt. Dabei wird ein Datensatz immer um 45 Umläufe (die Hälfte der betrachteten Gesamtlänge der Ganglinie) verschoben, damit die Spitzenstunden (besonders beim instationärem Verkehr) beider Ganglinien nicht zur selben Zeit auftreten. Der oben auf dieser Seite dargestellte fiktive Lageplan zeigt die Situation zweier miteinander konkurrierender Ströme, deren Freigabezeiten im Hinblick auf die Verkehrsstärken optimiert werden sollen. Es werden für drei Fälle die Rückstaulängen am Grünende ermittelt:

Fall 1: (Abkürzung: Festzeit)

Festzeitgesteuerte Lichtsignalanlage mit einer Kapazität von 20 Fz/Umlauf für beide Ströme. D.h.:

$$L1 = L2 = 20 \text{ Fz/Uml..}$$

mit L1 = Kapazität des Stroms 1

L2 = Kapazität des Stroms 2

Fall 2: (Abkürzung: Prognose)

Verkehrsabhängig gesteuerte Lichtsignalanlage mit einer Gesamtkapazität L von 40 Fz/Umlauf, die nach den zuerst ausgeglichenem und dann prognostizierten (Prognosezeit = 1 Umlauf) Ankünften der beiden Ströme proportional aufgeteilt wird. D.h.:

$$L1 = L \cdot Q1_{progn.}/(Q1_{progn.}+Q2_{progn.}),\ L2 = L \cdot Q2_{progn.}/(Q1_{progn.}+Q2_{progn.}).$$

mit Q1 = Verkehrsstärke des Stroms 1

G2 = Verkehrsstärke des Stroms 2

Fall 3: (Abkürzung: Echtdaten)

Verkehrsabhängig gesteuerte Lichtsignalanlage mit einer Gesamtkapazität L von 40 Fz/Umlauf, die nach den echten Ankünften (Zufallswerten) der beiden Ströme proportional aufgeteilt wird. D.h.:

$$L1 = L \cdot Q1_{echt.}/(Q1_{echt.}+Q2_{echt.}),\ L2 = L \cdot Q2_{echt.}/(Q1_{echt.}+Q2_{echt.}).$$

Dieser Fall würde in der Realität nur dann zutreffen, wenn die Ankünfte der beiden betrachteten Ströme 100-prozentig vorhersehbar sind. Er wird hier als der Referenzfall betrachtet.

Im Fall 2 und 3 werden in Q1 und Q2 auch die aktuelle Rückstaulänge am Grünende berücksichtigt. D.h. die Anzahl der zurückgestauten Fahrzeuge im Strom 1 bzw. 2 werden als "Ankünfte" des Stroms 1 bzw. 2 im betrachteten Umlauf betrachtet.

Tab.7-7: Mittlere Rückstaulänge am Grünende : Datengruppe 1

	mit	Dat11	Dat12	Dat13	Dat14	Dat15	Dat16	Dat17	Dat18
Dat11	Festzeit.	2.58	1.88	3.21	3.21	2.30	3.40	1.83	2.29
	Progn.	0.50	0.38	0.68	0.68	0.48	0.49	0.53	0.60
	Echt.Dt	0.17	0.12	0.21	0.21	0.24	0.13	0.12	0.13
Dat12	Festzeit.	1.62	0.92	2.25	2.25	1.35	2.44	0.87	1.33
	Progn.	0.45	0.22	0.58	0.58	0.44	0.31	0.45	0.45
	Echt.Dt	0.08	0.03	0.18	0.18	0.15	0.03	0.04	0.02
Dat13	Festzeit.	5.86	5.15	6.49	6.49	5.58	6.68	5.11	5.56
	Progn.	0.80	0.67	0.94	0.94	0.76	0.90	0.83	0.82
	Echt.Dt	0.33	0.18	0.24	0.24	0.13	0.25	0.24	0.28
Dat14	Festzeit.	5.86	5.15	6.49	6.49	5.58	6.68	5.11	5.56
	Progn.	0.80	0.67	0.94	0.94	0.76	0.90	0.83	0.82
	Echt.Dt	0.33	0.18	0.24	0.24	0.13	0.25	0.24	0.28
Dat15	Festzeit.	2.09	1.39	2.72	2.72	1.82	2.91	1.34	5.89
	Progn.	0.50	0.38	0.70	0.70	0.48	0.55	0.52	0.49
	Echt.Dt	0.19	0.08	0.17	0.17	0.16	0.16	0.11	0.16
Dat16	Festzeit.	3.84	2.77	4.11	4.11	3.21	4.30	2.73	3.19
	Progn.	0.56	0.35	0.93	0.93	0.64	0.51	0.52	0.52
	Echt.Dt	0.10	0.04	0.35	0.35	0.17	0.06	0.13	0.14
Dat17	Festzeit.	1.69	0.99	2.32	2.32	1.42	2.51	0.94	1.40
	Progn.	0.59	0.37	0.72	0.72	0.51	0.43	0.40	0.60
	Echt.Dt	0.18	0.08	0.20	0.20	0.11	0.14	0.03	0.24
Dat18	Festzeit.	2.87	2.17	3.50	3.50	2.60	3.69	2.12	2.58
	Progn.	0.63	0.46	0.76	0.76	0.56	0.50	0.62	0.68
	Echt.Dt	0.14	0.10	0.15	0.15	0.23	0.15	0.16	0.20

Die Tab.7-7 zeigt die Rechenergebnisse für den instationären Verkehr (Datengruppe 1). Es gibt insgesamt 8*8=64 Kombinationen zwischen den Datensätzen. Es zeigt sich, daß die mittlere Rückstaulänge am Grünende durch die optimale Aufteilung der Gesamtkapazität gegenüber der Festzeitsteuerung erheblich reduziert wird. Die Rückstaulänge hat sich im Fall 2 (Prognose) gegenüber dem Fall 1 (Festzeit) im Mittel um 81% reduziert. Im Fall 3

(Echtdaten) hat sich die Rückstaulänge gegenüber dem Fall 1 (Festzeit) im Mittel um 95% reduziert.

Tab.7-8: Mittlere Rückstaulänge am Grünende : Datengruppe 3

	mit	Dat31	Dat32	Dat33	Dat34	Dat35	Dat36	Dat37	Dat38
Dat31	Festzeit.	0.96	1.01	1.49	1.41	1.02	2.21	1.69	1.78
	Progn.	1.05	0.97	1.33	1.21	1.03	1.50	1.43	1.33
	Echt.Dt	0.53	0.48	0.72	0.51	0.64	0.56	0.60	0.58
Dat32	Festzeit.	1.02	1.07	1.55	1.47	1.09	2.27	1.76	1.84
	Progn.	1.04	0.81	1.18	1.12	0.87	1.29	1.40	1.13
	Echt.Dt	0.39	0.20	0.54	0.41	0.34	0.62	0.64	0.26
Dat33	Festzeit.	1.22	1.27	1.75	1.67	1.28	2.47	1.96	2.04
	Progn.	1.28	1.17	1.39	1.32	1.02	1.63	1.42	1.54
	Echt.Dt	0.57	0.69	0.57	0.39	0.52	0.85	0.78	0.67
Dat34	Festzeit.	1.21	1.26	1.74	1.66	1.27	2.46	1.95	2.03
	Progn.	1.30	1.09	1.37	1.37	1.15	1.88	1.52	1.18
	Echt.Dt	0.43	0.51	0.44	0.55	0.63	0.58	0.58	0.49
Dat35	Festzeit.	1.03	1.07	1.55	1.47	1.09	2.27	1.76	1.84
	Progn.	1.00	0.80	1.43	1.34	0.87	1.19	1.44	1.13
	Echt.Dt	0.47	0.37	0.49	0.80	0.23	0.39	0.93	0.94
Dat36	Festzeit.	2.21	2.26	2.73	2.65	2.27	3.46	2.94	3.03
	Progn.	1.53	1.38	1.79	1.76	1.29	2.15	1.77	2.77
	Echt.Dt	0.95	0.58	0.64	1.07	0.40	1.19	0.91	1.81
Dat37	Festzeit.	1.54	1.59	2.06	1.98	1.60	2.78	2.27	2.36
	Progn.	1.33	1.27	1.41	1.59	1.31	1.72	1.66	1.41
	Echt.Dt	0.71	0.54	0.60	0.56	0.39	1.05	0.65	0.39
Dat38	Festzeit.	1.77	1.82	2.30	2.22	1.83	3.02	2.51	2.59
	Progn.	1.36	1.23	1.40	1.30	1.03	2.33	1.48	1.18
	Echt.Dt	0.60	0.60	0.52	0.22	0.46	1.15	0.71	0.45

Die Tab.7-8 zeigt die Rechenergebnisse für den stationären Verkehr (Datengruppe 3). Es gibt auch hier 64 Kombinationen zwischen den Datensätzen. Hier zeigt sich aber naturgemäß, daß die mittleren Rückstaulänge am Grünende durch die optimale Aufteilung der Gesamtkapazität gegenüber der Festzeitsteuerung nicht so deutlich reduziert wird wie bei instationärem Verkehr. Die Reduzierung der Rückstaulänge durch die Optimierung nach den prognostizierten Ankünften gegenüber der Festzeitsteuerung ist nicht sehr signifikant (Reduzierung von Festzeit auf Prognose = 27%, von Festzeit auf Echtdaten = 67%). Es sollen weitere Untersuchungen darüber durchgeführt werden, wie effektiv die Optimierung unter stationärem Verkehr ist.

Abb.D-4 bis D-7 in Anhang D zeigen vier Beispiele der Ganglinien der oben gezeigten Rechenergebnisse. Die beiden oberen Felder zeigen die Ganglinien der Zuflüsse in den beiden Verkehrsströmen. Es ist erkennbar, daß die Spitzenbelastungen sehr deutlich gegeneinander versetzt sind. Darunter sind für die 3 zuvor beschriebenen Fälle die jeweils verwendeten Kapazitäten (jeweils linke y-Achse) und die entstehenden Rückstaulängen bei Grünende (jeweils rechte y-Achse) dargestellt. Auf diese Rückstaulängen richtet sich im folgenden die Aufmerksamkeit, weil sie ein bedeutendes Kriterium für die Qualität des Verkehrsablaufs sind. Dies Rückstaulängen bei Grünende bestimmen in entscheidendem Maß die Wartezeiten, die Anzahl der Halte und damit auch Kennwerte der Umweltauswirkungen.

Die Abb.D-4 bis D-7 verdeutlichen, daß gegenüber der Festzeitsteuerung (Fall 1) die verkehrsabhängig angepaßten Grünzeiten zu kürzeren Rückstaulängen führen. Die Aufteilung nach der Prognose (Fall 1) kommt diejenigen Aufteilung, die der tatsächlichen Ganglinie entspricht (Fall 3) bereits sehr nah. Dieser stau-reduzierende Effekt der Verkehrsabhängigkeit ist bei instationärem Verkehr stärker (Datengruppe 1, Abb.D-4 und D-5) als bei stationärem Verkehr (Datengruppe 3, Abb.D-6 und D-7) ausgeprägt.

7.4 Test des Prognose- und Optimierungsverfahren mit realen Daten

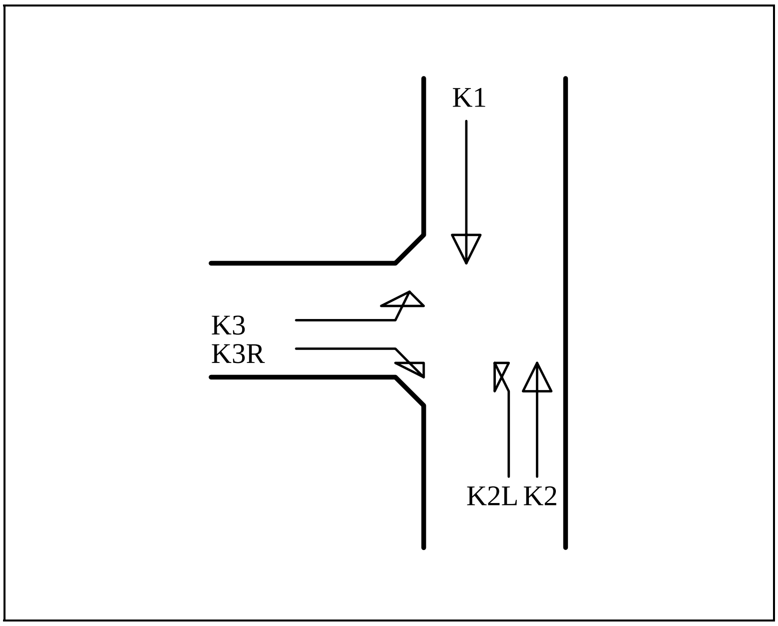
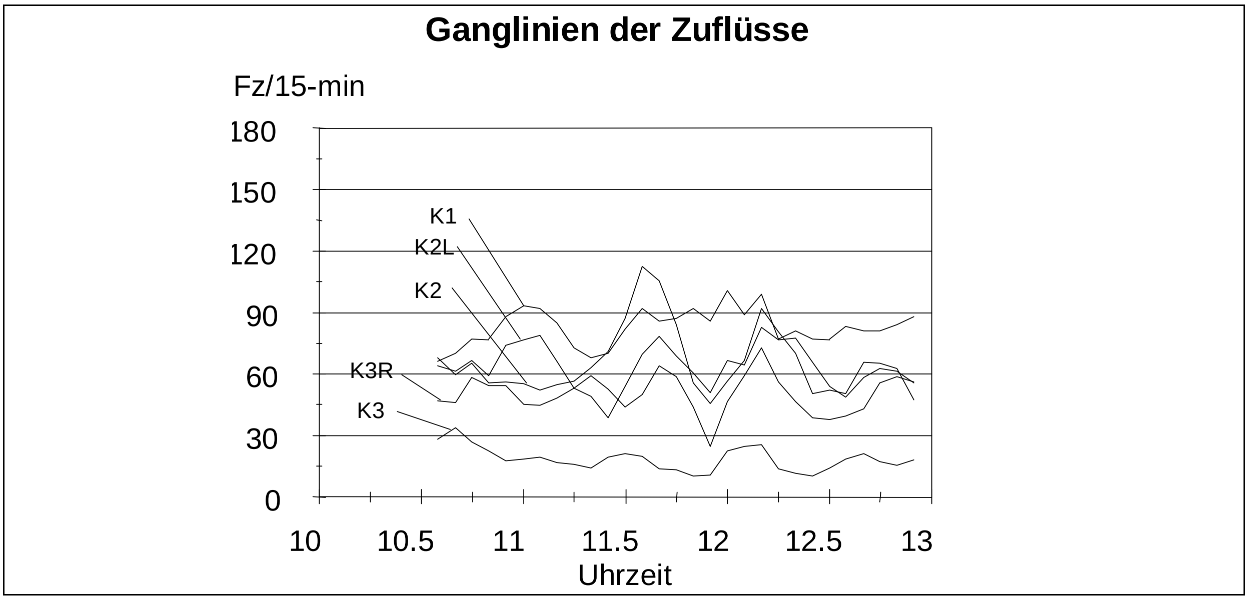
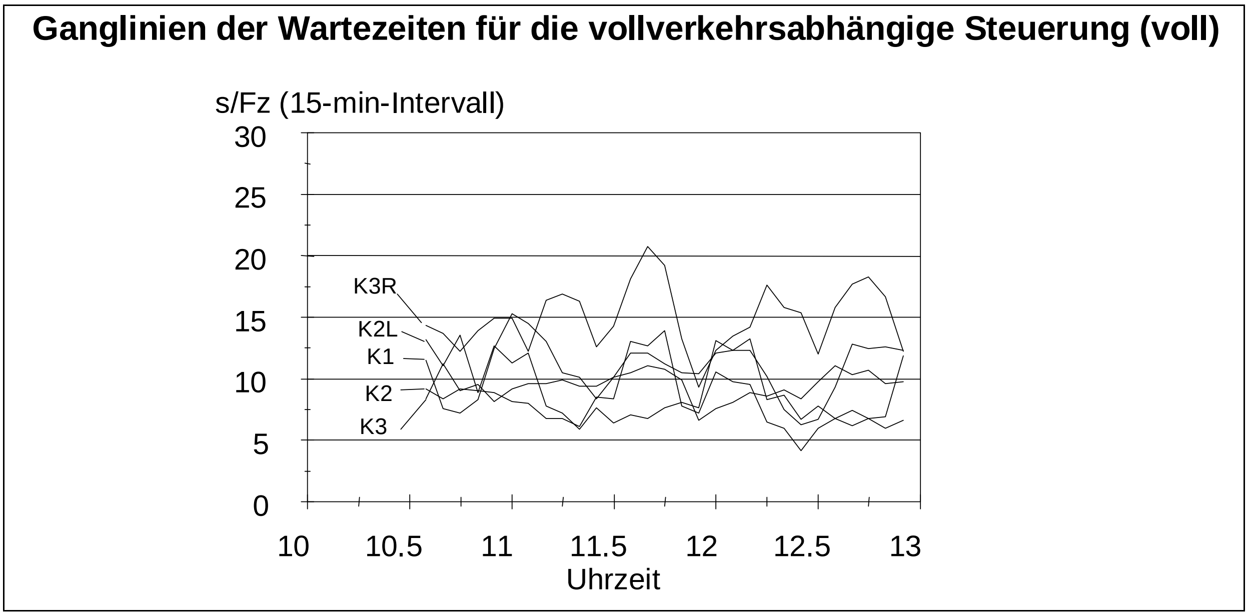


Abb. 7-12: Lageplan des Testknotenpunkts

Die Optimierungsverfahren wurde mit einem Datensatz getestet, der im wirklichen Verkehr erhoben wurde. Dazu wurde eine vollverkehrsabhängige Signalanlage an einer Einmündung in Erkrath (bei Düsseldorf) ausgewählt. Der Lageplan ist in Abb.7-12 skizziert. Die Anlage ist für Testzwecke vom Signalhersteller mit einer Aufzeichnungsmöglichkeit für alle Detektormeldungen und für die Schaltzustände der Signalgeber ausgerüstet. Diese Daten ermöglichen auch eine Feststellung der Wartezeit aller einzelnen Fahrzeuge. Diese Daten wurden dem Forschungsteam zur Verfügung gestellt. Nach Auswertung dieser Daten ergaben sich Ganglinien der Zuflüsse (oberes Bild in Abb.7-13) und der mittleren Wartezeiten (mittleres Bild in Abb.7-13) an allen Signalgebern (Bezeichnung mit K1 etc.).

Zum Vergleich wurde zunächst ein festzeitgesteuerter Signalzeitenplan entwickelt, der nach den mittleren Verkehrsstärken über die betrachtete Zeit optimiert wurde. Da die Verkehrsbelastungen ziemlich gering sind, reicht eine Umlaufzeit von 38 s (optimierte Umlaufzeit) aus. Bei der Optimierung wurde die mittlere Wartezeit nach der Formel von Wu (1990) berechnet.





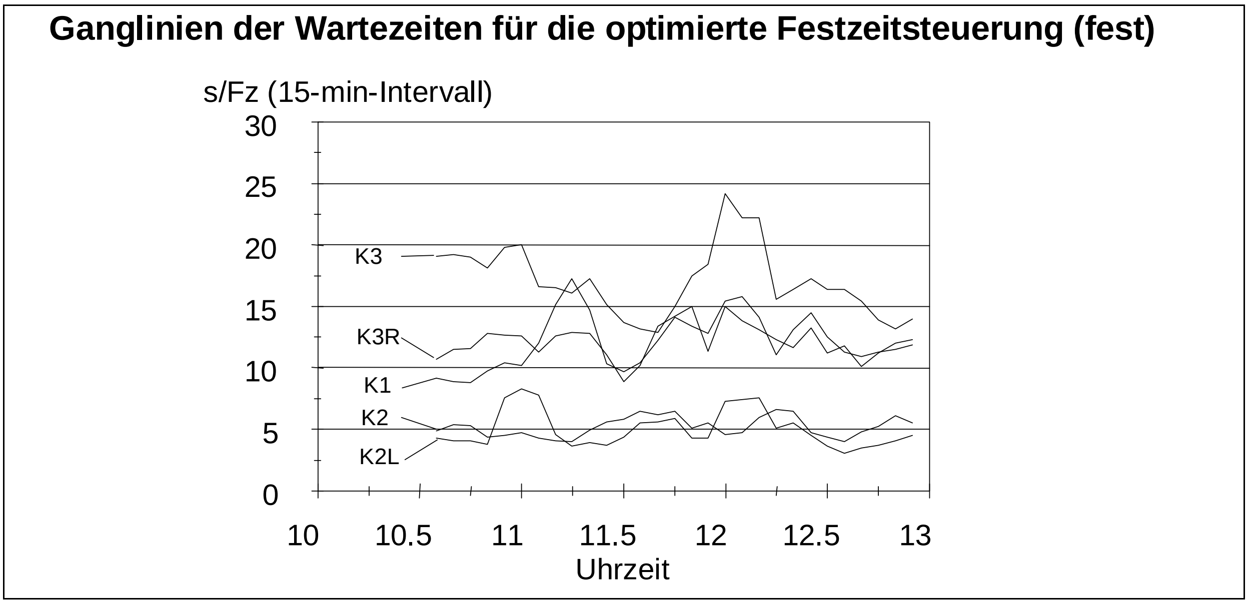


Abb7-13: Ganglinien der Testdaten

Für den optimierten Festzeit-Signalzeitenplan können dann unter den vorgegebenen Verkehrsstärken (oberes Bild in Abb.7-13) die Ganglinien der mittleren Wartezeiten an den Signalgebern ermittelt werden (unteres Bild in Abb.7-13).

Tab.7-9 zeigt den Vergleich zwischen der Festzeit- und der vorhandenen vollverkehrsabhängigen Steuerung.

Tab.7-9: Vergleich der Festzeit- und der vollverkehrsabhängigen Steuerung

Signal	Festzeitsteuerung (C=38s)				vollverkehrs-abhängige Steuerung	ΔW (s/Fz)
	G (s)	Q (Fz/h)	Q_{max} (Fz/h)	W (s/Fz)	W (s/Fz)	
K3	5	81	237	15.0	14.9	-0.1
K3R	15	193	711	7.8	9.5	1.7
K2L	9	257	426	12.9	9.7	-3.2
K2	22	256	1042	3.9	8.7	4.8
K1	11	327	521	11.9	11.0	-0.9
Gesamt		1114		9.81	10.20	0.39

G = Grünzeit
Q = vorhandene Verkehrsstärke
Q_{max} = Kapazität bei voller Auslastung der Grünzeit (Zeitbedarfswert t_B=2s)
W = mittlere Wartezeit
ΔW = $W_{verkehrsabh.} - W_{Festzeit}$.

Hier zeigt sich, daß die hier eingerichtete vollverkehrsabhängige Steuerung gegenüber der Festzeitsteuerung eher Nachteile mit sich gebracht hat. Dies ist vermutlich auf die Tatsachen, daß

1. die Verkehrsstärken an allen Zufahrten über die Zeit ungefähr stationär sind und daß
2. die Verkehrsbelastungen sehr schwach sind,

zurückzuführen.

Bei der vollverkehrsabhängigen Steuerung streut die Wartezeit (mittleres Bild in Abb.7-13) jedoch weniger als bei der Festzeitsteuerung (unteres Bild in Abb.7-13).

Zum Vergleich der Ergebnisse des hier behandelten Optimierungsverfahren mit der Realität sind weitere Untersuchungen wünschenswert. Dazu gehören:

- Vergleich einer konventionellen verkehrsabhängigen Steuerung mit einer optimierten Festzeitsteuerung
- Vergleich einer konventionellen verkehrsabhängigen Steuerung mit einer zeitabhängigen optimierten Festzeitsteuerung (entspr. Abs.6) .

Solche Vergleiche lassen sich nur an Knotenpunkten durchführen, die mit einem für Versuchszwecken zugänglichen Steuerungsgerät ausgestattet sind. Hilfsweise kommen hierfür auch Simulationsstudien in Betracht. Beide Arten von Untersuchungen sind sehr aufwendig, so daß sie im Rahmen dieses Projektes noch nicht durchführbar waren.

Es wurden jedoch Kontakte zu zwei großen Signalbaufirmen aufgenommen, die ergaben, daß technische Möglichkeiten zu einem Test der Verfahren in der Realität bestehen. Beide Signalhersteller sind vom Grundsatz her bereit, an denjenigen Knotenpunkten, die sie selbst zum Test ihrer eigenen Entwicklungen eingerichtet haben, das neue dynamische

Optimierungsverfahren testen zu lassen. Die Durchführung der Arbeit setzt jedoch einen erheblichen Organisations- und finanziellen Aufwand voraus.

Ebenso wurden für die Simulation Möglichkeiten erschlossen. Eine Übersicht über das Angebot entsprechender Simulationssoftware ergab, daß hier eine Zusammenarbeit mit der Technischen Universität in Helsinki besonders erfolgversprechend ist. Auch hierfür steht bisher noch keine Mittel zur Verfügung.

8 ERWEITERUNG DER ANALOGIE AUF KOORDINIERTE SIGNALGRUPPEN

8.1 Erweiterung der Analogie auf koordinierte Straßenzüge als elastische Tragwerke

Das Prinzip der Analogie zwischen Signalzeitenplänen und Feder-Systemen kann auf Zeit-Weg-Diagramme erweitert werden. Wie bei den Signalzeitenplänen an isolierten Knotenpunkten kann nach der gleichen Überlegung auch das Zeit-Weg-Diagramm einer koordinierten Straße als eine Analogie zu einem mechanischen System behandelt werden. Als Analogie der Zeit-Weg-Diagramme werden elastische Tragwerke verwendet.

Ein Zeit-Weg-Diagramm ist ein spezieller Signalzeitenplan, der die Grünzeiten mehrerer koordinierter Knotenpunkte in der Zeit-Weg-Ebene darstellt. In einem Zeit-Weg-Diagramm werden die Längen und die relativen Positionen der Grünzeiten verschiedener Knotenpunkte definiert. Abb.8-1 zeigt ein einfaches Beispiel des Zeit-Weg-Diagramms einer Einbahnstraße.

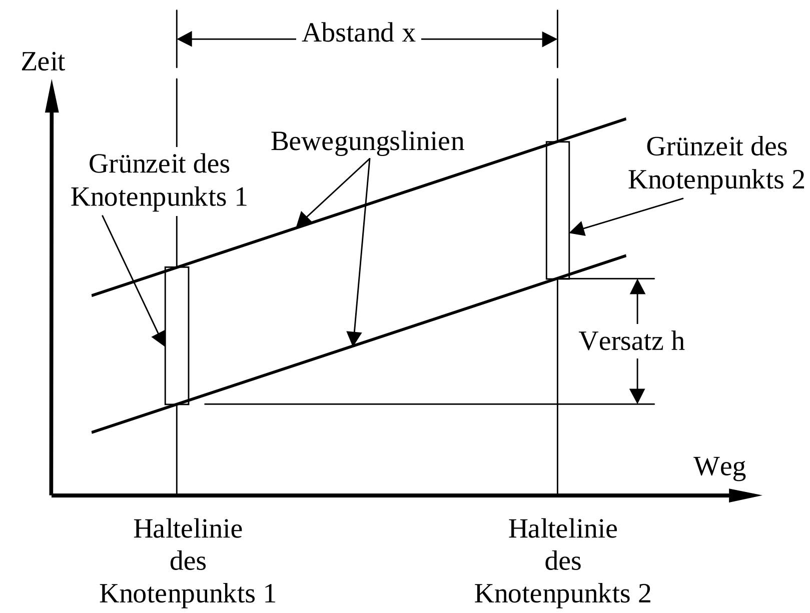


Abb. 8-1: Schematische Darstellung eines Zeit-Weg-Diagramms einer Einbahnstraße

Die Lichtsignalanlagen mehrerer Knotenpunkte eines Straßenzugs sollen so koordiniert geschaltet werden, daß alle Fahrzeuge möglichst ohne Halt über mehrere Signalanlagen durchfahren können. Das Prinzip der Koordinierung besteht aus dem Grundsatz, daß der Versatz *h* der Grünzeiten zweier Knotenpunkte, die in einem Straßenzug hintereinander liegen, möglichst der mittleren Fahrtzeit zwischen den beiden Knotenpunkten entspricht. Eine ideale Koordinierung (in Sinne der "Grünen Welle") wird erreicht, wenn ein Fahrzeug, das am Anfang bzw. am Ende der Grünzeit des ersten Knotenpunkts die erste Haltelinie überquert, auch am Anfang bzw. am Ende der Grünzeit des zweiten Knotenpunkts die zweite Haltelinie überquert. So kann ein Pulk von Fahrzeugen durch die Grünzeiten der gleichen Länge an mehreren Knotenpunkten ohne Halt durchgeschleust werden, wenn er seine Form beibehält. Es wird theoretisch die geringste oder gar keine Wartezeit verursacht, wenn der optimale Versatz der Grünzeiten eingehalten wird. Die Koordinierung der Lichtsignalanlagen kann als die Erfüllung des Bestrebens nach einem optimalen Versatz der Grünzeiten interpretiert werden. Diese Bestreben ist die treibende Kraft in die Richtung des optimalen Versatzes.

Wegen der unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Fahrzeuge löst sich der Pulk mit Zunahme der zurückgelegten Entfernung nach und nach auf. Die Unterschiede in der Verkehrsstärke (zwischen Zeiten im Pulk und außerhalb des Pulks) werden mit zunehmenden Entfernung von der Haltelinie allmählich flacher bis der Pulk in der Ganglinie der Verkehrsstärke schließlich endgültig nicht mehr zu erkennen ist. Somit wird auch das Bestreben nach dem idealen Versatz mit Zunahme der Entfernung zwischen den Knotenpunkten immer schwächer, da die Koordinierung der Grünzeiten keine oder nur eine geringfügige Reduzierung der Wartezeit bewirkt. Bei sehr großem Abstand zwischen zwei Knotenpunkten ist keine Reduzierung der Wartezeit durch die Koordinierung mehr zu erwarten.

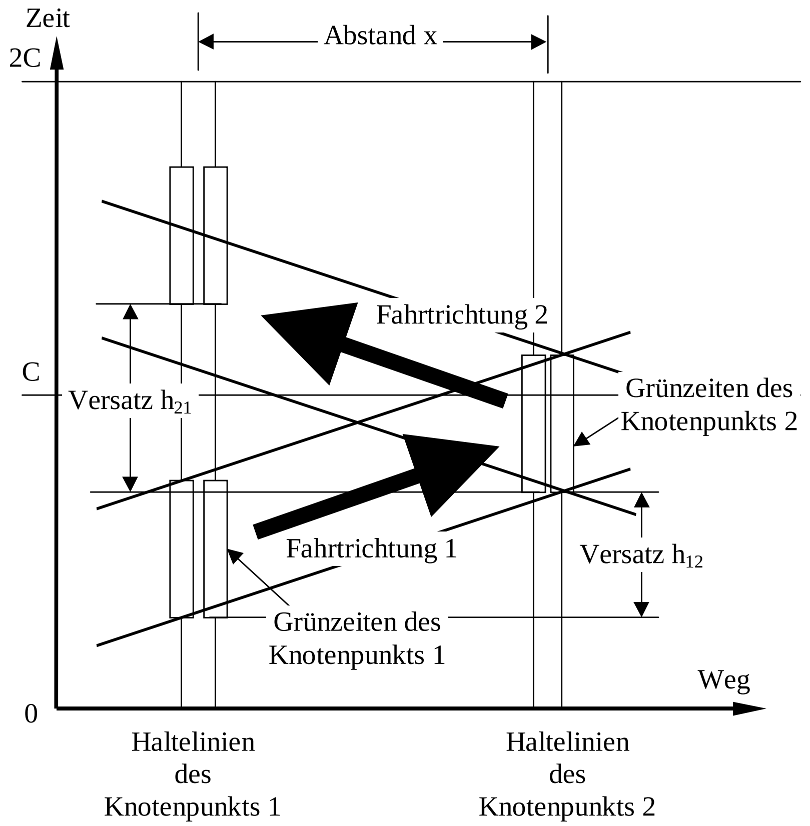


Abb. 8-2: Schematische Darstellung eines Zeit-Weg-Diagramms einer Straße mit Gegenverkehr

Wenn für die Gegenrichtung der Straße ebenfalls eine ideale Koordinierung angestrebt wird, muß folgende Bedingung erfüllt werden (vgl. Abb. 8-2)

$$h_{12} + h_{21} = C$$

Dies entspricht

$$C = \frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} = x \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

oder

$$x = \frac{C}{\left(\frac{1}{v_{12}} + \frac{1}{v_{21}} \right)}$$

mit v_1 = Progressivgeschwindigkeit der Fahrtrichtung 1
v_2 = Progressivgeschwindigkeit der Fahrtrichtung 2
x = günstiger Abstand zwischen den Knotenpunkten (Teilpunktabstand)

Da die Progressivgeschwindigkeit v und der Abstand x zwischen den Knotenpunkten in der Regel vor der Planung feststehen, kann man bei der Berechnung der Koordinierung nur die Umlaufzeit C variieren um den optimalen Versatz zu erreichen. Weil für die Koordinierung bei mehreren zu koordinierenden Knotenpunkten eine einheitliche Umlaufzeit und eine einheitliche Progressivgeschwindigkeit verwendet werden muß, ist es unmöglich, bei Kontenpunkten mit unterschiedlichen Abständen in beiden Fahrtrichtungen alle mit den idealen Versätzen zu koordinieren. Insbesondere für Knotenpunkten mit extrem kurzen Abständen ist die Koordinierung in beiden Fahrtrichtung nicht zu ermöglichen.

In solchen Fällen muß auf eine ideale Koordinierung in beiden Fahrtrichtungen verzichtet werden. Es ist jedoch anzustreben, daß für die Koordinierung unter solchen nicht-idealen Bedingungen eine Lösung gefunden wird, die insgesamt die geringsten zusätzlichen Wartezeiten verursacht. Man kann diese Aufgabe als ein Problem der Optimierung auffassen. Diese Aufgabe kann ebenfalls mit einer Analogie zur Mechanik gelöst werden.

Betrachtet wird eine gewünschte Bewegungslinie im Zeit-Weg-Diagramm. Diese gewünschte Bewegungslinie kann als ein elastischer Träger im Sinne der Baustatik nachgebildet werden. Das Prinzip dieser Analogie wird in der Abb.8-3 dargestellt. Man kann verschiedene Tragwerke verwenden. Als Analogie der Bewegungslinie im Zeit-Weg-Diagramm ist das Tragwerk I in der Abb.8-3 am ehesten geeignet. Betrachtet man die Wartezeit aller Fahrzeuge, die unter der Bedingung der Koordinierung entsteht, als die Zielfunktion der Koordinierung und die Gesamt-Potentialenergie im Träger, die durch die Verformung (Biegung) des Träger entsteht, als die Zielfunktion des Tragwerkes, dann kann man für die gemeinsamen Eigenschaften der beiden Systeme (Zeit-Weg-Diagramm und Tragwerk I, Abb. 8-4) feststellen:

1. Beide Systeme haben einen optimalen Versatz, bei dem die Zielgröße das äußerst denkbare Minimum erreicht (Versatz $h = h_0$).
   Beim Zeit-Weg-Diagramm ist dieser optimale Versatz durch den Abstand zwischen den Knotenpunkten und durch die Progressivgeschwindigkeit bestimmt; beim Tragwerk ist

der optimale Versatz durch die Länge (entspr. dem Abstand zwischen der Knotenpunkten) und die Neigung (entsprechend der Progressivgeschwindigkeit) des Trägers bestimmt.

2. Je größer die Differenz $\Delta h = h - h_0$ zwischen dem aktuellen Versatz h und dem optimalen Versatz h_0 ist, desto größer ist die Differenz zwischen der aktuellen Zielgröße U und dem Optimalwert U_0 der Zielgröße, desto größer das Bestreben der Rückstellung in Richtung h_0 und U_0.
   Beim Zeit-Weg-Diagramm verursacht die fehlende Koordinierung zusätzliche Halte und Wartezeiten. Die Notwendigkeit einer Korrektur ist größer je weiter sich die Koordinierung vom optimalen Zustand entfernt. Beim Tragwerk verursacht die Nichterfüllung des optimalen Versatzes die unerwünschte Verformung des Trägers und damit die Erhöhung der elastischen Potentialenergie (Verformungsenergie) des Systems. Die größere Verformung des Träger verursacht auch eine größere Rückstellungskraft
3. Je größer der Abstand zwischen den Knotenpunkten ist, desto kleiner ist bei gleichem Δh die Differenz ΔU zwischen der aktuellen Zielgröße U und dem Optimalwert U_0 der Zielgröße, desto kleiner ist Bestreben zur Rückstellung.
   Beim Zeit-Weg-Diagramm verstärkt sich mit der Zunahme des Abstands l_k zwischen den Knotenpunkten die Pulk-Auflösung und folglich verliert die Koordinierung immer stärker an Bedeutung (die fehlende Koordinierung verursacht demnach relativ weniger zusätzliche Halte und Wartezeiten). Beim Tragwerk wird der Träger mit der Zunahme seiner Länge L_k immer weicher und die Verformungsenergie wird immer schwächer.
4. Die Zielgröße des Systems ist eine Funktion der Beschaffenheit des Systems.
   Beim Zeit-Weg-Diagramm sind die Anzahl der Halte H_k und die Größe der Wartezeiten W_k, die durch schlecht koordinierte Freigabezeiten und durch die Auflösung des Pulks entstehen, eine Funktion der Verkehrsstärke des zu koordinierenden Stroms. Je stärker der Verkehr ist, desto mehr Wartezeiten werden verursacht. Beim Träger des Tragwerks ist die Verformungsenergie eine Funktion der Biegesteifigkeit des Trägers EJ. Je größer die Biegesteifigkeit EJ ist, desto härter ist der Träger und desto größer ist die elastische Potentialenergie im Träger bei der Verformung.

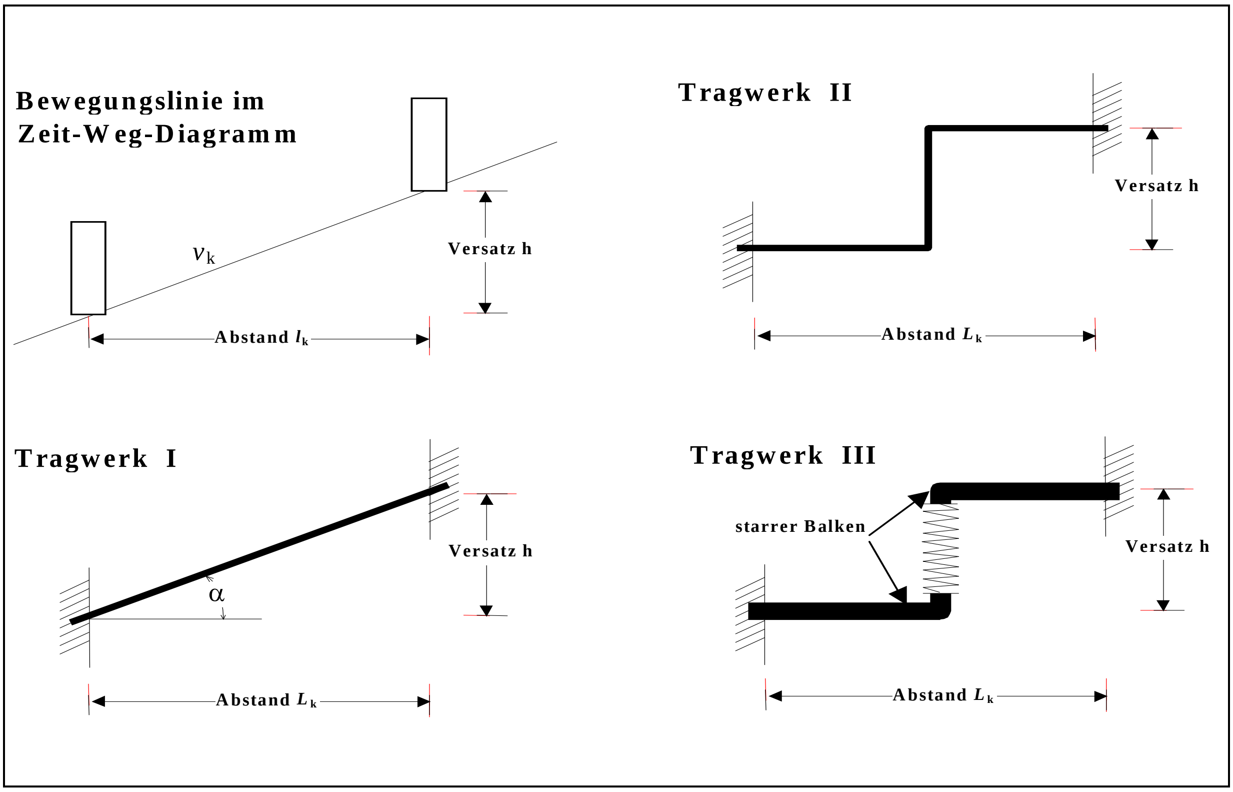


Abb.8-3: Analogie zwischen einem Zeit-Weg-Diagramm und einem Tragwerk

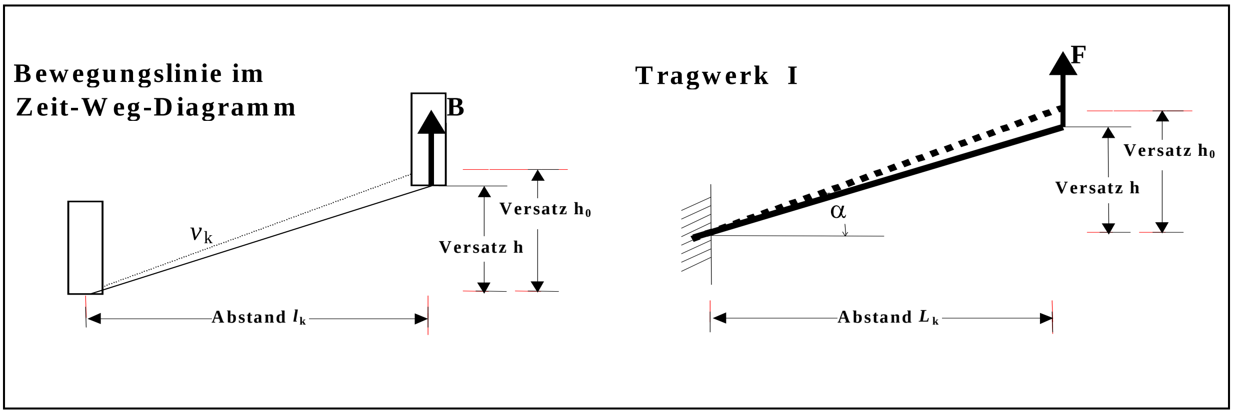


Abb.8-4: Analogie zwischen einem Zeit-Weg-Diagramm und einem Tragwerk

Bei der Planung der Koordinierung besteht folgendes Ziel: Bei der Optimierung der Koordinierung soll die Differenz Δh zwischen dem optimalen und dem tatsächlichen Versatz möglichst gering gehalten werden. Je geringer diese Differenz ist, desto niedriger ist die zusätzliche Wartezeit ΔW, die durch die fehlende Koordinierung entsteht. Der Wunsch nach der Rückstellung vom jeweils bestehenden Zustand zurück zum Idealzustand wird als "Versatz-Bedarf" B bezeichnet. Betrachtet man den Träger als eine Biegefeder und definiert man $B = -d\Delta W_k / d\Delta h$ und $M_k = d^2\Delta W_k / d\Delta h^2$, dann ist B die konservative Kraft der Funktion der Potentialenergie (Verformungsenergie) W_k und M_k die Steifigkeitzahl der Feder. Die folgenden Analogien können zwischen dem Zeit-Weg-Diagramm für die Koordinierung und dem Träger in einem Tragwerk aufgestellt werden:

Koordinierung		Träger	
Differenz des Versatzes	Δh	Differenz des Versatzes	Δh
Knotenabstand	l_k	Länge des Trägers in der waagrechten Richtung	L_k
Verkehrsstärke	q	Biegesteifigkeit	EJ
Wartezeit	W_k	Verformungs- (Potential-) energie	U
Versatzbedarf der Bewegungslinie	B	Federkraft des Träger	F
"Steifigkeitzahl" der Bewegungslinie	M_k	Steifigkeitzahl des Träger	K_k
Bezugspunkt	h_0	Bezugspunkt	h_0
Progressivgeschwindigkeit	v_k	Neigung des Trägers	α

h_0 ist der Bezugspunkt, bei dem die Potentialenergie (W_k bzw. U) ihr Minimum erreicht. h_0 wird so gewählt, daß die Kraft F bzw. der "Versatz-Bedarf" B diesem Optimum entspricht:

$$h_0 = v_k \cdot l_k \qquad\qquad h_0 = \alpha \cdot L_k$$

Nach der Regel der Baustatik gilt für einen Träger

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{bEJ}{L_k^3} \cdot \Delta h^2 = \frac{1}{2} \cdot K_k \cdot \Delta h^2 = f(\Delta h) \qquad b = \text{const.} \qquad \textbf{(2-4a)}$$

$$-F = \frac{dU}{d\Delta h} = \frac{bEJ}{L_k^3} \cdot \Delta h = K_k \cdot \Delta h = f(\Delta h) \qquad b = \text{const.} \qquad \textbf{(2-3a)}$$

mit

$$K_k = -\frac{dF}{d\Delta h} = \frac{d^2U}{d\Delta h^2} = \frac{bEJ}{L_k^3} = const. \qquad \textbf{(2-5a)}$$

Hier ist zu bemerken, daß F die Kraft ist, die von dem Träger auf die Lager ausgeübt wird. Dies ist die Rückstellungskraft gegen die Vorformung des Trägers.

Analog gilt für die Koordinierung

$$W_k = f(\Delta h) \qquad \textbf{(2-4b)}$$

$$-B = \frac{dW}{d\Delta h} = f(\Delta h) \qquad \textbf{(2-3b)}$$

und

$$M_k = -\frac{dB}{d\Delta h} = \frac{d^2W}{d\Delta h^2} = f(\Delta h) \qquad \textbf{(2-5b)}$$

Diese Funktionen besitzen vor allem die wichtigen Eigenschaften:

1. B und F sind über Δh monoton steigend, d.h.: $f'(\Delta h) > 0$
2. W_k und U sind über Δh streng konvex, d.h.: $f''(\Delta h) > 0$

Ein Zeit-Weg-Diagramm kann jetzt als ein Fachwerk aus Federn (entspr. den Grünzeiten der Signalgruppen), deren Anfang und Ende mit Trägern (entspr. den Bewegungslinien) verbunden sind.

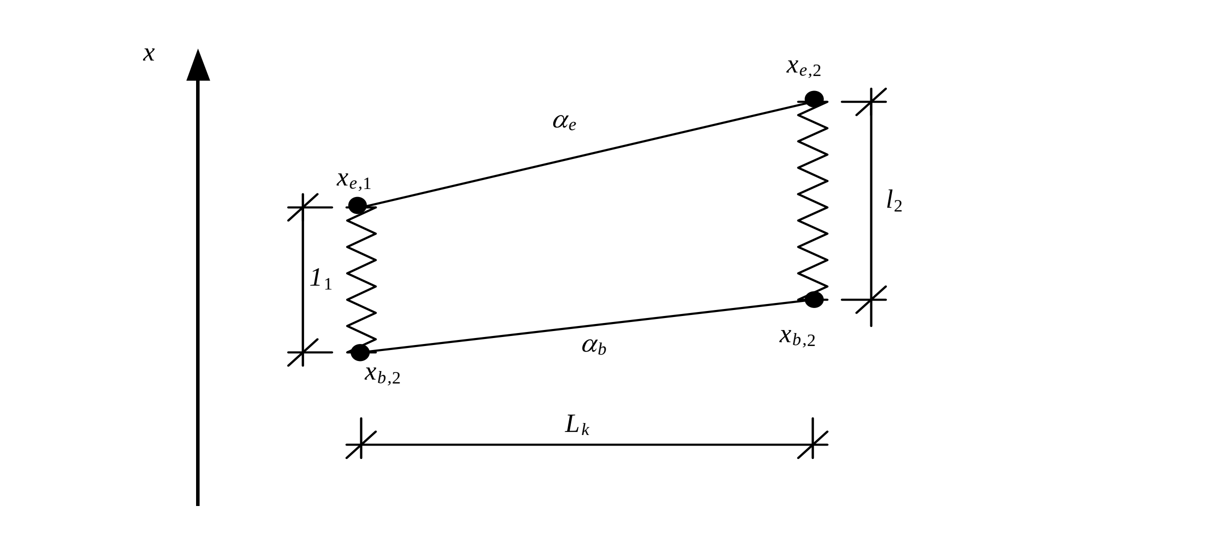


Abb.8-5: Verbindung der Anfangs- und Endpunkte zweier Federn mit zwei Trägern (entspr. Koordinierung des Grünbeginns und des Grünendes zweier Signalgruppen)

Das in der Abb.8-5 dargestellte System mit zwei Federn mit Index 1 und 2 und zwei Trägern mit Index *b* und *e* (entspr. Koordinierung des Grünbeginns und des Grünendes zweier Signalgruppen) besitzt 4 Freiheitsgrade. Es kann mit 4 Koordinaten eindeutig definiert werden. Benutzt man die Koordinaten am Anfang und Ende der beiden Federn $x_{e,1}$, $x_{e,2}$, $x_{b,1}$ und $x_{b,2}$, dann kann die Verformungsenergie, die durch die Verschiebung und Verkürzung der beiden Federn entsteht, wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{aligned} U &= U_{Feder\,1} + U_{Feder\,2} + U_{Träger,b} + U_{Träger,e} \\ &= \frac{1}{2}\cdot K_1 \cdot \Delta h_1^2 + \frac{1}{2}\cdot K_2 \cdot \Delta h_2^2 + \frac{1}{2}\cdot K_{k,b} \cdot \Delta h_b^2 + \frac{1}{2}\cdot K_{k,e} \cdot \Delta h_e^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot K_1 \cdot (x_{e,1} - x_{b,1} - l_{0,1})^2 + \frac{1}{2}\cdot K_2 \cdot (x_{e,21} - x_{b,2} - l_{0,2})^2 \\ &\quad + \frac{1}{2}\cdot K_{k,b} \cdot \left(x_{b,2} - x_{b,1} - \alpha_b L_k\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot K_{k,e} \cdot \left(x_{e,2} - x_{e,1} - \alpha_e L_k\right)^2 \\ &= f(x_{e,1}, x_{b,1}, x_{e,2}, x_{b,2}) \end{aligned} \qquad \textbf{(2-6)}$$

Die Summe der konservativen Kräfte entlang der Koordinaten $x_{e,1}$, $x_{e,2}$, $x_{b,1}$ und $x_{b,2}$ lautet demnach

$$-F_{b,1} = \frac{\partial U}{\partial x_{b,1}} \qquad -F_{b,2} = \frac{\partial U}{\partial x_{b,2}}$$

$$-F_{e,1} = \frac{\partial U}{\partial x_{e,1}} \qquad -F_{e,2} = \frac{\partial U}{\partial x_{e,2}}$$

Für die Koordinierung zweier Signalgruppen bedeutet dies analog:

$$\begin{aligned} W &= W(G_1)_{Siganl\,1} + W(G_2)_{Siganl\,2} + W(\Delta h_b)_{Koordinierung,b} + W(\Delta h_e)_{Koordinierung,e} \\ &= f(GE_1, GB_1, GE_2, GB_2) \end{aligned} \qquad \textbf{(2-7)}$$

mit GB_1 = Grünbeginn der Signalgruppe 1

GB_2 = Grünbeginn der Signalgruppe 2
GE_1 = Grünende der Signalgruppe 1
GE_2 = Grünende der Signalgruppe 2

und

$$-B_{GB_1} = \frac{\partial W}{\partial GB_1} \qquad -B_{GB_2} = \frac{\partial W}{\partial GB_2}$$

$$-B_{GE_1} = \frac{\partial W}{\partial GE_1} \qquad -B_{GE_2} = \frac{\partial W}{\partial GE_2}$$

Die funktionale Beschreibung der Wartezeiten $W(G_1)_{Signal\ 1}$, $W(G_2)_{Signal\ 2}$, $W(\Delta h_b)_{Koordinierung,b}$ und $W(\Delta h_e)_{Koordinierung,e}$ müssen nach der verkehrstechnischen Vorstellung erstellt werden. Sie sind in der Regel Funktionen von der Verkehrsstärke, der Länge der Grünzeit und dem Abstand zwischen den Kontenpunkten.

Die gesamte Wartezeit des Systems (hier bestehend aus zwei koordinierten Signalgruppen) wird erreicht, wenn die 4 Kräfte gleicht 0 sind (das System befindet sich in Gleichgewichtszustand). Dies gilt auch für Systeme mit beliebig vielen koordinierten Signalgruppen.

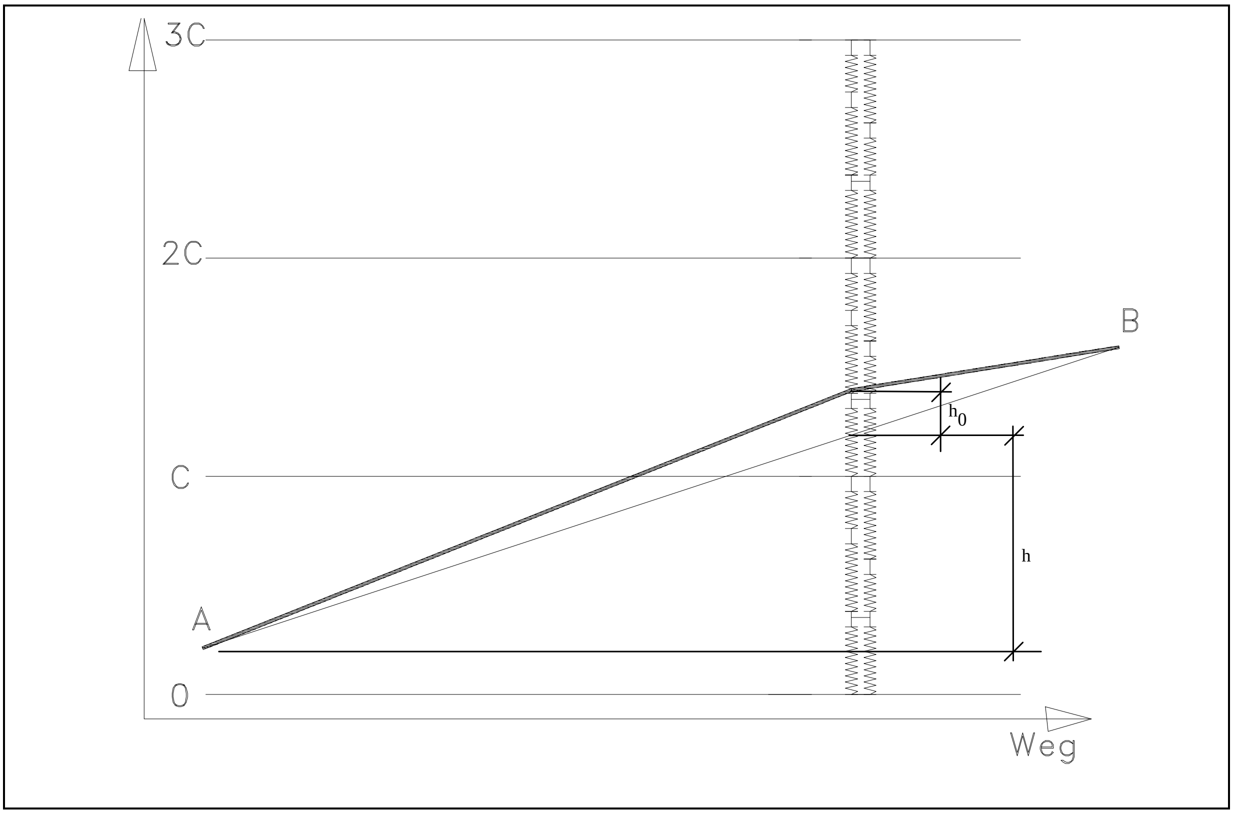


Abb.8-6: Analogie zwischen einer Bewegungslinie und einem Träger

Abb.8-6 zeigt noch einmal die Analogie zwischen einer Bewegungslinie im Zeit-Weg-Diagramm, die durch die Punkte A und B (Koordinierung des Punktes A mit dem Punkt B) verläuft, und einem durchgehendem Träger, der die Punkte A und B miteinander verbindet. Der Träger enthält die minimale Verformungsenergie wenn er die Form einer Gerade annimmt (ursprüngliche Form). Das entspricht der idealen Koordinierung der Bewegungslinie. Wenn die Bewegungslinie durch die Lichtsignalanlagen an den

Knotenpunkten gestört wird, entstehen zusätzliche Halte und Wartezeiten. Das entspricht der Verformung und der Verformungsenergie des Trägers.

Ersetzt man alle zu koordinierten Bewegungslinien zwischen den Grünzeiten an den verschiedenen Knotenpunkten durch fiktive elastische Träger, erhält man eine Konstruktion, die in der Abb.8-7 dargestellt ist. Abb.8-7 zeigt ein mechanisches System, das die Koordinierung eines Straßenzuges mit 3 Knotenpunkten nachbildet. In der Abb.8-7 werden jeweils der Grünanfang der Signalgruppe eines Knotenpunktes mit dem Grünanfang der Signalgruppe eines anderen Knotenpunktes und das Grünende der Signalgruppe eines Kontenpunktes mit dem Grünende der Signalgruppe eines anderen Knotenpunktes verbunden. D.h.: hier erfolgt sowohl die Koordinierung des Grünbeginns als auch die Koordinierung des Grünendes. Da alle Grünbeginne und Grünenden (entspr. Beginn und Ende der Federungen) relativ durch die starren Verbindungen (entspr. Zwischenzeiten) eindeutig definiert sind, kann die Koordinierung der Grünbeginne und der Grünenden durch die Koordinierung der starren Verbindungen dargestellt werden. Man kann hier feststellen: die Anzahl der starren Verbindungen der gesamten Konstruktion ist gleich der Summe der starren Verbindungen aller einzelnen Knotenpunkte, die vorher isoliert betrachtet wurden. D.h.: allein durch die Koordinierung entstehen keine zusätzlichen starren Verbindungen im Sinne der Baustatik. Dies gilt auch dann, wenn man eine starre Verbindung (bzw. mehrere starre Verbindungen) eines Knotenpunktes mit mehreren starren Verbindungen (bzw. mit einer starren Verbindung) eines anderen Knotenpunktes verbindet. Dies entspricht der Koordinierung einer Grünzeit (z.B. Grünzeit für den Geradeausstrom) eines Knotenpunktes mit mehreren Grünzeiten eines anderen Knotenpunktes (z.B. die Grünzeit für den Geradeausstrom und die Grünzeit für den Linksabbiegestrom).

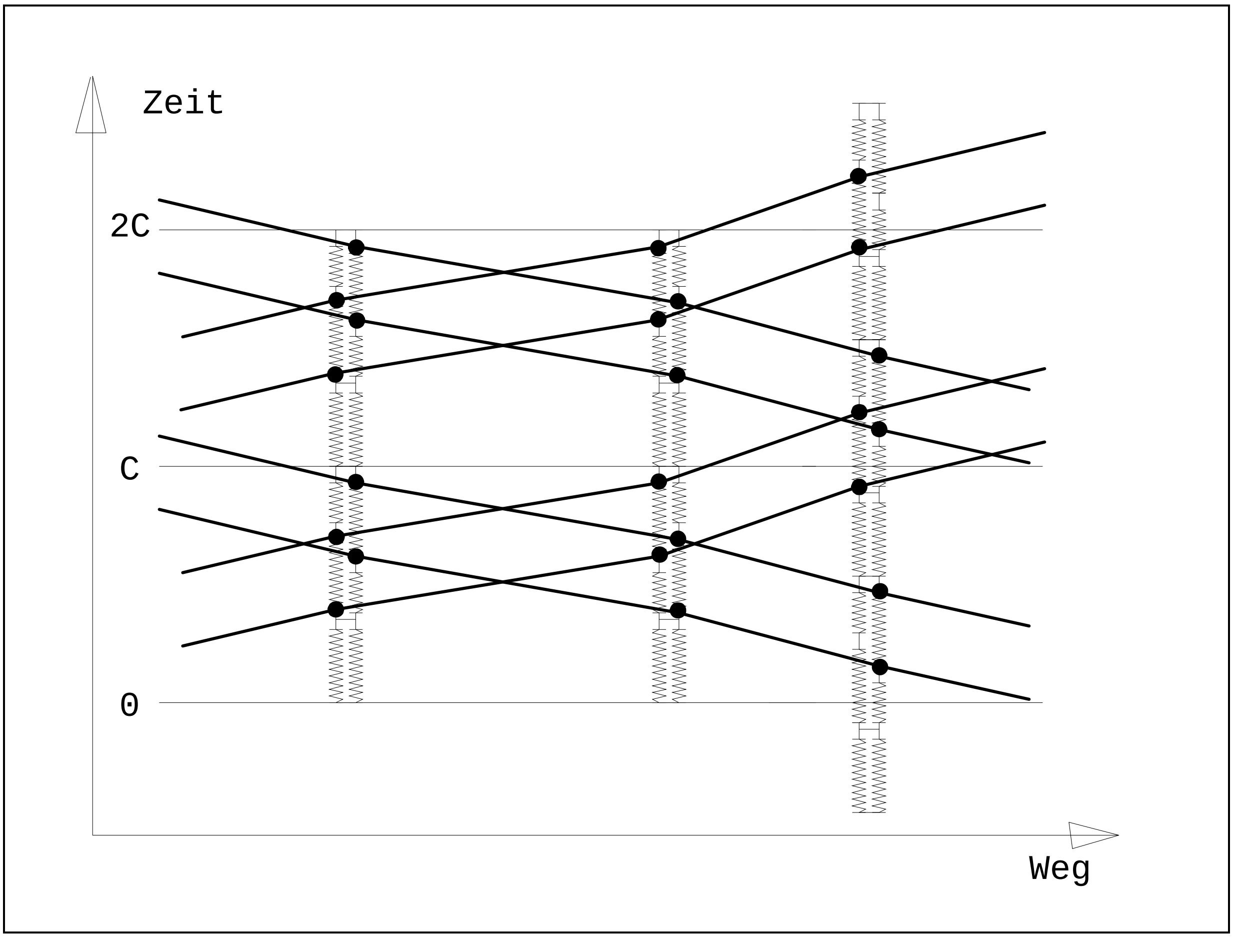


Abb.8-7: Mechanisches System als Analogie für die Koordinierung

Betrachtet man die elastische Potentialenergie (Verformungsenergie) der gesamten Konstruktion als die Zielgröße der Optimierung, dann entspricht die elastische Potentialenergie (Verformungsenergie) der Zielgröße der Verkehrsparameter, z.B. der Summe der Wartezeiten aller Verkehrsströme. Die elastische Potentialenergie erreicht den minimalen Wert wenn sich alle Kräfte um die Verbindungen bei der gesamten Konstruktion im Gleichgewichtszustand befinden.

Wenn mehrere parallel verlaufende Straßen auch in der Querrichtung koordiniert werden sollen, muß man auch die zu koordinierenden starren Verbindungen in der Querrichtungen mit Trägern verbinden. D.h.: auch die Zeit-Weg-Diagramme der parallel verlaufenden Straßen werden miteinander verbunden. Dadurch entsteht eine dreidimensionale Konstruktion (Abb.8-8, als Vereinfachung nur eine Querverbindung dargestellt).

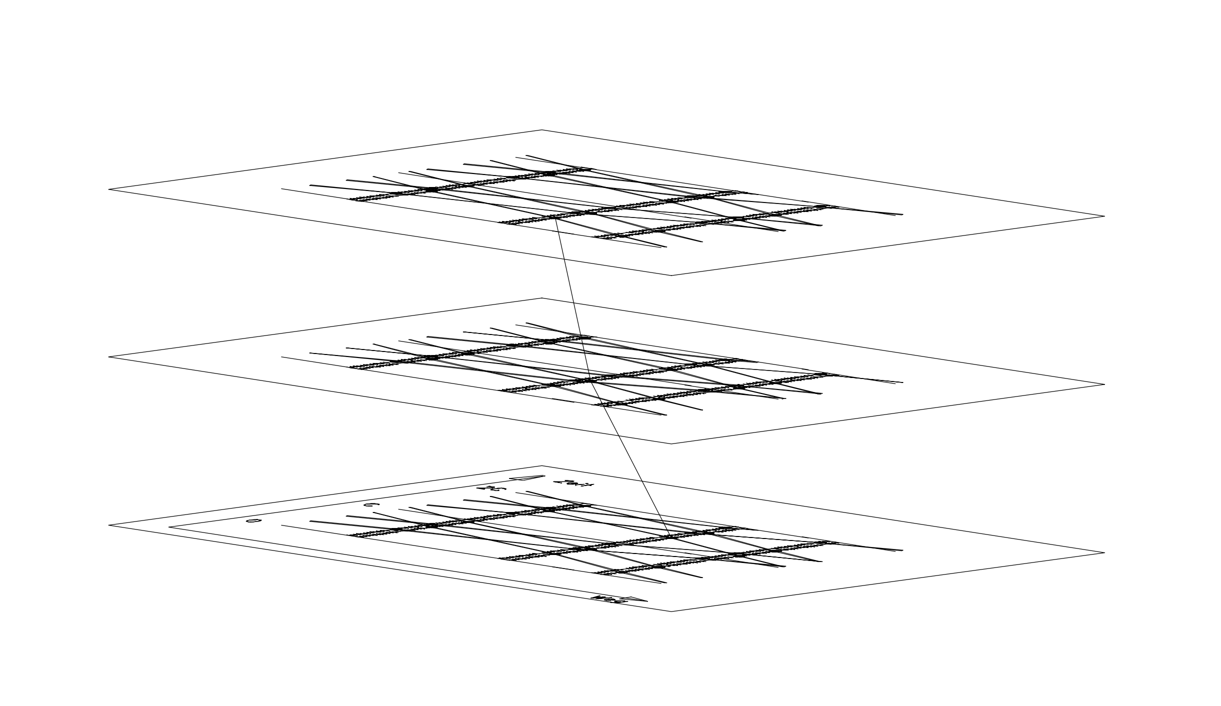


Abb.8-8: Koordinierung mehrerer Straßen

8.2 Koordinierung der Fußgänger-Signalgruppen innerhalb eines Knotenpunkts

Die Koordinierung der Fußgänger-Signalgruppen erfolgt durch die Festlegung der zeitlichen Versätze zwischen den Grünzeiten der zu koordinierenden Signalgruppen. Es können sowohl die Anfangspunkte als auch die Endpunkte der Grünzeiten koordiniert werden. Normalerweise ist es wünschenswert, daß die Fußgänger-Signalgruppen, die zwei getrennte Richtungsfahrbahnen einer Straße steuern, koordiniert werden. Im folgenden Text wird diese Art der Koordinierung der Fußgänger als Koordinierung Typ FA bezeichnet. Z. B.: für den Knotenpunkt in der Abb.2-12 sind die Koordinierungen zwischen den Signalgruppen F1 und F8, F2 und F3, F4 und F5 sowie F6 und F7 Koordinierungen des Typs FA. Denkbar ist es auch, die in der diagonalen Beziehung liegenden Fußgänger-Signalgruppen zu koordinieren. Im folgenden Text wird diese Art der Koordinierung der Fußgänger als Koordinierung Typ FB bezeichnet. In der Abb.2-12 sind die Koordinierungen zwischen den Signalgruppen F1 und F2, F3 und F4, F5 und F6 sowie F7 und F8 Koordinierungen vom Typ FB.

Die Abb.8-9 zeigt schematisch die Koordinierungen des Typs FA für den in der Abb.2-12 dargestellten Knotenpunkt. Jede dicke Linie in dieser Abbildung symbolisiert eine Koordinierungsbeziehung der Fußgänger-Signalgruppen. Man kann feststellen, daß in diesem Beispiel die Grünzeiten der Fußgänger-Signalgruppen nur in einer Richtung koordiniert sind. Beim Ausbau eines normalen Knotenpunktes (sowohl bei einer Kreuzung als auch bei einer Einmündung) ist es leider der Regelfall, daß die Koordinierungen des Typs FA nur in einer Richtung durchzuführen sind. Da die beiden getrennten Fahrbahnen einer Straße im normalen Fall unmittelbar dicht nebeneinander liegen, ist eine perfekte Koordinierung für beide Richtungen theoretisch nicht möglich. Eine häufig eingesetzte Lösung für die Koordinierung des Typs FA ist das gleichzeitige Ein- und Ausschalten der beiden zu koordinierenden Fußgänger-Signalgruppen. Man betrachtet praktisch die beiden zu koordinierenden

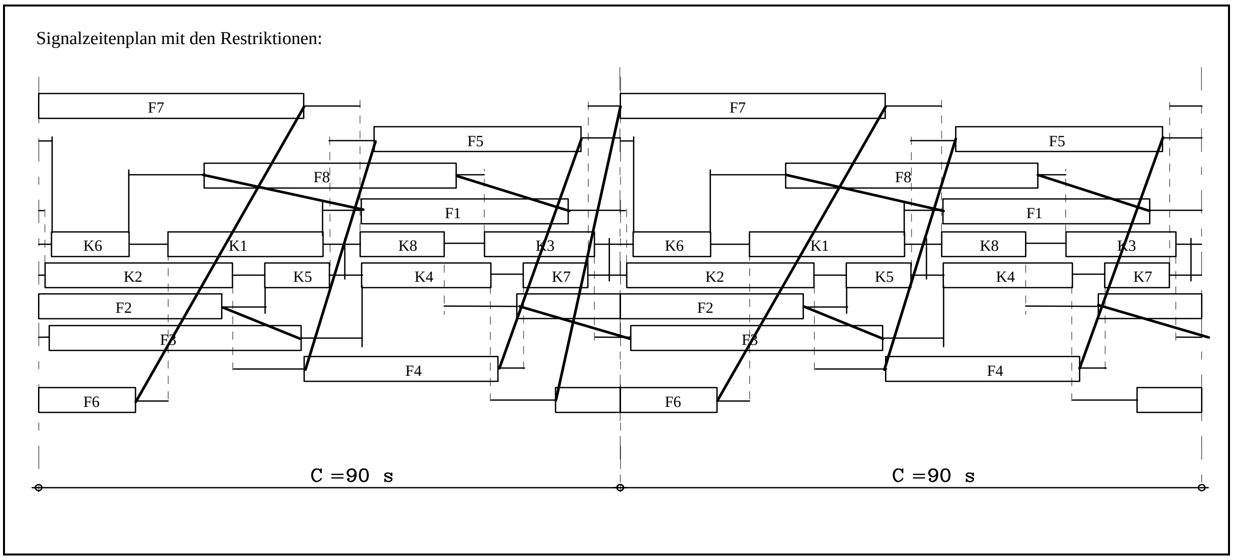


Abb.8-9: Koordinierung der Fußgänger-Signalgruppen des Typs FA

Fußgänger-Signalgruppen als eine Signalgruppe. Bei gleichmäßigen Fußgänger-Verkehrsstärken in beiden Gehrichtungen ist diese Lösung sinnvoll und einfach. Diese Lösung ist auch in der Hinsicht der Verkehrssicherheit die beste Lösung, weil sie für die Fußgänger anschaulich und demnach leicht zu verstehen ist. Bei überwiegendem Fußgänger-Verkehr in einer Gehrichtung, z. B. bei der Schulanfangs- und schlußzeit bei einer Lichtsignalanlage in der Nähe einer Schule kann eine Koordinierung des Typs FA in einer Richtung in Erwägung gezogen werden. Auch in diesem Fall kann die Summe der Wartezeiten für die Fußgänger in beiden Gehrichtungen als die Zielgröße der Optimierung betrachtet werden. Die Gehrichtung, in der die meisten Fußgänger verkehren, wird wegen ihrer dominierenden Verkehrsstärke automatisch bei der Optimierung bevorzugt.

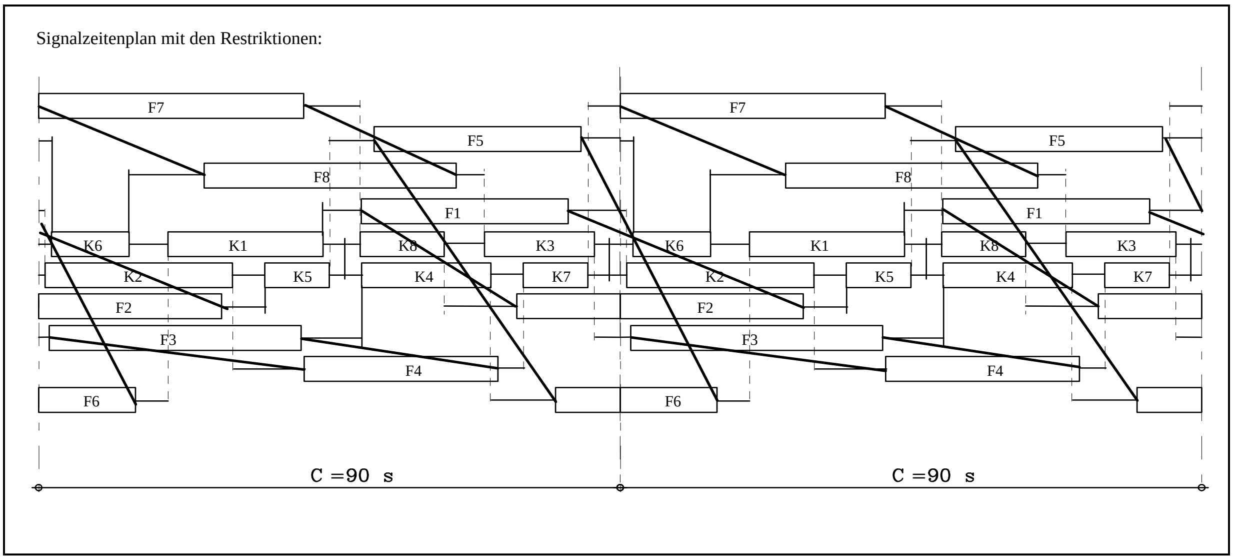


Abb.8-10: Koordinierung der Fußgänger-Signalgruppen des Type FB

Abb.8-10 zeigt im gleichen Schema die Koordinierung des Typs FB. Diese Art der Koordinierung wird in der Praxis selten eingesetzt. Sie sind nur bei starken diagonalen Fußgänger-Verkehrsstärken sinnvoll.

8.3 Steifigkeitsmatrix und Kraftvektor für koordinierte Knotenpunkte

Für die Anwendung der Relaxationsmethode (vg. Abs.8) können ebenfalls entsprechende Steifigkeitsmatrizen und Kraftvektoren für die koordinierten Knotenpunkte konstruiert werden.

Für zwei isolierte Knotenpunkte **Knoten 1** (gekennzeichnet als K1) und **Knoten 2** (gekennzeichnet als K2), die beide die gleiche Struktur haben wie die in Abb.2-10 dargestellte Kreuzung, hat man zwei Steifigkeitsmatrizen $\mathbf{K}_{\mathrm{K1}}$, $\mathbf{K}_{\mathrm{K2}}$ und zwei Kraftvektoren $\mathbf{F}_{\mathrm{K1}}$, $\mathbf{F}_{\mathrm{K2}}$ (vgl. Abs. 5 und Abb.5-1):

$$\mathbf{K}_{\mathrm{K1}} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{K1\text{-}0,0}} & K_{\mathrm{K1\text{-}0,1}} & K_{\mathrm{K1\text{-}0,2}} & K_{\mathrm{K1\text{-}0,3}} & K_{\mathrm{K1\text{-}0,4}} \\ K_{\mathrm{K1\text{-}1,0}} & K_{\mathrm{K1\text{-}1,1}} & K_{\mathrm{K1,1,2}} & 0 & K_{\mathrm{K1\text{-}1,4}} \\ K_{\mathrm{K1\text{-}2,0}} & K_{\mathrm{K1\text{-}2,1}} & K_{\mathrm{K1\text{-}2,2}} & K_{\mathrm{K1\text{-}2,3}} & K_{\mathrm{K1\text{-}2,4}} \\ K_{\mathrm{K1\text{-}3,0}} & 0 & K_{\mathrm{K1\text{-}3,2}} & K_{\mathrm{K1\text{-}3,3}} & K_{\mathrm{K1\text{-}3,4}} \\ K_{\mathrm{K1\text{-}4,0}} & K_{\mathrm{K1\text{-}4,1}} & K_{\mathrm{K1\text{-}4,2}} & K_{\mathrm{K1\text{-}4,3}} & K_{\mathrm{K1\text{-}4,4}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{K2}} = \begin{bmatrix} K_{\mathrm{K2\text{-}0,0}} & K_{\mathrm{K2\text{-}0,1}} & K_{\mathrm{K2\text{-}0,2}} & K_{\mathrm{K2\text{-}0,3}} & K_{\mathrm{K2\text{-}0,4}} \\ K_{\mathrm{K2\text{-}1,0}} & K_{\mathrm{K2\text{-}1,1}} & K_{\mathrm{K2\text{-}1,2}} & 0 & K_{\mathrm{K2\text{-}1,4}} \\ K_{\mathrm{K2\text{-}2,0}} & K_{\mathrm{K2\text{-}2,1}} & K_{\mathrm{K2\text{-}2,2}} & K_{\mathrm{K2\text{-}2,3}} & K_{\mathrm{K2\text{-}2,4}} \\ K_{\mathrm{K2\text{-}3,0}} & 0 & K_{\mathrm{K2\text{-}3,2}} & K_{\mathrm{K2\text{-}3,3}} & K_{\mathrm{K2\text{-}3,4}} \\ K_{\mathrm{K2\text{-}4,0}} & K_{\mathrm{K2\text{-}4,1}} & K_{\mathrm{K2\text{-}4,2}} & K_{\mathrm{K2\text{-}4,3}} & K_{\mathrm{K2\text{-}4,4}} \end{bmatrix}$$

mit

$$K_{\mathrm{K}k\text{-}i,j} = \frac{\partial Wg_{\mathrm{K}k}(x_{\mathrm{K}k\text{-}1}, x_{\mathrm{K}k\text{-}2}, \ldots x_{\mathrm{K}k\text{-}n_{\mathrm{K}k}})}{\partial x_{\mathrm{K}k\text{-}i}\,\partial x_{\mathrm{K}k\text{-}j}}$$

$$\begin{aligned} k &= \text{Nummer des Knotenunkts} \\ n_{\mathrm{K}k} &= \text{Anzahl der Einspannungen am Knotenunkt } k \\ Wg_{\mathrm{K}k} &= \text{Summe der Wartezeit am Knotenunkt } k \end{aligned}$$

und

$$\mathbf{F}_{\mathrm{K1}} = \begin{pmatrix} F_{\mathrm{K1\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{K1\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{K1\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{K1\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{K1\text{-}4}} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{K2}} = \begin{pmatrix} F_{\mathrm{K2\text{-}0}} \\ F_{\mathrm{K2\text{-}1}} \\ F_{\mathrm{K2\text{-}2}} \\ F_{\mathrm{K2\text{-}3}} \\ F_{\mathrm{K2\text{-}4}} \end{pmatrix}$$

mit

$$F_{\mathrm{K}k\text{-}i} = -\frac{\partial Wg_{\mathrm{K}k}(x_{\mathrm{K}k\text{-}1}, x_{\mathrm{K}k\text{-}2}, \ldots x_{\mathrm{K}k\text{-}n_{\mathrm{K}k}})}{\partial x_{\mathrm{K}k\text{-}i}}$$

Es gilt dann

$$\mathbf{F}_{K1} + \mathbf{K}_{K1} \cdot \Delta\mathbf{x}_{K1} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{F}_{K2} + \mathbf{K}_{K2} \cdot \Delta\mathbf{x}_{K2} = \mathbf{0}$$

Da hier die beiden Knotenpunkte zuerst als voneinander unabhängig betrachtet werden, können die beiden Matrix-Gleichungen zusammen geschrieben werden als

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_{K1} \\ \mathbf{F}_{K2} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{K1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{K2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{x}_{K1} \\ \Delta\mathbf{x}_{K2} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{8-1}$$

D.h.: wenn man zwei voneinander unabhängige Feder-Systeme (gekennzeichnet als K1 und K2, entspr. den Signalzeitenplänen zweier unabhängiger Knotenpunkte) als ein großes Feder-System (gekennzeichnet als K1+K2, entspr. der Betrachtungsweise, daß man die beiden Knotenpunkten zusammen als einen großen Knotenpunkt behandelt und demnach nur einen großen Signalzeitenplan hat) betrachtet, dann erhält man für dieses große Feder-System die Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{K1+K2} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{K1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{K2} \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{ccccc|ccccc}
K_{K1\text{-}0,0} & K_{K1\text{-}0,1} & K_{K1\text{-}0,2} & K_{K1\text{-}0,3} & K_{K1\text{-}0,4} & & & & & \\
K_{K1\text{-}1,0} & K_{K1\text{-}1,1} & K_{K1\text{-}1,2} & 0 & K_{K1\text{-}1,4} & & & & & \\
K_{K1\text{-}2,0} & K_{K1\text{-}2,1} & K_{K1\text{-}2,2} & K_{K1\text{-}2,3} & K_{K1\text{-}2,4} & & & 0 & & \\
K_{K1\text{-}3,0} & 0 & K_{K1\text{-}3,2} & K_{K1\text{-}3,3} & K_{K1\text{-}3,4} & & & & & \\
K_{K1\text{-}4,0} & K_{K1\text{-}4,1} & K_{K1\text{-}4,2} & K_{K1\text{-}4,3} & K_{K1\text{-}4,4} & & & & & \\
\hline
 & & & & & K_{K2\text{-}0,0} & K_{K2\text{-}0,1} & K_{K2\text{-}0,2} & K_{K2\text{-}0,3} & K_{K2\text{-}0,4} \\
 & & & & & K_{K2\text{-}1,0} & K_{K2\text{-}1,1} & K_{K2\text{-}1,2} & 0 & K_{K2\text{-}1,4} \\
 & & 0 & & & K_{K2\text{-}2,0} & K_{K2\text{-}2,1} & K_{K2\text{-}2,2} & K_{K2\text{-}2,3} & K_{K2\text{-}2,4} \\
 & & & & & K_{K2\text{-}3,0} & 0 & K_{K2\text{-}3,2} & K_{K2\text{-}3,3} & K_{K2\text{-}3,4} \\
 & & & & & K_{K2\text{-}4,0} & K_{K2\text{-}4,1} & K_{K2\text{-}4,2} & K_{K2\text{-}4,3} & K_{K2\text{-}4,4}
\end{array}\right]$$

und den Kraftvektor

$$\mathbf{F}_{K1+K2} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{K1} \\ \mathbf{F}_{K2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{K1\text{-}0} \\ F_{K1\text{-}1} \\ F_{K1\text{-}2} \\ F_{K1\text{-}3} \\ F_{K1\text{-}4} \\ F_{K2\text{-}0} \\ F_{K2\text{-}1} \\ F_{K2\text{-}2} \\ F_{K2\text{-}3} \\ F_{K2\text{-}4} \end{pmatrix}$$

Verbindet man jetzt die Grünbeginne und Grünenden der zu koordinierenden Signalgruppen mit den Trägern (entspr. der Verbindungen zweier Einspannungen durch einen Träger), die für die Koordinierung definiert sind, dann erzeugt jede dieser Verbindungen in der Steifigkeitsmatrix ein zusätzliches Element und verursacht im Kraftvektor zusätzliche Kräfte.

Koordiniert man zuerst nur die betrachteten Knotenpunkte für eine Fahrtrichtung, dann erhält man für das Beispiel des in der Abb.8-11 dargestellte Feder-Systems, die Steifigkeitsmatrix des Feder-Systems. Diese lautet:

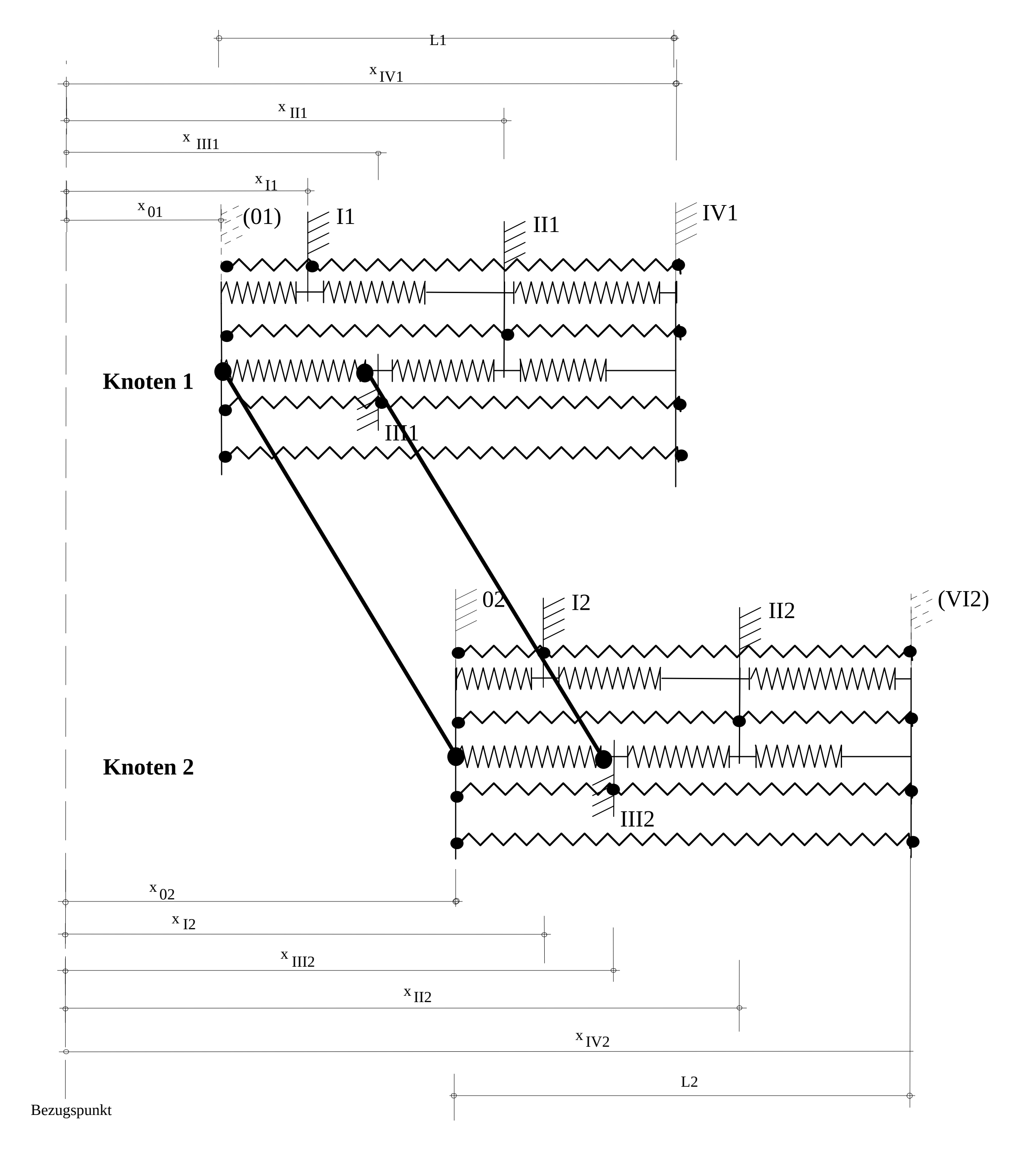


Abb.8-11: Koordinierung einer Fahrtrichtung

$$\mathbf{K}_{\mathrm{K1+K2}}=\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{\mathrm{K1}} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\mathrm{K2}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{K}_{\mathrm{K1,K2}}\\ \mathbf{K}_{\mathrm{K2,K1}} & \mathbf{0}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{\mathrm{K1}} & \mathbf{K}_{\mathrm{K1,K2}}\\ \mathbf{K}_{\mathrm{K2,K1}} & \mathbf{K}_{\mathrm{K2}}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}
 & & & & & K_{\mathrm{K1\text{-}0,K2\text{-}0}} & 0 & 0 & 0 & 0\\
 & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
 & & \mathbf{K}_{\mathrm{K1}} & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
 & & & & & 0 & 0 & 0 & K_{\mathrm{K1\text{-}3,K2\text{-}3}} & 0\\
 & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
K_{\mathrm{K2\text{-}0,K1\text{-}0}} & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \mathbf{K}_{\mathrm{K2}} & & \\
0 & 0 & 0 & K_{\mathrm{K2\text{-}3,K1\text{-}3}} & 0 & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & &
\end{bmatrix}$$

(8-2)

mit

$$K_{\mathrm{K}k1\text{-}i,\mathrm{K}k2\text{-}j}=\frac{\partial\sum_{m=1}^{n_{\mathrm{K}}}Wg_{\mathrm{K}m}(x_{\mathrm{K}m\text{-}1},x_{\mathrm{K}m\text{-}2},\ldots x_{\mathrm{K}m\text{-}n_{\mathrm{K}m}})}{\partial x_{\mathrm{K}k1\text{-}i}\,\partial x_{\mathrm{K}k2\text{-}j}}$$

$$\begin{aligned}
k1 &= \text{Nummer des ersten betrachteten Knotenpunkts}\\
k2 &= \text{Nummer des zweiten betrachteten Knotenpunkts}\\
n_{\mathrm{K}} &= \text{Anzahl der betrachteten Knotenpunkte}\\
n_{\mathrm{K}m} &= \text{Anzahl der Einspannungen am Knotenpunkt } m\\
Wg_{\mathrm{K}m} &= \text{Summe der Wartezeit am Knotenpunkt } m
\end{aligned}$$

(8-3)

Und der Kraftvektor lautet:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{K1+K2}}=\begin{pmatrix}\mathbf{F}_{\mathrm{K1}}\\ \mathbf{F}_{\mathrm{K2}}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{F}_{\mathrm{K1,K2}}\\ \mathbf{F}_{\mathrm{K2,K1}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F_{\mathrm{K1\text{-}0}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}1}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}2}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}3}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}4}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}0}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}1}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}2}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}3}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}4}}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}F_{\mathrm{K1\text{-}0,K2\text{-}0}}\\ 0\\ 0\\ F_{\mathrm{K1\text{-}3,K2\text{-}3}}\\ 0\\ F_{\mathrm{K2\text{-}0,K1\text{-}0}}\\ 0\\ 0\\ F_{\mathrm{K2\text{-}3,K1\text{-}3}}\\ 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F_{\mathrm{K1\text{-}0}}+F_{\mathrm{K1\text{-}0,K2\text{-}0}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}1}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}2}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}3}}+F_{\mathrm{K1\text{-}3,K2\text{-}3}}\\ F_{\mathrm{K1\text{-}4}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}0}}+F_{\mathrm{K2\text{-}0,K1\text{-}0}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}1}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}2}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}3}}+F_{\mathrm{K2\text{-}3,K1\text{-}3}}\\ F_{\mathrm{K2\text{-}4}}\end{pmatrix}\qquad\textbf{(8-4)}$$

mit

$$F_{\mathrm{K}k1\text{-}i,\mathrm{K}k2\text{-}j}=-\frac{\partial Wg_{\mathrm{K1}}(x_{\mathrm{K2}\text{-}j})}{\partial x_{\mathrm{K}k1\text{-}i}}\qquad\textbf{(8-5)}$$

Es gilt für die Steifigkeitsmatrix mit n_{K} koordinierten Knotenpunkten die folgende allgemeine Form

$$\mathbf{K}_{\mathrm{K1+K2+...+K}_{n_\mathrm{K}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\mathrm{K1}} & \mathbf{K}_{\mathrm{K1,K2}} & \cdot & \cdot & \mathbf{K}_{\mathrm{K1,K}n_\mathrm{K}} \\ \mathbf{K}_{\mathrm{K2,K1}} & \mathbf{K}_{\mathrm{K2}} & \cdot & \cdot & \mathbf{K}_{\mathrm{K2,K}n_\mathrm{K}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{K}_{\mathrm{K}n_\mathrm{K}\mathrm{K1}} & \mathbf{K}_{\mathrm{K}n_\mathrm{K}\mathrm{K2}} & \cdot & \cdot & \mathbf{K}_{\mathrm{K}n_\mathrm{K}} \end{bmatrix} \tag{8-6}$$

Die allgemeine Form des Kraftvektors lautet

$$\mathbf{F}_{\mathrm{K1+K2+...+K}_{n_\mathrm{K}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\mathrm{K1}} & \mathbf{F}_{\mathrm{K1,K2}} & \cdot & \cdot & \mathbf{F}_{\mathrm{K1,K}n_\mathrm{K}} \\ \mathbf{F}_{\mathrm{K2,K1}} & \mathbf{F}_{\mathrm{K2}} & \cdot & \cdot & \mathrm{F}_{\mathrm{K2,K}n_\mathrm{K}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathrm{F}_{\mathrm{K}n_\mathrm{K}\mathrm{K1}} & \mathrm{F}_{\mathrm{K}n_\mathrm{K}\mathrm{K2}} & \cdot & \cdot & \mathrm{F}_{\mathrm{K}n_\mathrm{K}} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{e,\mathrm{K1}} \\ \mathbf{v}_{e,\mathrm{K2}} \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{v}_{e,\mathrm{K}n_k} \end{pmatrix} \tag{8-7}$$

mit

$$\mathbf{F}_{\mathrm{K}k} = \begin{bmatrix} F_{\mathrm{K}k\text{-}0} & & & & \\ & F_{\mathrm{K}k\text{-}1} & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & F_{\mathrm{K}k\text{-}n_{\mathrm{K}k}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & F_{\mathrm{K}k\text{-}0,1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{K}k\text{-}0,n_{\mathrm{K}k}} \\ F_{\mathrm{K}k\text{-}1,0} & 0 & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{K}k\text{-}1,n_{\mathrm{K}k}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{\mathrm{K}k\text{-}n_{\mathrm{K}k},0} & F_{\mathrm{K}k\text{-}n_{\mathrm{K}k},1} & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix} \tag{8-8}$$

$$\mathbf{F}_{\mathrm{K}k1,\mathrm{K}k2} = \begin{bmatrix} F_{\mathrm{K}k1\text{-}0,\mathrm{K}k2\text{-}0} & F_{\mathrm{K}k1\text{-}0,\mathrm{K}k2\text{-}1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{K}k1\text{-}0,\mathrm{K}k2\text{-}n_{\mathrm{K}k2}} \\ F_{\mathrm{K}k1\text{-}1,\mathrm{K}k2\text{-}0} & F_{\mathrm{K}k1\text{-}1,\mathrm{K}k2\text{-}1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{K}k1\text{-}1,\mathrm{K}k2\text{-}n_{\mathrm{K}k2}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F_{\mathrm{K}k1\text{-}n_{\mathrm{K}k1},\mathrm{K}k2\text{-}0} & F_{\mathrm{K}k1\text{-}n_{\mathrm{K}k1},\mathrm{K}k2\text{-}1} & \cdot & \cdot & F_{\mathrm{K}k1\text{-}n_{\mathrm{K}k1},\mathrm{K}k2\text{-}n_{\mathrm{K}k2}} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{v}_{e,\mathrm{K}n_k}$ = Einheitsvektor mit $n_{\mathrm{K}k}$ Elementen

Falls die Optimierung der Koordinierung über mehrere Umläufe durchgeführt werden soll (vgl. Abb.8-12), müssen die Steifigkeitsmatrizen und die Kraftvektoren zuerst für die Knotenpunkte über mehrere Umläufe gebildet werden und dann miteinander koordiniert werden.

Bei stationärem Verkehr kann man normalerweise aber davon ausgehen, daß die Umlauf- und Grünzeiten in allen Umläufen gleich sind, wenn die Signalstrukturen in allen Umläufen identisch sind. Unter dieser Annahme ist es leicht festzustellen, daß die Abstände zwischen den gleich numerierten Ankerungen in den benachbarten Umläufen immer gleich der Länge der Umlaufzeit sind (entspr. der Festzeitsteuerung). Man kann in diesem Fall einen beliebigen Umlauf auswählen und optimieren. Der dadurch entstandene Signalzeitenplan gilt dann für alle Umläufe.

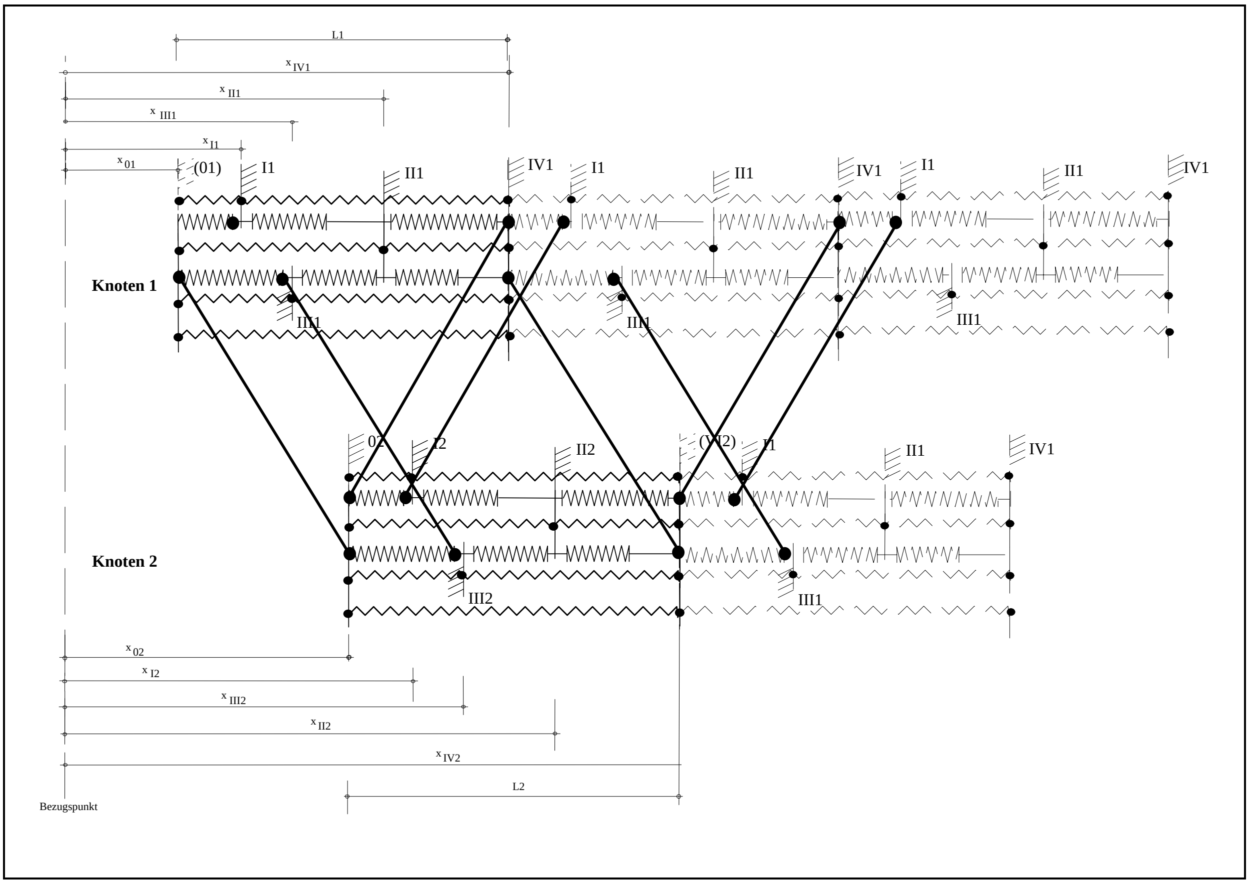


Abb.8-12: Koordinierung beider Fahrtrichtungen

Für die Koordinierung mit mehr als einer Fahrbeziehungen - z.B. für die Koordinierung beider Fahrtrichtungen einer Straße - muß vielmals ein Feder-System gebildet werden, das mehr als einen Umlauf beinhaltet. Da man alle Umläufe hier als identisch betrachtet, kann man anstatt des Feder-Systems mit mehreren Umläufen das Feder-System der Abb.8-13 einsetzen. In diesem Feder-System wird ein zusätzlicher starrer Stab definiert, der die Länge der Umlaufzeit hat und die gleich numerierten Ankerungen in verschiedenen Umläufen miteinander verbindet. Man reduziert dadurch das Optimierungsproblem über mehrere Umläufe in ein Optimierungsproblem über nur einen Umlauf.

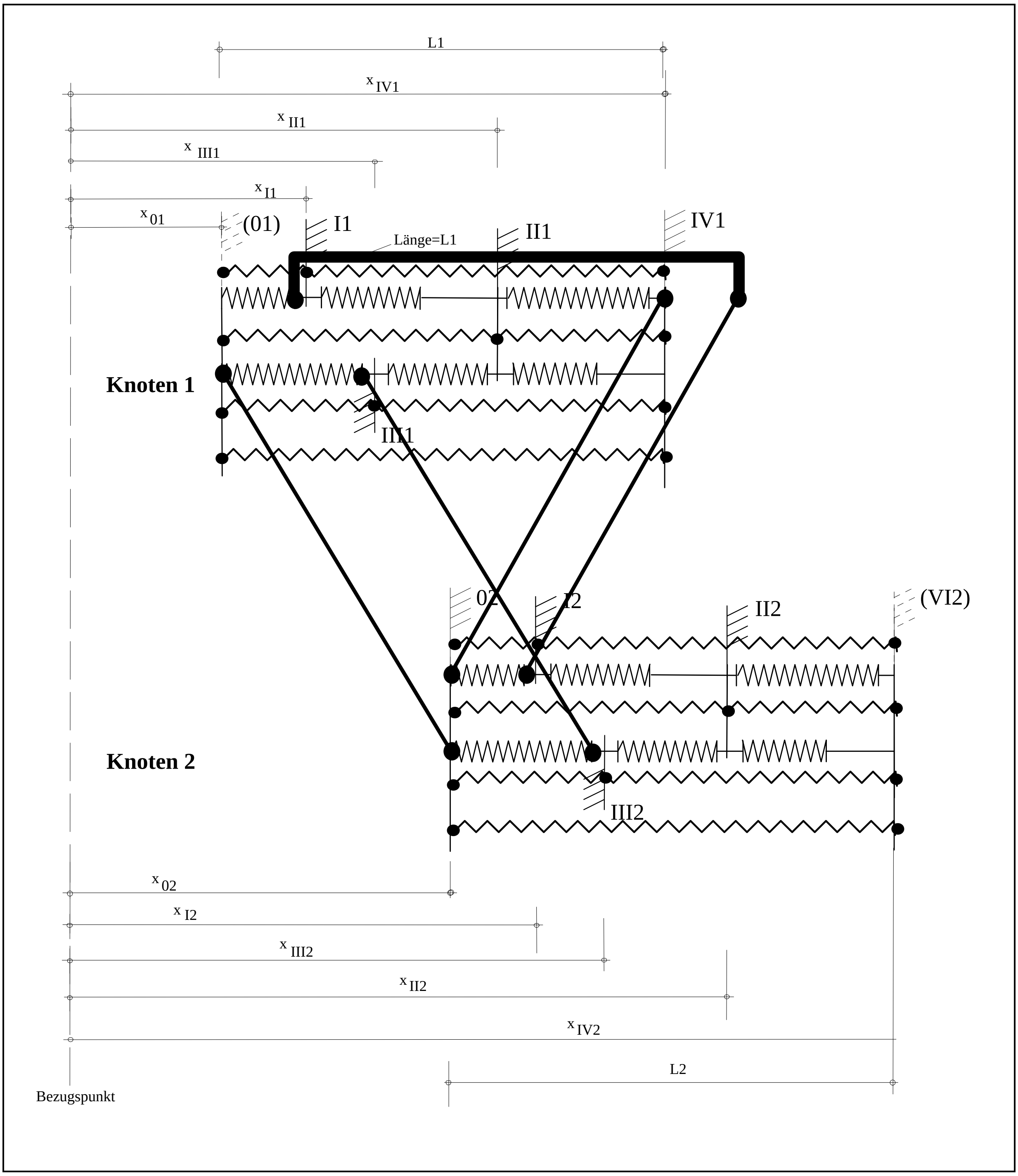


Abb.8-13: Restriktion für Umläufe mit gleicher Länge

8.4 Steifigkeitsmatrix und Kraftvektor für Knotenpunkten mit koordinierten Fußgänger-Signalgruppen

Die Steifigkeitsmatrix und der Kraftvektor für Knotenpunkte mit koordinierten Füßgänger-Signalgruppen sind sinngemäß wie die Steifigkeitsmatrix und der Kraftvektor für die normale Koordinierung (d.h. beschränkt auf Kfz-Signalgruppen) zu betrachten.

9 BERÜCKSICHTIGUNG DER BEVORZUGTEN VERKEHRSSTRÖME (ÖPNV-LINIEN, FUSSGÄNGER)

Das Optimierungsverfahren ermöglicht auch eine gezielte Berücksichtigung einzelner Verkehrsteilnehmergruppen, die bei der Signalsteuerung priorisiert werden sollen. Dies reicht bis zu einer gezielten Freigabe eines solchen Stroms zu einem gewünschten Zeitpunkt.

Als solche priorisierten Verkehrsströme kommen vor allem Linienbusse und Straßenbahnen, u.U. aber auch Fußgänger in Betracht.

Dabei ist zu unterschieden nach der

- baulichen Situation
- Eingriffskatagorie .

Bei der baulichen Situation soll nach Kriterien unterschieden werden:

S1. Verkehrsströme **mit eigenem Fahrstreifen/Gleiskörper** und **mit eigener Signalgruppe**
S2. Verkehrsströme **mit eigenem Fahrstreifen/Gleiskörper** und **ohne eigene Signalgruppe**
S3. Verkehrsströme **ohne eigenen Fahrstreifen/Gleiskörper** und **mit eigener Signalgruppe**
S4. Verkehrsströme **ohne eigenen Fahrstreifen/Gleiskörper** und **ohne eigene Signalgruppe (z.B. Linienbus)**

Geht man davon aus, daß die Reihenfolge der Freigabe für die vorhandenen Signalgruppen beim Eingriff der bevorzugten Verkehrsströme nicht verändert wird, dann kann man die Eingriffskatagorien nach folgenden Kriterien unterscheiden:

E1. Eingriff **mit eingefügter Sonderphase** und **mit Berücksichtigung der Koordinierung**
E2. Eingriff **mit eingefügter Sonderphase** und **ohne Berücksichtigung der Koordinierung**
E3. Eingriff **ohne eingefügte Sonderphase** und **mit Berücksichtigung der Koordinierung**
E4. Eingriff **ohne eingefügte Sonderphase** und **ohne Berücksichtigung der Koordinierung**

Bei einigen baulichen Situationen sind bestimmte Eingriffe steuerungstechnisch nicht durchführbar. Die Kombinationsmöglichkeiten zwischen der baulicher Situation und den Eingriffskatagorien können anhand der Tab.9-1 erläutert werden.

Tab.9-1: Möglichkeiten zwischen baulicher Situation und Eingriffskatagorien

	S1	S2	S3	S4
E1	+	-	o	-
E2	+	-	+	-
E3	+	+	o	o
E4	+	+	+	+

+ möglich - nicht möglich o bedingt möglich

Die bauliche Situation S4 (Verkehrsströme **ohne eigenen Fahrstreifen/Gleiskörper** und **ohne eigene Signalgruppe**) bietet am wenigsten Eingriffsmöglichkeiten an. Sie kann nur mit der Eingriffsmöglichkeit E4 (Eingriff **ohne eingefügte Sonderphase** und **ohne**

Berücksichtigung der Koordinierung) bedingungslos kombiniert werden. Die Bevorzugung eines Verkehrsstroms kann man in diesem Fall nur durch Verlängerung der Grünzeit der Signalgruppen, mit der der betrachtete Verkehrsstrom gesteuert wird, erreichen. Dazu wird für die Optimierung die Verkehrsbelastung in dem bevorzugten Strom fiktiv so stark erhöht, daß die zugehörige Signalgruppen bei der Optimierung längere Grünzeit bekommen wird. Bei einer Erhöhung dieser Verkehrsbelastung auf einen extremen Wert (z.B.: unendlich groß) bekommt die zugehörige Signalgruppe die maximale mögliche Grünzeit, die die Restriktionen des Signalzeitenplans zulassen.

Die Koordinierung eines bevorzugten Fahrzeuges ist nur dann möglich, wenn die anderen Fahrzeuge, die vor dem betrachten bevorzugten Fahrzeuge an der Signalanlage ankommen, im selben Umlauf und vor der Ankunft des bevorzugten Fahrzeug abfließen können. Dies kann bei der Optimierung nur dann realisiert werden wenn die Anforderung des bevorzugten Fahrzeuges früh genug (z.B.: mehrere Umläufe vorher) bekannt ist. Wenn dies der Fall ist, können die vorhergehenden Umläufe vor dem Eingriff bei der Optimierung einbezogen werden und damit die Koordinierung des bevorzugten Fahrzeuges ermöglicht werden (vgl. Abb.2-14).

Der Eingriff mit einer eingefügten Sonderphase (E1 und E2) ist nur dann möglich, wenn für die bevorzugten Verkehrsströme eigene Signalgruppen vorhanden sind (S1 und S3).

Der Eingriff mit Berücksichtigung der Koordinierung (E1 und E3) der bevorzugten Verkehrsströme ist nur dann möglich, wenn für diese Verkehrsströme eigene Fahrstreifen/Gleiskörper (S1 und S2) vorhanden sind oder wenn die Anforderung des bevorzugten Fahrzeuges früh genug erfolgt.

Die bauliche Situation S1 (Verkehrsströme **mit eigenem Fahrstreifen/Gleiskörper** und **mit eigener Signalgruppe**) bietet die meisten Eingriffsmöglichkeiten an. Man kann bei der Bevorzugung eines Verkehrsstroms mit oder ohne eine eingefügte Sonderphase arbeiten und dabei auch die Koordinierung des bevorzugten Verkehrsstroms berücksichtigen.

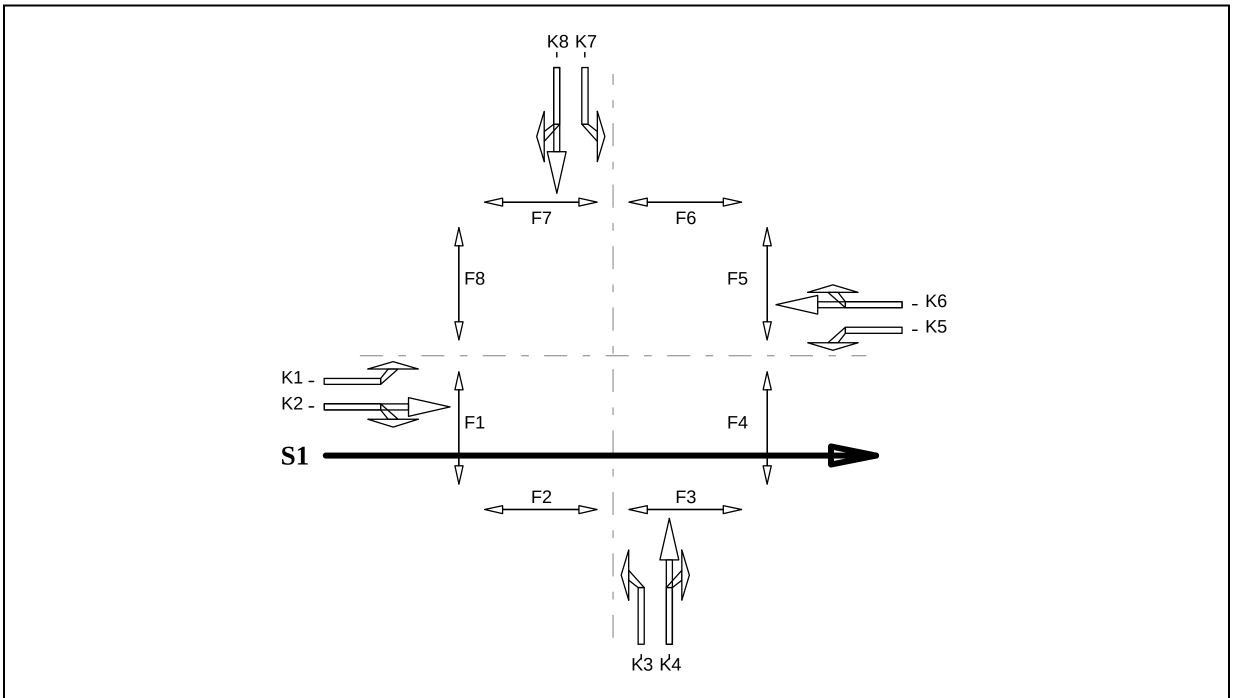


Abb.9-1: Geometrie und Anordnung der Signalgruppen

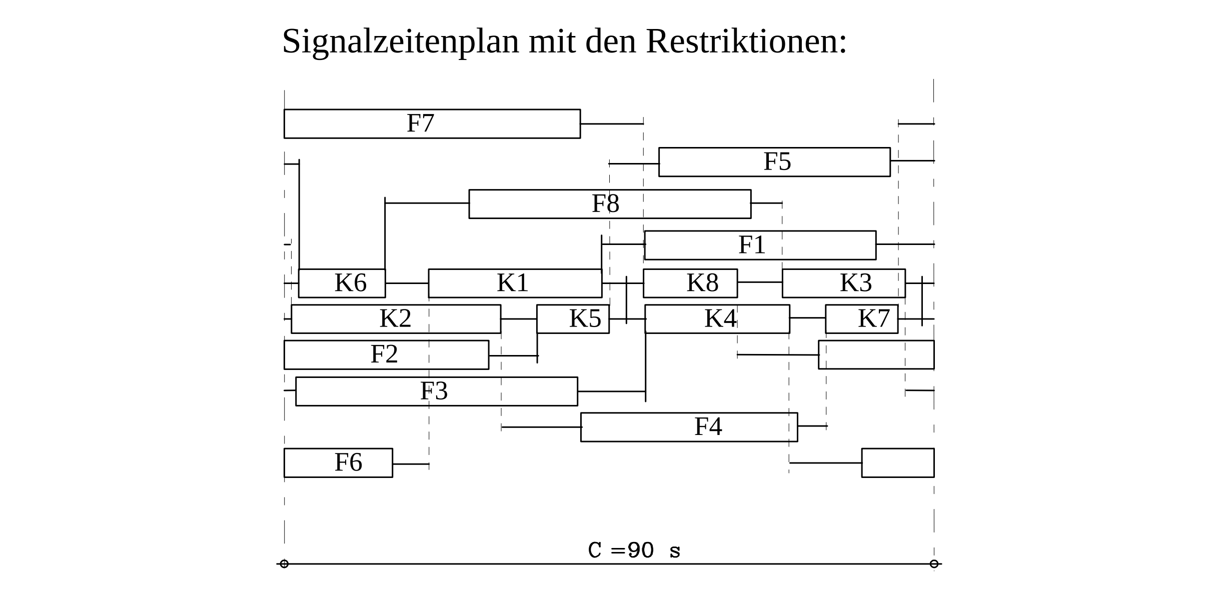


Abb.9-2: Signalzeitenplan ohne S1

Im folgenden wird anhand eines Beispiels die Eingriffsmöglichkeit der bevorzugten Verkehrsströme mit einer eingefügten Sonderphase erläutert. Die dabei zugrunde liegende Geometrie und Anordnung der Signalgruppen ist in der Abb.9-1 dargestellt.

Die betrachtete Lichtsignalanlage besteht aus insgesamt 8 Kfz-Signalgruppen, 8 Fußgänger-Signalgruppen und einer Straßenbahn-Signalgruppe (S1), die bevorzugt behandelt werden soll. Die Steuerungsstrategie wird so festgelegt: im Fall ohne Anforderung der Straßenbahn wird die Signalgruppe S1 auf Rot oder gar nicht angezeigt; die anderen Signalgruppen werden ohne Berücksichtigung der Signalgruppe S1 (auch ohne Berücksichtigung der Zwischenzeiten zwischen der S1 und anderen Signalgruppen) in einem normalen Signalzeitenplan berechnet und optimiert; bei Anforderung der Straßenbahn wird die Signalgruppe S1 in den normalen Signalzeitenplan eingefügt und damit wird der Eingriff der bevorzugten Straßenbahnlinie verwirklicht. Der normale Signalzeitenplan ohne S1 (und ohne die Restriktionen zwischen S1 und den anderen Signalgruppen) ist in der Abb.9-2 dargestellt.

Die Möglichkeiten zum Einfügen der Signalgruppe S1 kann man grundsätzlich in zwei Gruppen einteilen:

1. Einfügung ohne Zerschneidung der Grünzeiten anderer Signalgruppen
2. Einfügung mit Zerschneidung der Grünzeiten anderer Signalgruppen

9.1 Einfügen ohne Zerschneidung der Grünzeiten anderer Signalgruppen

Bei der ersten Gruppe wird keine Grünzeit einer anderen Signalgruppe in zwei Teile geteilt, d.h., es kommt kein "Doppelanwurf" in einem Umlauf vor. Die Signalgruppe S1 wird nur zwischen den Grünzeiten eingefügt.

Abb.9-3 zeigt das Prinzip und die Grundidee dieser Einfügungsweise. Dargestellt ist erneut der Festzeit-Signalzeitenplan nach Abb.9-2. Schraffiert hervorgehoben sind diejenigen Signalgruppen, die einen Konflikt mit der Straßenbahnsignalgruppe S1 aufweisen. Eingetragen sind zusätzlich verschiedenen "Pfade". Dies sind Möglichkeiten, den Signalzeitenplan zu unterbrechen und die Straßenbahnphase (S1) einzufügen.

Bei Anforderung einer Freigabe für S1 müssen einzelne Freigabezeiten so verkürzt werden, daß sich einer dieser "Pfade" in einen geraden Korridor verwandelt und sich so vergrößert, daß die Grünzeit der Signalgruppe S1 und die zugehörigen Zwischenzeiten darin Platz finden. Der Signalzeitenplan wird dann unter Berücksichtigung dieses Korridors neu optimiert.

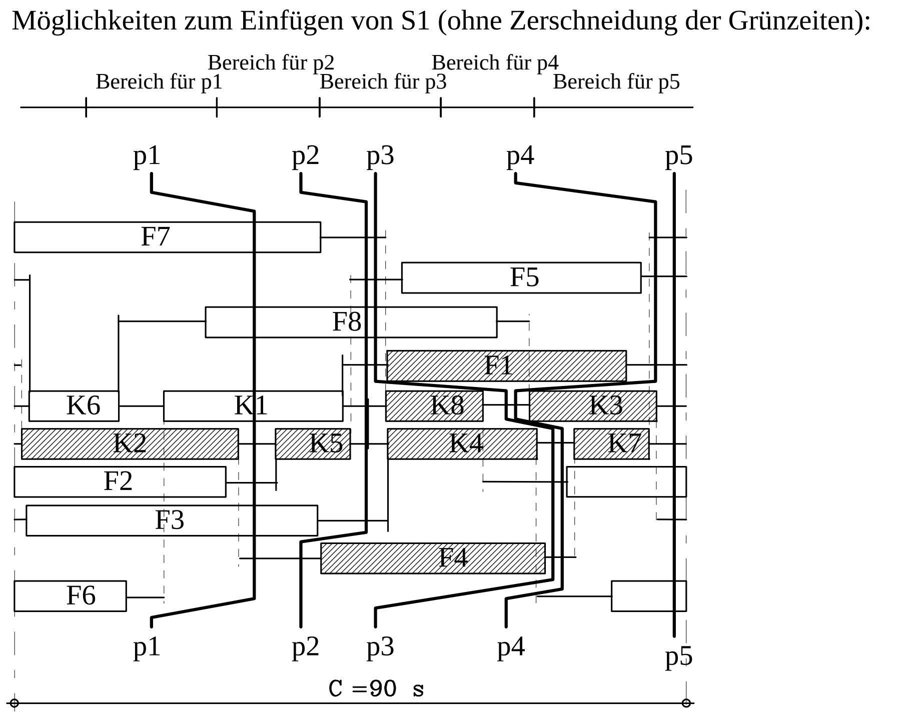


Abb.9-3: Einfüge-Pfade ohne Zerschneidung von G anderer Signalgruppen

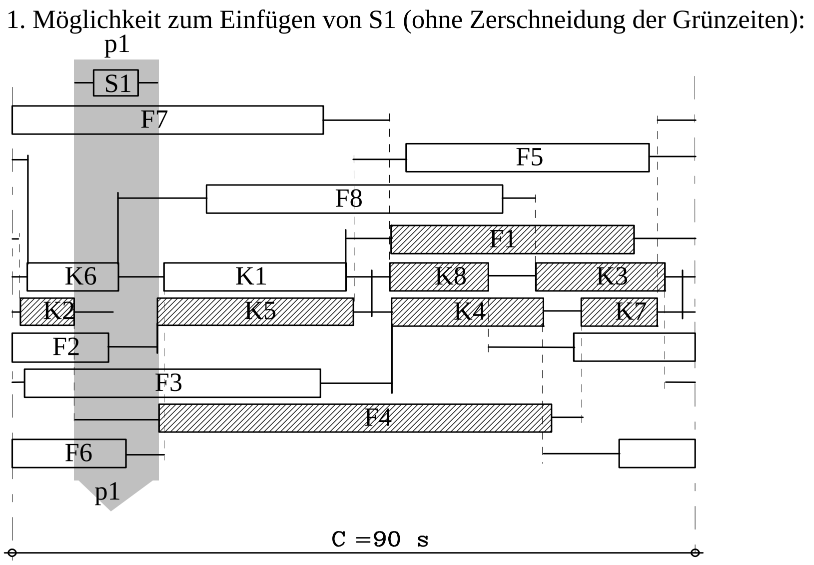


Abb.9-4: Einfüge-Korridor p1 ohne Zerschneidung von G mit gleichen t_z

In der Abb.9-3 werden insgesamt 5 solche "Pfade" dargestellt, die bei verschiedenen Eingriffszeitpunkten aktiviert werden können. Es ist praktisch möglich, die Signalgruppe S1 in jeder gewünschten Sekunde des Umlaufs einzufügen. Die Anforderung muß jedoch mit einem ausreichenden Zeitvorsprung bekannt sein, um dies zu verwirklichen. "Ausreichender

Zeitvorsprung" bedeutet: die Mindestgrünzeit der gerade laufenden Grünzeiten und die zugehörigen Zwischenzeiten für das Umschalten können eingehalten werden.

Abb.9-4 zeigt den Einfüge-Korridor p1 für die Signalgruppe S1 mit einheitlichen zugehörigen Zwischenzeiten (alle Zwischenzeiten zwischen S1 und anderen Signalgruppen werden hier vereinfacht als gleich lang angenommen).

1. Möglichkeit zum Einfügen von S1 (ohne Zerschneidung der Grünzeiten):

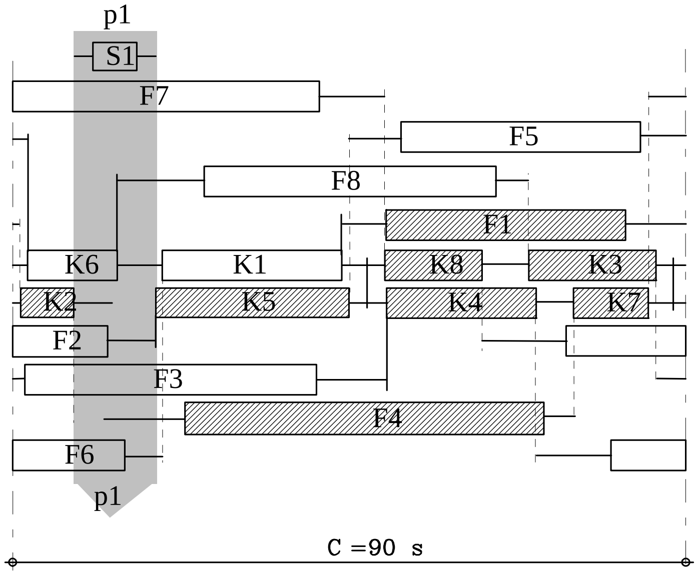


Abb.9-5: Einfüge-Korridor p1 ohne Zerschneidung von G mit unterschiedlichen t_z

Abb.9-5 zeigt den Einfüge-Korridor p1 für die Signalgruppe S1 mit unterschiedlichen zugehörigen Zwischenzeiten.

2. Möglichkeit zum Einfügen von S1 (ohne Zerschneidung der Grünzeiten):

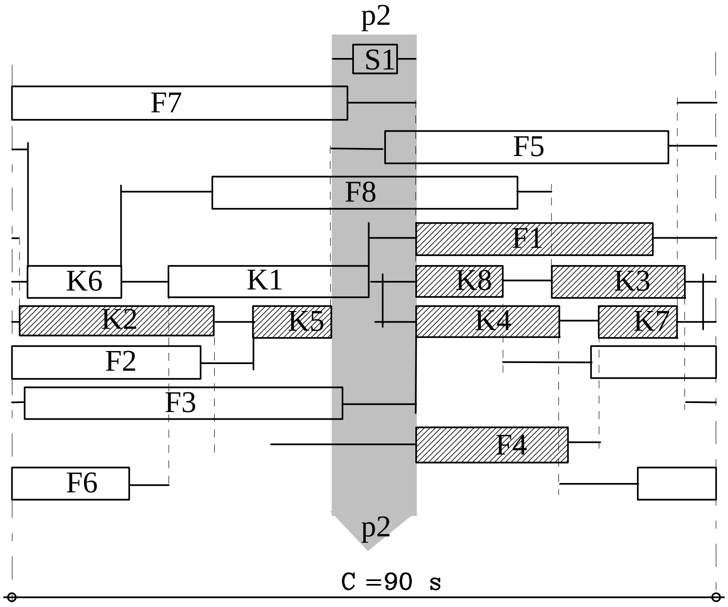


Abb.9-6: Einfüge-Korridor p2 ohne Zerschneidung von G mit gleichen t_z

Abb.9-6 zeigt den Einfüge-Korridor p2 für die Signalgruppe S1 mit einheitlichen zugehörigen Zwischenzeiten (alle Zwischenzeiten zwischen S1 und anderen Signalgruppen werden vereinfacht als gleich lang angenommen).

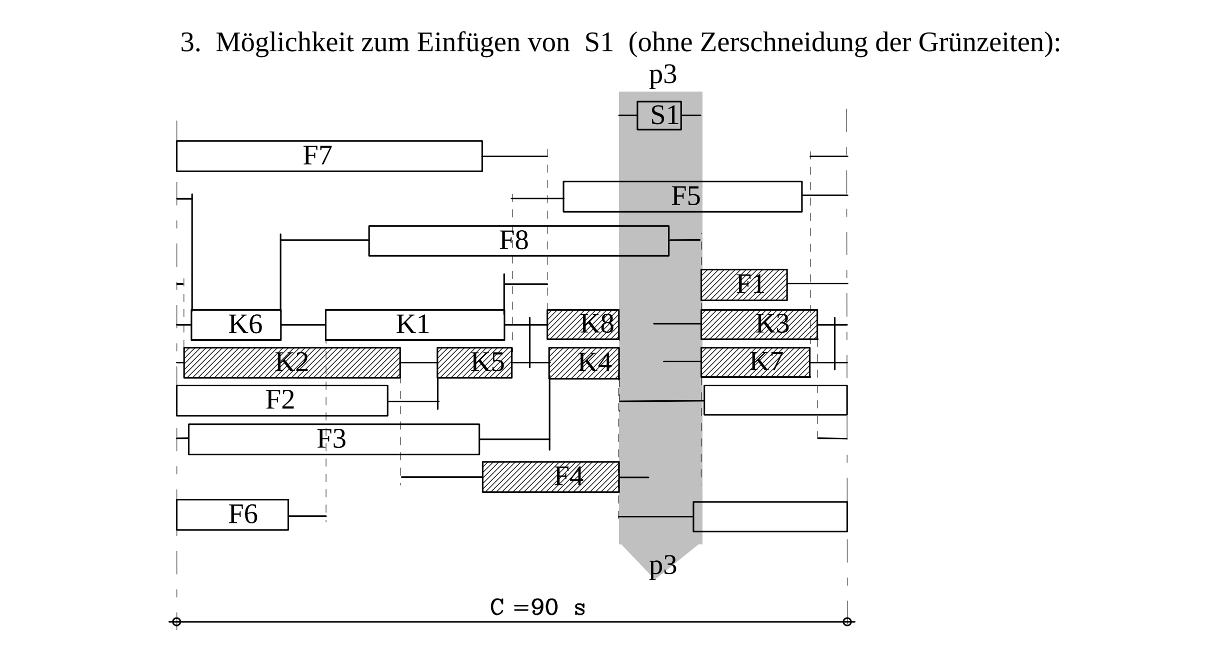


Abb.9-7: Einfüge-Korridor p3 ohne Zerschneidung von G mit gleichen t_z

Abb.9-7 zeigt den Einfüge-Korridor p3 für die Signalgruppe S1 mit einheitlichen zugehörigen Zwischenzeiten (alle Zwischenzeiten zwischen S1 und anderen Signalgruppen werden vereinfacht als gleich lang angenommen).

9.2 Einfügen mit Zerschneidung von Grünzeiten

Bei der zweiten Gruppe der grundsätzlichen Möglichkeiten zur Einfügung der Sonderphase werden im Gegensatz zu der ersten Gruppe die Grünzeiten der anderen Signalgruppen in zwei Teile geteilt. Die Einfüge-Korridore verlaufen durch die Grünzeiten der anderen Signalgruppen.

Abb.9-8 zeigt das Prinzip und die Grundidee dieser zweiten Einfügungsweise. Erneut ist hier der Festzeit-Signalzeitenplan wie in der Abb.9-2 dargestellt. Durch Schraffur sind die Freigabezeiten derjenigen Signalgruppen gekennzeichnet, die einen Konflikt mit der Straßenbahn (S1) aufweisen. In dem Plan sind erneut verschiedenen "Pfade" eingetragen, die nun aber geradlinig durch die Grünzeiten anderer Signalgruppen verlaufen. Die Pfade stellen Möglichkeiten zum Einfügen der Signalgruppe S1 dar. Bei Anforderung wird eine dieser Schnittlinien so breit vergrößert, daß sie sich in einen Korridor verwandelt und die Grünzeit der Signalgruppe S1 und die zugehörigen Zwischenzeiten aufnehmen kann. Dieser Korridor wird dann in die richtige Anforderungsposition plaziert. Der Signalzeitenplan wird danach unter Berücksichtigung dieses Korridors neu optimiert.

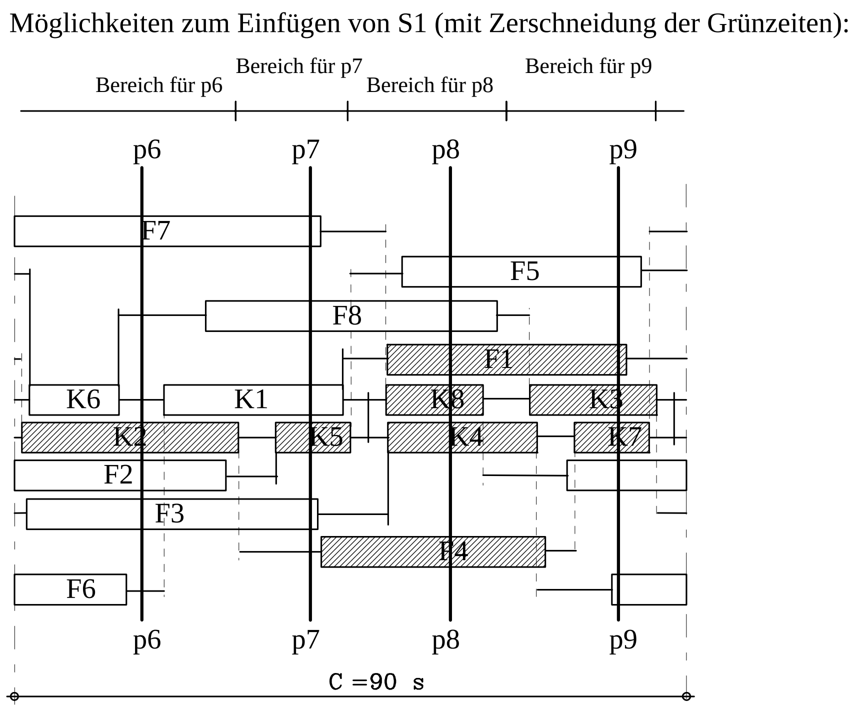


Abb.9-8: Einfüge-Pfade mit Zerschneidung von G anderer Signalgruppen

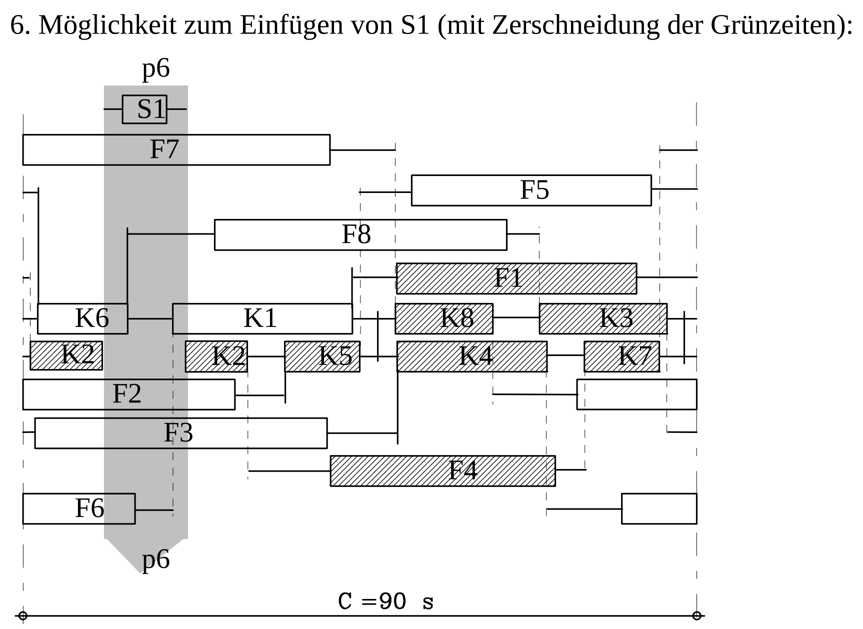


Abb.9-9: Einfüge-Korridor p6 mit Zerschneidung von G mit gleichen t_z

In Abb.9-8 sind 4 solche "Pfade" als Schnittlinien dargestellt, die bei verschiedenen Eingriffszeitpunkten aktiviert werden können. Auch hier ist es praktisch möglich, die Signalgruppe S1 in jeder Sekunde des Umlaufs einzufügen. Dazu ist es erforderlich, rechtzeitig vor den gewünschten Eingriffszeitpunkten die Anforderung zu kennen. "Rechtzeitig" bedeutet: die Mindestgrünzeit der laufenden Grünzeiten und die zugehörigen Zwischenzeiten für die Einschaltung können noch eingehalten werden.

Abb.9-9 zeigt den Einfüge-Korridor p6 für Signalgruppe S1 mit einheitlichen zugehörigen Zwischenzeiten (alle Zwischenzeiten zwischen S1 und anderen Signalgruppen werden hier vereinfacht als gleich lang angenommen).

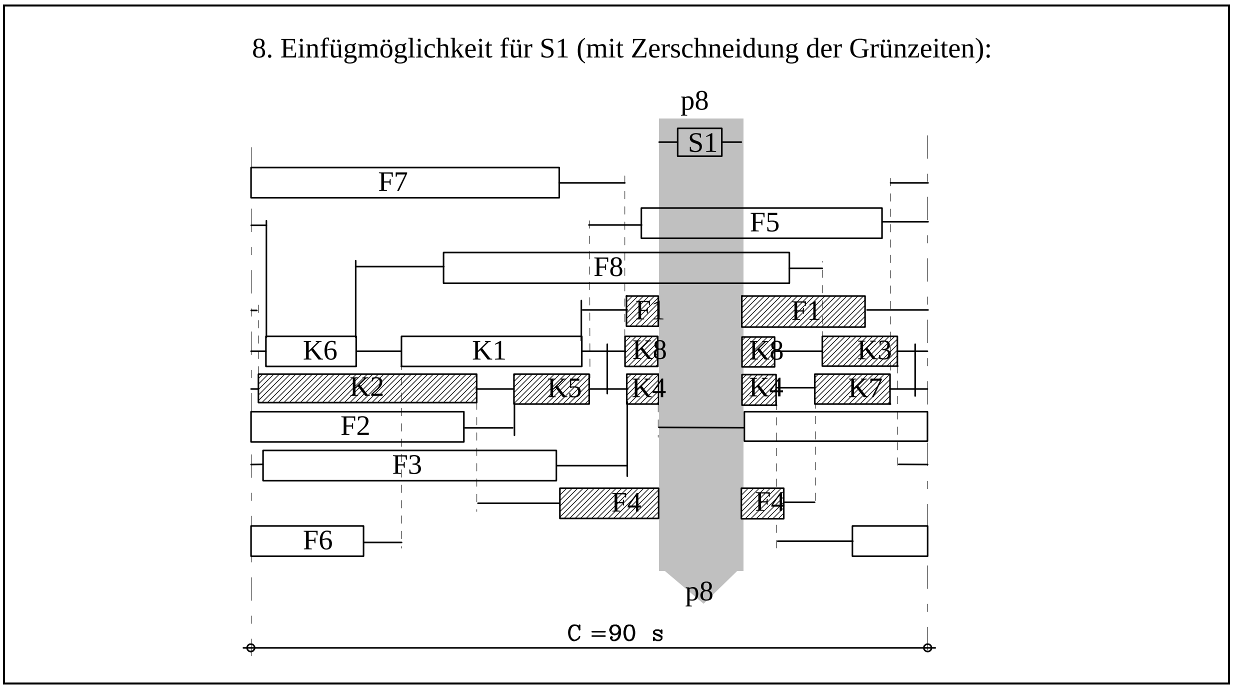


Abb.9-10: Einfüge-Korridor p8 mit Zerschneidung von G mit gleichen t_z

Abb.9-10 zeigt den Einfüge-Korridor p8 für Signalgruppe S1 mit einheitlichen zugehörigen Zwischenzeiten (alle Zwischenzeiten zwischen S1 und anderen Signalgruppen werden vereinfacht als gleich lang angenommen).

Die Gruppen 1 und 2 der Einfügemöglichkeit der bevorzugten Verkehrsströme können auch miteinander kombiniert werden, damit eine noch größere Flexibilität beim Einfügen der bevorzugten Signalgruppen erreicht werden kann.

9.3 Formulierung der Einfüge-Prozedur der Straßenbahnsignalgruppe

Das Einfügen der Freigabezeit einer Straßenbahnsignalgruppe (mit den zugehörigen Zwischenzeiten) wird bei der Optimierung wie folgt realisiert:

1. Ein Einfüge-Pfad wird mit Berücksichtigung der Anforderungszeit und der vordefinierten Bedingungen gewählt. Dieser Pfad symbolisiert die gewünschte Einfügeposition und die Verträglichkeit zwischen der einzufügenden Straßenbahnsignalgruppe und den anderen Signalgruppen. Beim Einfügen mit Zerschneidung der Grünzeiten anderer Signalgruppen werden die zerschnittenen Freigabezeiten als Freigabezeiten zweier Signalgruppen, die voneinander abhängig sind, betrachtet.

2. Der Einfüge-Korridor wird gebildet, indem die Grünzeiten der nicht verträglichen Signalgruppen von dem Einfüge-Pfad aus schrittweise nach links bzw. nach rechts verdrängt werden.

   Dies geschieht technisch so:

- Der Einfüge-Pfad wird in die gewünschte Einfügeposition gebracht. Die Endpunkte (bzw. die Anfangspunkte) der Freigabezeiten der nicht verträglichen Signalgruppen, die links (bzw. rechts) von dem Einfüge-Pfad liegen, werden schrittweise nach links (bzw. nach rechts) um die Zeit Δt versetzt. Die im Hintergrund laufende Optimierung sorgt dafür, daß die restlichen Signalgruppen entsprechend angepaßt werden. (vgl.Abb.9-11.)
- Der Einfüge-Pfad wird nach links bzw. rechts so erweitert, daß ein Einfüge-Korridor entsteht. Die nicht verträglichen Signalgruppen werden soweit nach links bzw. nach rechts verdrängt, daß die erforderliche Freigabezeiten und alle Zwischenzeiten für die einzufügende Straßenbahnsignalgruppe eingepaßt werden können. Die Anpassung der restlichen Signalgruppen wird durch die im Hintergrund laufende Optimierung vorgenommen. (vgl. Abb.9-12.)
- Bei der Optimierung der Freigabezeiten der restlichen Signalgruppen wird die Möglichkeit einer erforderlichen Vorbeeinflussung berücksichtigt.

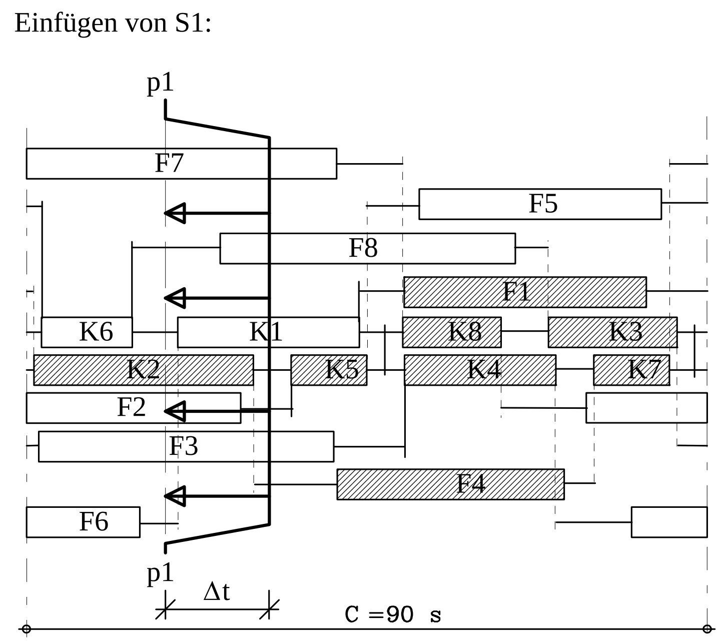


Abb.9-11: Verschiebung des Einfüge-Pfad

3. Im Zeitraum des Einfüge-Korridors wird die Freigabezeit für die Straßenbahn geschaltet. (vgl.Abb.9-13.)
4. In den nächsten Umläufen wird der Signalzeitenplan unter Berücksichtigung der Störung, die das Einfügen der Straßenbahnsignalgruppe hervorruft, optimiert. Die Möglichkeit der Nachbeeinflussung wird dabei ausgeschöpft.

Diese Ausführungen verdeutlichen:

- Verkehrsabhängig Steuerungen, die nach dem Gleichgewichtsprinzip fortlaufend optimiert werden, ermöglichen auch eine kurzfristige Berücksichtigung von ÖPNV-Fahrzeugen.
- Der Vorteil gegenüber der konventionellen Technik mit Schaltlogiken ist, daß der sonstige Verkehr (individueller Straßenverkehr) trotzdem optimiert werden kann. In diese

Optimierung können die störenden Einflüsse der ÖPNV-Priorisierung einbezogen werden. Dadurch könnte ein entscheidender Nachteil vieler existierender ÖPNV-Priorisierungen (z.B. Verstärkung der Schadstoffemissionen durch mehr Pkw-Staus) überwunden werden.

- Der planerische Aufwand im Einzelfall für Schaltlogiken entfällt vollständig, wenn das zugehörige Optimierungsprogramm vorliegen würde.

Dieses Programm existiert bisher noch nicht. Auf der Basis der bisher entwickelten Programmstrukturen ist eine Realisierung aber ohne erhebliche Probleme vorstellbar.

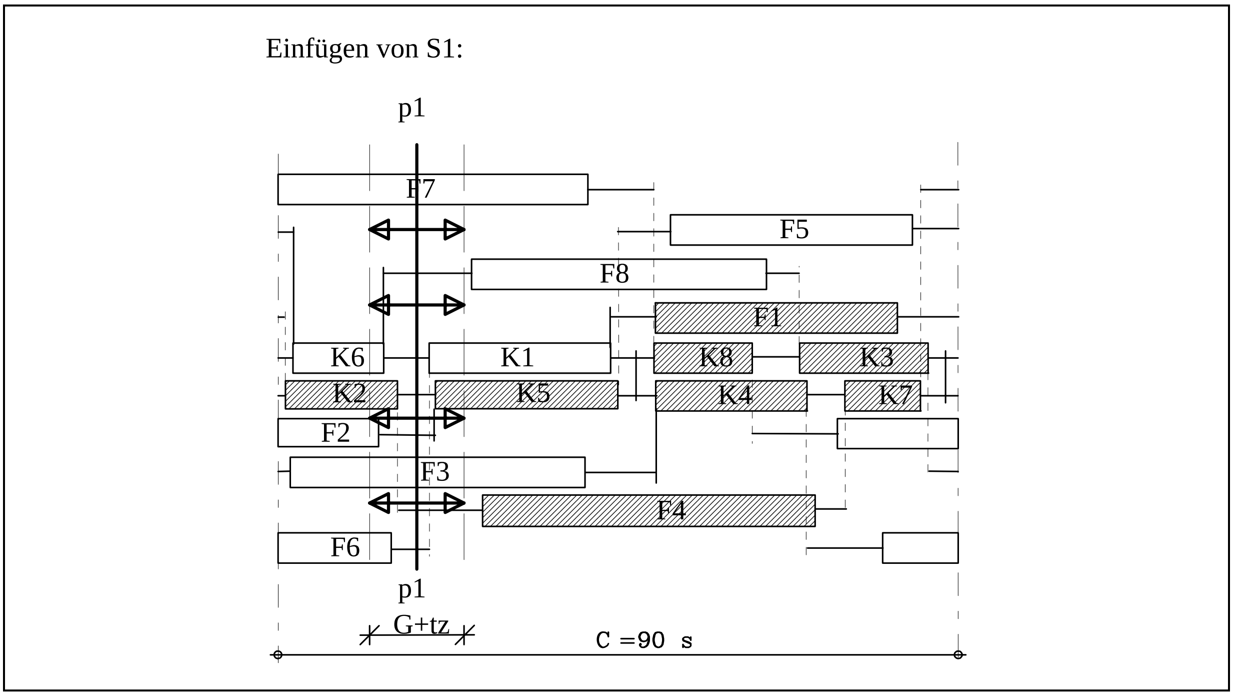


Abb.9-12: Erweiterung des Einfüge-Pfads

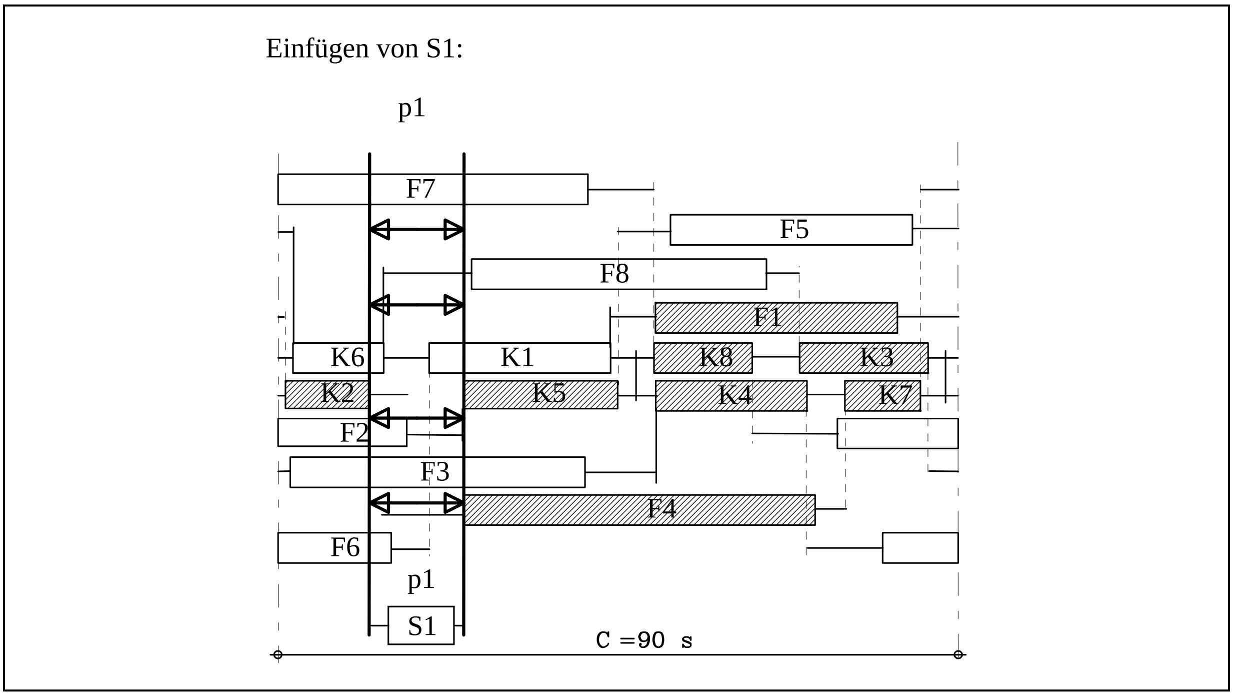


Abb.9-13: Einfügen von S1

10 ANWENDUNGSBEISPIEL FÜR FESTZEITSTEUERUNG

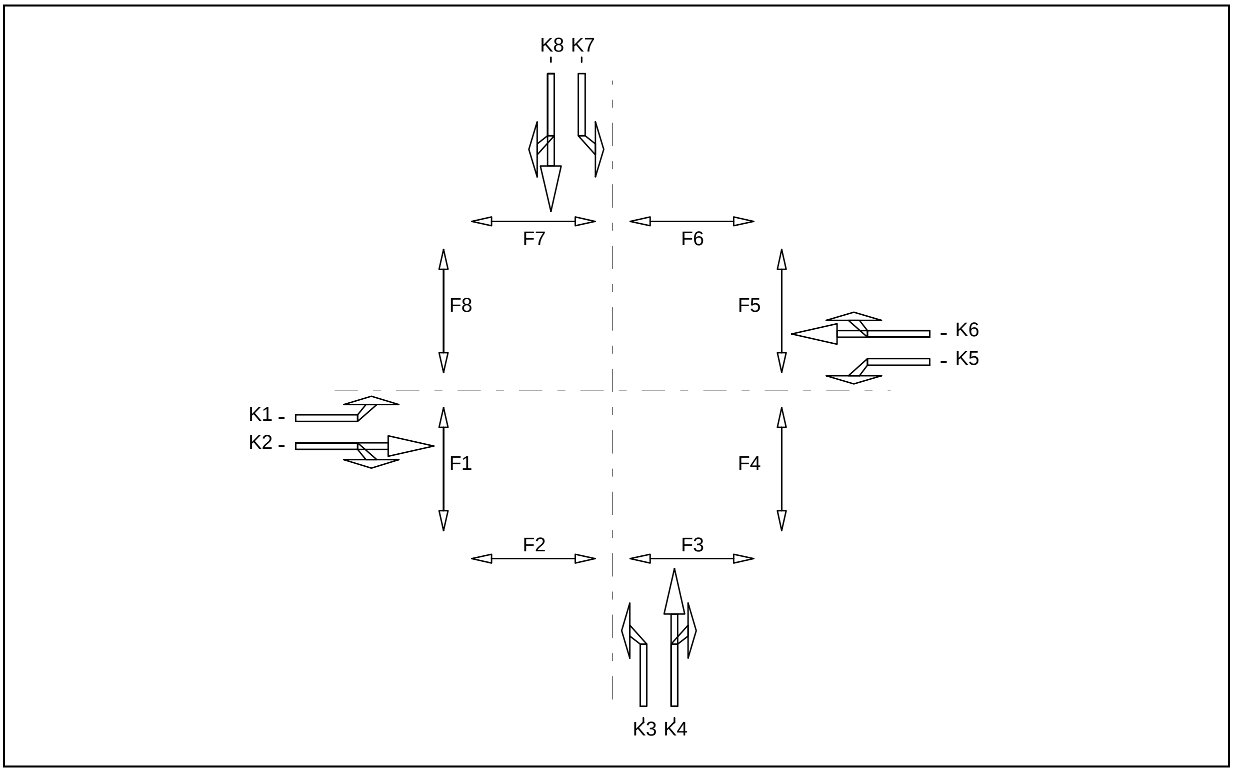


Abb. 10-1: Anordnung der Signalgruppen des Anwendungsbeispiels

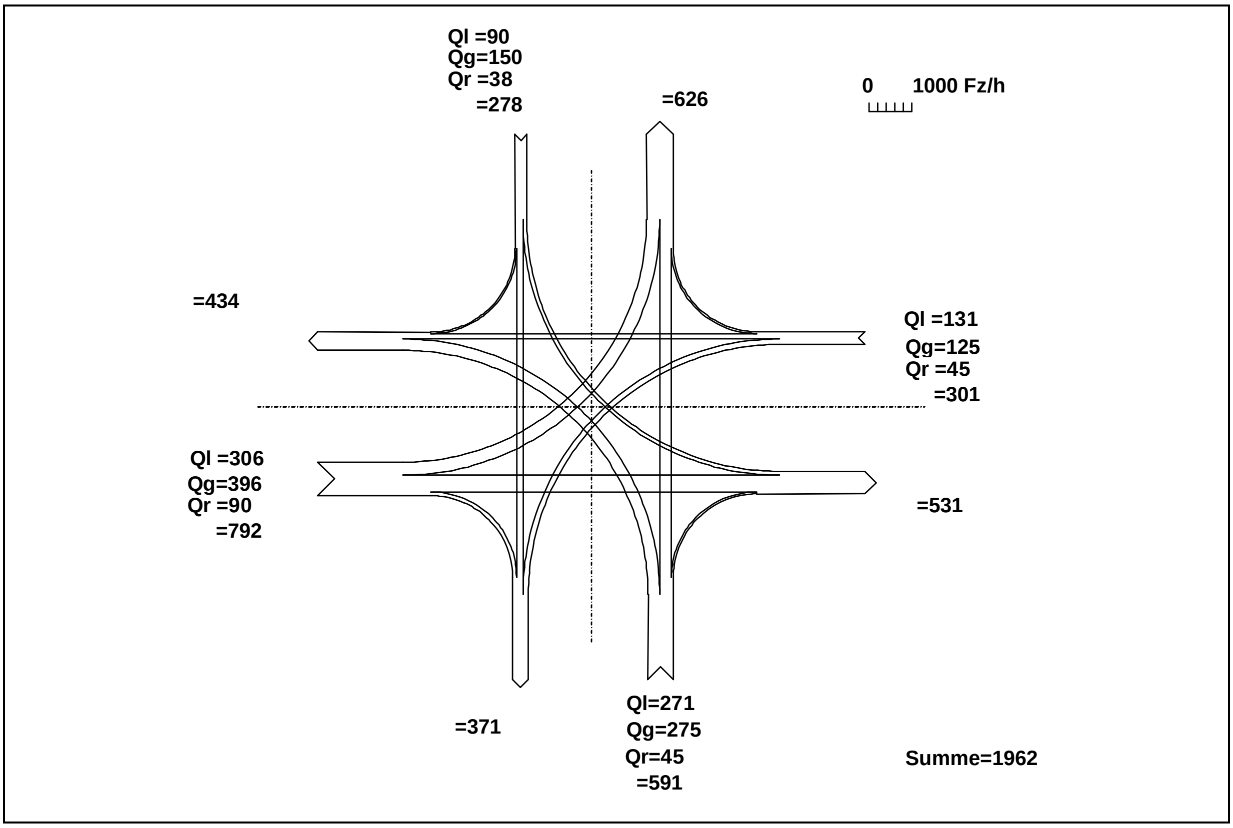


Abb. 10-2: Verkehrsbelastungen des Anwendungsbeispiels

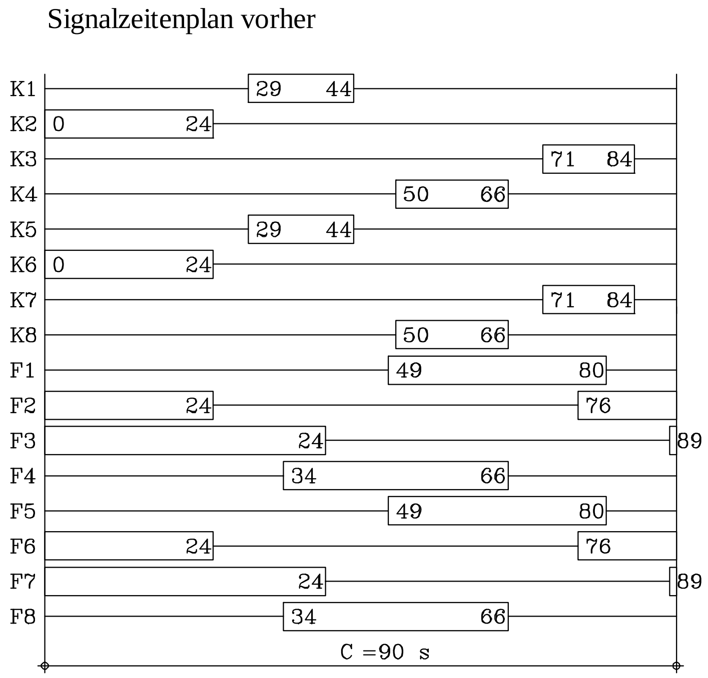


Abb. 10-3: Signalzeitenplan des Anwendungsbeispiels vor der Optimierung

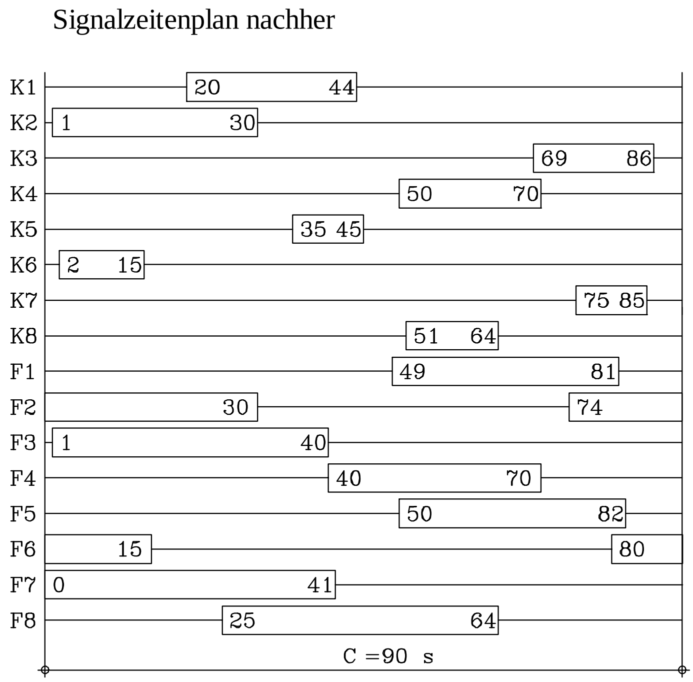


Abb. 10-4: Signalzeitenplan des Anwendungsbeispiels nach der Optimierung

Tab.10-1: Vergleich der Wartezeiten vor und nach der Optimierung

Signal-gruppe	Q (Fz/h)	Qmax vorher (Fz/h)	Qmax nachher (Fz/h)	G vorher (s)	G nachher (s)	W vorher (s/Fz)	W nachher (s/Fz)
K1	306	300	480	15	24	202.5	29.3
K2	486	480	580	24	29	174.8	47.5
K3	271	260	340	13	17	231.4	54.2
K4	320	320	400	16	20	180.2	50.3
K5	131	300	200	15	10	33.7	41.6
K6	170	480	260	24	13	26.7	38.6
K7	90	260	200	13	10	34.7	37.4
K8	188	320	260	16	13	34.0	46.7
F1	***	***	***	31	32	19.3	18.7
F2	***	***	***	38	46	15.0	10.8
F3	***	***	***	41	39	13.3	14.5
F4	***	***	***	32	30	18.7	20.0
F5	***	***	***	31	32	19.3	18.7
F6	***	***	***	38	25	15.0	23.5
F7	***	***	***	41	41	13.3	13.3
F8	***	***	***	32	39	18.7	14.5

Als Anwendungsbeispiel wird der in der Abb.10-1 gezeigte Knotenpunkt mit insgesamt 16 Signalgruppen berechnet. Die Zwischenzeiten sind für einen vorgegebenen Standard-Ausbau der Kreuzung ermittelt worden. Die Verkehrsbelastungen des Knotenpunktes mit einer Gesamtbelastung von 1962 Fz/h sind in der Abb.10-2 dargestellt. Die Abb.10-3 und Abb.10-4 zeigen die Signalzeitenpläne vor und nach der Optimierung mit Minimierung der Summe der Wartezeiten aller Signalgruppen als Zielfunktion. Der Signalzeitenplan vor der Optimierung wurde nach dem Verfahren der RiLSA hergestellt. Dies bedeutet: Die Grünzeiten sind auf die Signalgruppen der 4 Phasen proportional zur maßgebenden Verkehrsstärke pro Fahrstreifen verteilt worden. Dies gilt jeweils für die Kraftfahrzeug-Signalgruppen. Die Fußgänger-Signalgruppen sind entsprechend den Zwischenzeiten eingepaßt worden.

Die Phasenstruktur ist für die Optimierung beibehalten worden. Durch die Optimierung wurden die Grünzeiten neu ermittelt. Die Phasenstruktur wurde für die Ausgangssituation zwar vorgegeben, sie spielt bei der weiteren Optimierung aber keine Rolle mehr. In einem ersten Schritt ist die Umlaufzeit von 90s beibehalten worden. Die Wartezeit wurde nach der Formel von Wu (1990) für instationären Verkehr (Parabelganglinie, z = Spanne der Ganglinie = Maximum - Minimum der Verkehrsstärke durch mittlere Verkehrsstärke, T_0 = Dauer der Spitzenstunde) mit $z = 0.4$ und $T_0 = 1$ h berechnet. Bei diesem Beispiel wurde die Summe der Wartezeiten aller Kraftfahrzeug-Signalgruppen von 79.39 Kfz•Stunden/Stunde auf 24.17 Kfz•Stunden/Stunde vermindert. Die mittlere Wartezeit pro Fz betrug vorher 145.67 s/Fz und nachher nur 44.34 s/Fz. Die Ergebnisse vorher und nachher sind in der Tab.10-1 detailliert dargestellt.

Die Verkehrsbelastungen in diesem Beispiel sind extrem asymmetrisch verteilt. D.h.: die Verkehrsstärken an den einzelnen Signalgruppen jeder Phase sind sehr unterschiedlich. Die Optimierung der Grünzeitenverteilung ist in einer solchen Situation besonders wirkungsvoll. Bei normalen Verkehrsverhältnissen kann die Summe der Wartezeiten aller Signalgruppen durch die Optimierung meist im Vergleich zu handgemachten Signalzeitenplänen in Größenordnungen um ca. 20% reduziert werden.

Die Mindestumlaufzeit für dieses Beispiel mit einem Auslastungsgrad x=0.83 ist 89 Sekunden. Die optimale Umlaufzeit ist 98 Sekunden. Die Summe der Wartezeiten aller Signalgruppen bei der optimalen Umlaufzeit beträgt 23.01 Kfz•Stunden/Stunde, die mittlere Wartezeit ist 42.21 s/Fz.

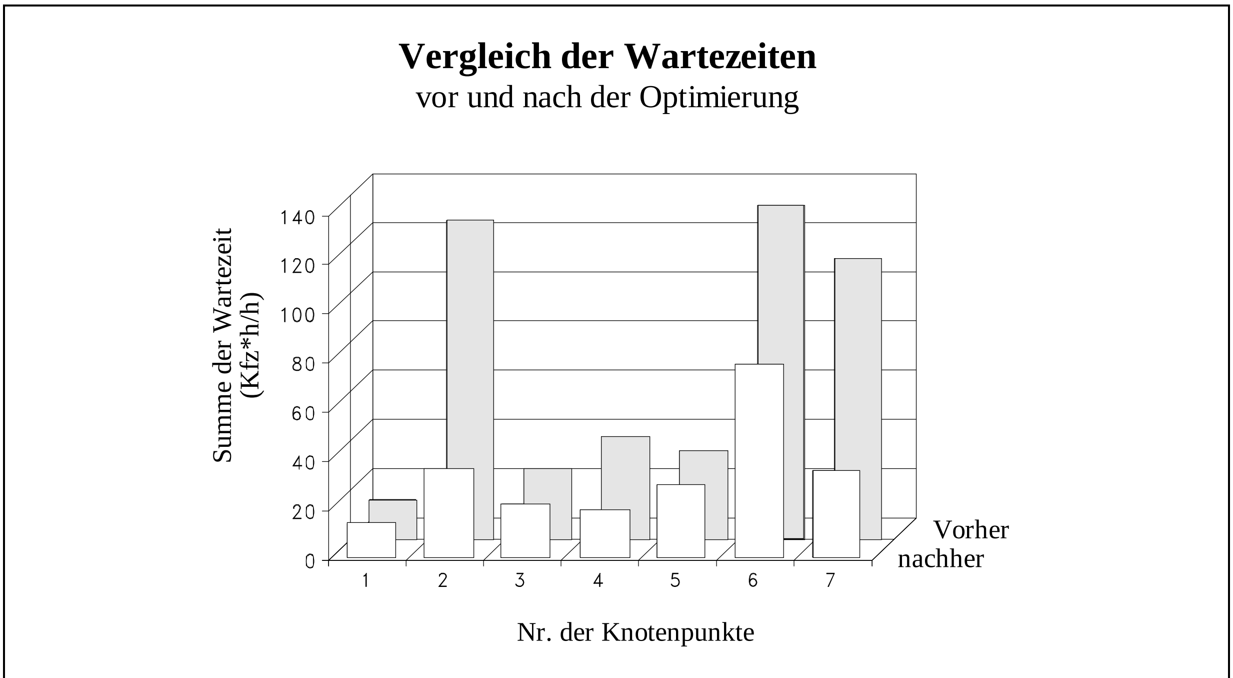


Abb. 10-5: Testen des Optimierungsverfahrens mit realen Daten

Das Verfahren wurde auch auf 7 Knotenpunkte in der Stadt Düsseldorf angewandt. Von dort wurden freundlicherweise die bisherigen Signalzeitenpläne und die Zwischenzeiten bereitgestellt. Ausgehend von den vorhandenen Signalzeiten wurde die Optimierung durchgeführt. Das Ergebnis ist in Abb.10-5 dargestellt. Es zeigt sich, daß für die vorhandenen Signalzeitenpläne, die teilweise mehrere Jahre alt waren und bei denen sich seitdem die Belastungen zweifellos verändert hatten, Verbesserungsbedarf besteht. Die

Anlagen 2 und 7 waren sogenannte Pförtner-Anlagen. Bei diesen beiden Anlagen wurden die Grünzeiten einiger Zufahrten so dimensioniert, daß der Verkehr absichtlich außerhalb der Innenstadt aufgestaut wurde. Der Vorher-Nachher-Vergleich ist demnach für die beiden Signalanlagen nicht relevant. Es konnten Verbesserungen für die sonstigen 5 Anlagen erzielt werden. Die deutlichen Verbesserungen bei den Anlagen 4 und 6 gehen auf bisher überlastete Linksabbiegeströme zurück.

Es wäre in einem weiteren Untersuchungsschritt wünschenswert, die Verbesserungsmöglichkeiten für den Verkehrsablauf durch Anwendung des Optimierungsverfahren und anschließende Schaltung in der Realität auszutesten. Dazu müßten die Wartezeiten vor und nach der Schaltung entsprechender optimierten Signalzeitenpläne gemessen und verglichen werden. Dieser Arbeitsschritt war aus Kostengründen im Rahmen dieses Projekts nicht möglich.

Die Nützlichkeit des Optimierungsverfahrens ist jedoch auch ohne diesen empirischen Nachweis offenkundig. Die Berechnung der Wartezeiten an Lichtsignalanlagen kann nach allgemein anerkannten Formeln, z.B. nach der Formal von Wu (1990) durchgeführt werden. Die Richtigkeit dieser Formeln ist durch mathematische Herleitungen und durch Simulationen ausreichend bewiesen. Unter Anwendung dieser Formeln können für den optimierten Signalzeitenplan die Wartezeiten berechnet werden. Jede manuelle Veränderung des Signalzeitenplans führt demnach zu einer Verschlechterung der Wartezeitbilanz. Dies ist an einer sehr großen Anzahl praktischer Beispiele aufgezeigt worden. Bei dieser großen Anzahl von Beispielen hat das Optimierungsverfahren seine Praxistauglichkeit für Festzeit-Signalzeitenpläne uneingeschränkt unter Beweis gestellt.

11 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Diese Arbeit beschreibt die Theorie eines neuartigen Prinzips für die optimale Gestaltung von Signalzeitenplänen für Lichtsignalanlagen im Straßenverkehr. Dieses Prinzip kann zutreffend mit dem Stichwort "Gleichgewichts-Optimierung" gekennzeichnet werden. Es geht von der Erkenntnis aus, daß ein Gleichgewichtszustand ein Optimum darstellt. Um diese Idee auf Signalzeitenpläne anzuwenden, muß das Problem der Signalsteuerung in Analogie zu einem mechanischen System formuliert werden. Nach dieser Formulierung gelingt es, Verfahren der klassischen Baustatik in modifizierter Form so anzuwenden, daß damit Signalzeitenpläne automatisch errechnet werden können, die hinsichtlich vorgegebener Ziele optimal sind.

Die Beweise für die Richtigkeit des Optimierungsverfahrens konnten geführt werden. Für die praktische Anwendung wurden bereits EDV-Programme zur Durchführung dieser Optimierung für Festzeitsteuerungen an einzelnen Knotenpunkten entwickelt..

Zugleich ist ein Konzept entwickelt und dargestellt worden, mit dem die Gleichgewichts-optimierung auch auf

- koordinierte Steuerungen
- verkehrsabhängige Steuerungen
- Berücksichtigung der Fußgänger
- ÖPNV-Priorisierung

aufgeweitet werden kann.

Das Optimierungsverfahren für Signalzeitenpläne nach dem Gleichgewichtsprinzip hat vor allem folgende Vorteile gegenüber herkömmlichen Verfahren:

- Minimaler Vorbereitungsaufwand vor der Optimierung (ein beliebiger Signalzeitenplan, die zugehörigen Zwischenzeiten und Restriktionen sowie die Verkehrsbelastungen).
- Beliebige vorzugebende Optimierungsziele.
- Kontinuität des Signalzeitenplans während der Optimierung (Signalplan wird nur schrittweise verbessert anstatt total neu aufgebaut) als Vorteil für die On-Line-Anwendung.
- Dynamische Eigenschaften (Anpassungsmöglichkeiten während der Optimierung an Änderungen von Verkehrsbelastungen, Rückstaulängen, Zwischenzeiten etc.).
- Manuelle Eingriffsmöglichkeiten (Mindestgrünzeiten neu definieren, Umlaufzeit verkürzen, Zwangspunkte definieren etc. während der Optimierung)
- Dezentrale Optimierung bei der Koordinierung: Die Grün- und Umlaufzeiten der einzelnen Knotenpunkte und die Koordinierung können iterativ separat optimiert werden.
- Hohe Geschwindigkeit durch Reduzierung der Variablen gegenüber konventionellen Optimierungsverfahren (anstatt Anzahl der Signalgruppen n nur Anzahl der Ankerungen m verwendet). Ein Optimierungsvorgang für Festzeitsteuerung eines Standardknotenpunktes dauert auf einem Pentium 100 Rechner im allgemeinen 1 s (Optimierung der Grünzeiten mit fester Umlaufzeit) bis 10 s (Optimierung der Umlaufzeit).
- Das Optimum bezieht sich nicht nur auf wenige Ströme wie bei vielen konventionellen Verfahren (z.B. nur die maßgebenden Ströme jeder Phase), sondern auf alle Verkehrsteilnehmer.

11. Zusammenfassung und Ausblick

Das Grundprinzip der Gleichgewichtsoptimierung beruht auf den Analogien zwischen einem Signalzeitenplan und einem System aus mechanischen Federn (vgl. Gegenüberstellung S.2-7). Ein wesentlicher Unterschied zwischen Signalzeitenplan und Federsystem ist, daß die Federn im allgemeinen lineare Kennlinien aufweisen, während beim Signalzeitenplan die Zusammenhänge (z.B. zwischen Wartezeit und Grünzeit) nicht linear sind.

Um diese Grundidee praktisch anwendbar zu gestalten, sind Algorithmen entwickelt worden, mit denen nach den üblichen praktischen Vorgaben für eine Lichtsignalanlage an einer Kreuzung oder Einmündung eine Signalstruktur dargestellt werden kann. Diese Signalstruktur muß eine Analogie zu einem mechanischen System aufweisen, das aus

- festen (eventuell auch verschiebbare) Verbindungen
- elastischen parallel angeordneten Federn
- elastischen nacheinander angeordneten Federn

besteht (Abs. 2.4).

Es ist sodann durch mathematische Herleitungen nachgewiesen worden, daß die Gleichgewichtsoptimierung tatsächlich zu einer optimalen Lösung führt und daß dieses Verfahren konvergiert. Dieser Nachweis ist in Abs. 4, 5 und im wesentlichen in den Anhängen dargestellt.

Wesentlich sind auch die Ziele der Optimierung (Abs. 3). Mit dem Verfahren können folgende Ziele erreicht werden:

- Maximierung der Leistungsfähigkeiten, dargestellt durch eine Harmonisierung des Auslastungsgrades über alle Signalgruppen.
- Harmonisierung der mittleren Wartezeiten über alle Signalgruppen.
- Minimierung des Kraftstoffverbrauchs oder der Schadstoffemissionen.

Die praktische Lösung der Optimierungsaufgabe wird in Anlehnung an das Verfahren von CROSS, das aus der Baustatik bekannt ist, vorgenommen. Strukturdiagramme dafür und Zahlenbeispiele sind in Abs. 6 dargestellt.

In dieser Arbeit ist darüber hinaus die Anwendung des Prinzips der Gleichgewichts-Optimierung auch auf folgende Punkte erweitert worden:

- Koordinierte Signalzeitenpläne:
  Es ist möglich, nach dem gleichen Prinzip wie bei einem einzelnen Signalzeitenplan die Signalzeitenpläne an den Lichtsignalanlagen mehrerer benachbarter Knotenpunkte miteinander zu verbinden (Abs. 8). Auch hier kann auf der Basis einer Analogie zu einem mechanischen System ein Gesamtoptimum für den koordinierten Straßenzug erreicht werden.
- Koordinierung von Fußgänger-Signalgruppen (Abs. 8) bei Einbeziehung in die Gesamtoptimierung.
- Einbeziehung mehrerer aufeinander folgender Umläufe in eine Gesamtoptimierung (Abs. 2.5 und 5.2).
- Dynamische verkehrsabhängige Optimierung: Dieser Absatz 7 nimmt einen wesentlichen Teil dieser Arbeit ein. Hier wird zunächst geklärt, wie die über die Zeit veränderlichen Verkehrsstärken in die Überlegungen einzubeziehen ist. Dabei wird ein neues trendgestütztes Kurzzeitprognoseverfahren entwickelt. Zugleich kann aufgezeigt werden, daß bisher als besonders gut angesehen exponentielle Glättungen mit trendabhängigen Glättungsfaktoren (z.B. MEXWA) eher kontraproduktiv sind.
  Durch die Anwendung des Gleichgewichtsprinzips lassen sich über die Zeit veränderliche Signalzeitenpläne erzeugen, die für die gerade gegebene

Verkehrssituation stets die optimale Lösung darstellen. Der Nutzen konnte an einem fiktiven Beispiel und in einem praktischen Fall am Einzelknotenpunkt dargestellt werden. Eine direkte Erprobung in der Praxis wäre wünschenswert.

- Berücksichtigung priorisierter Verkehrsteilnehmer (z.B. ÖPNV): Auch unter Beachtung des Gleichgewichtsprinzips sind verkehrsabhängige Steuerungen möglich, die eine unbedingte Priorisierung von ÖPNV-Fahrzeugen bei kurzer Anmeldezeit ermöglichen. Das Gleichgewichtsprinzip ermöglicht es dabei, die Signalsteuerung nach diesem Eingriff unter Berücksichtigung der dabei eingetretenen Folgen zu optimieren. Diese Lösung konnte bisher nur in ihrem Grundprinzip dargestellt werden.

Die hier durchgeführten theoretischen und praxisorientierten Untersuchungen über das Gleichgewichtsprinzip bei der Steuerung von Lichtsignalanlagen eröffnen für die Praxis sehr weitreichende neue Möglichkeiten. Bisher werden - auch sehr aufwendige - Steuerungen rein intuitiv erstellt. Es ist dem Können und der Erfahrung des Sachbearbeiters überlassen, wie gut die Steuerung im Hinblick auf den Verkehrsablauf funktioniert. Eine Überprüfung von Schaltlogiken für verkehrsabhängige Steuerungen ist bisher nur in Teilbereichen möglich. In diesem Fall wird fälschlicherweise in der Praxis auch von "Optimierung" gesprochen. Gemeint ist damit aber ein Herumprobieren an den Parametern der Steuerung. Ob man damit jemals in die Nähe des bestmöglichen Verkehrsablaufs gelangt, wird in keinem Einzelfall aufzudecken sein. Zugleich verursacht diese Vorgehensweise erhebliche Kosten für die Planung der Signalanlage. Dies führt dazu, daß Anpassungen der Signale an geänderte Verkehrssituationen häufig unterbleiben. Auch standardisierte und integrierte Softwarelösungen für diese konventionelle Technik im Falle von verkehrsabhängigen Steuerungen (z.B. VS-PLUS, vgl. Kaul und Albrecht, 1994) bringen hier nur eine teilweise Abhilfe. Sie verbessern die Handhabung der konventionellen Technik, aber sie ermöglichen keine zielstrebige Erreichung des wirklichen Optimums.

Im Gegensatz dazu ermöglicht die Gleichgewichtsoptimierung ein direktes Ansteuern des bestmöglichen Verkehrsablaufs. Wie man dies "bestmöglich" definiert, bleibt dabei dem Anwender überlassen. Er kann die geringsten möglichen Wartezeiten anstreben oder auch die geringsten Schadstoffemissionen oder andere klar umrissene Zielvorgaben. Das Optimierungsverfahren bringt den Anwender genau zu der dafür bestmöglichen Steuerung.

Für den Fall der Off-Line-Planung einer Festzeitsteuerung ist das Verfahren problemlos per Computer handhabbar. Entsprechende Programmbausteine stehen zur Verfügung. Sie ermöglichen die automatische Herstellung eines Signalzeitenplans, wenn dem Programm alle technischen Vorgaben über den Knotenpunkt und seine Verkehrsbelastung mitgeteilt wurden.

Durch diese Arbeit sind die theoretischen Grundlagen gelegt für eine erhebliche Ausweitung der Anwendbarkeit des Gleichgewichtsprinzips. Eine praktische Umsetzung steht in diesen Feldern aber noch aus. Es handelt sich dabei im wesentlichen um:

- Optimierung der Koordinierung in ganzen Netzen nach diesem Prinzip (off-line)
- Optimierung der verkehrsabhängigen Steuerung (on-line)
- Optimierung der Eingriffe, z.B. von ÖPNV-Fahrzeugen.

Der Vorteil des Optimierungsprinzips bei der On-Line-Steuerung ist, daß keinerlei Vorplanung des Signalablaufs nötig ist. Dies führt zu Kosteneinsparungen bei der Planung und zu einer ständigen Aktualität der Signalsteuerung. Dem Steuergerät müssen lediglich die Angaben über die Signalgruppen, die Detektoren sowie sicherheitsrelevante Zwangsgrößen (z.B. Zwischenzeiten) mitgeteilt werden, was auch bei jeder anderen Steuerung selbstverständlich ist. Sofern ein Steuergerät mit einem Gleichgewichts-Optimierungsprogramm ausgerüstet ist, erzeugt es selbst laufend Signalzeitenpläne, die stets auf das wirkliche Optimum, d.h. die absolut verkehrstechnisch beste Lösung, ausgerichtet sind. Der besondere Vorteil ist, daß hierfür keine besonderen planerischen Vorbereitungen (wie z.B. die bisherige Schaltlogik) nötig sind. Der Optimierer arbeitet automatisch und erreicht - im Gegensatz zur Schaltlogik - das wirkliche Optimum. Dieses Arbeitsziel ist für einen einzelnen Knoten relativ leicht zu erreichen. Die in diesem Projekt durchgeführten Programmierarbeiten haben aufgezeigt, daß bereits mit einem herkömmlichen Mikroprozessor (z.B. Intel Pentium) Optimierungszeiten von wenigen Sekunden eingehalten werden können, so daß eine wirkliche On-Line-Optimierung möglich ist. Es sollte angestrebt werden, dieses Arbeitsziel in 2 Stufen zu erreichen:

- Simulationsstudie unter Einbeziehung eines realen Steuergerätes mit Hilfe des Systems HUTSIM der TU Helsinki.
- Demonstrationsprojekt unter Einbeziehung eines Signalherstellers.

Über dieses Nahziel hinaus sind aber auch weitergehendere Vorstellungen keine Illusion. Es ist vorstellbar, daß ganze Straßennetze nach diesem Prinzip ständig on-line mit optimierten koordinierten Schaltungen versorgt werden. Dabei werden ÖPNV-Fahrzeuge stets direkt mit Freigabezeiten bedient, ohne daß merkbare Nachteile für den Individualverkehr entstehen. Dabei werden den Steuergeräten nur noch leicht erfaßbare Daten über die Gestalt der Knotenpunkte und des Netzes mitgeteilt. Eine Vorplanung der Signalzeitenpläne oder von Steuerungslogiken ist dann nicht mehr nötig. Vielmehr wird von dem Optimierer ständig diejenige Gesamtlösung für die Steuerung in Anpassung an die gerade gegebene Verkehrslage eingestellt, die das verkehrstechnisch vorgegebene Ziel in einer mathematisch stringenten Weise in bestmöglicher Weise erreicht. Das "bestmöglich" wird dann nicht - wie bisher - von mangelnder Erkenntnismöglichkeit des wahren Optimums begrenzt, sondern nur noch von den sachlich gegebenen Zwangspunkten (wie Sicherheitsanforderungen, Knotenpunktabständen etc.).

Dieses Arbeitsziel ist im Moment aber noch Zukunftsmusik. Zu seiner Erreichung sind noch Probleme aus folgenden Bereichen zu lösen:

- Programmiertechniken für ein derart komplexes EDV-Programm, in das das Optimierungsprinzip eingebettet ist.
- Rechner mit entsprechend hoher Rechengeschwindigkeit. Zu überprüfen sind Möglichkeiten für
  - Anwendungsmöglichkeiten auf vernetzten Rechnern. Jeder Rechner ist hier nur zuständig für die Optimierung eines Knotenpunktes. Die Optimierung der Koordinierung wird durch den Datenaustausch zwischen den Rechnern realisiert. (Dies entspricht der Steuerungsweise der dezentralen Steuerung).
  - Anwendungsmöglichkeiten auf einem parallelen Rechner (Rechner mit mehreren Prozessoren)

Es sollte angestrebt werden, die Forschungsarbeiten an dem Verfahren der Gleichgewichtsoptimierung im dargestellten Sinne fortzusetzen.

Darüber hinaus ergibt sich weiterer grundsätzlicher Forschungsbedarf.

Als Grundlagen des hier vorgestellten Optimierungsverfahrens werden die Formeln zur Berechnung der Zielgrößen (Wartezeiten, Anzahl der Halte, Schadstoffemission etc.)

eingesetzt. Diese Formeln sind i.a. Funktionen von der Länge der Grünzeit, der Länge der Umlaufzeit und von der Qualität der Koordinierung. Für isolierte Knotenpunkte sind viele Formeln zur Berechnung der Zielgrößen definiert worden, die den Ablauf des Kfz-Verkehrs an Lichtsignalanlagen ausreichend beschreiben können.

Für koordinierte Knotenpunkte lassen sich die Zielgrößen jedoch nicht durch eine einfache Funktion definieren, zumal die Pulkauflösung des ankommenden Verkehrs nicht mit einer einfachen Funktion zu beschreiben ist. Hier wäre es wünschenswert, über die Rekurrenzmethode von Robertson (vgl. Beträge zur Theorie des Verkehrsflusses, 1969), die im englischen Programmsystem TRANSYT realisiert ist, hinaus ein direktes analytisches Berechnungsverfahren zur Verfügung zu stellen.

Für die Koordinierung des Fußgängerverkehrs innerhalb eines Knotenpunktes existiert ebenfalls keine leicht handhabbare Berechnungsformel, die die Qualität des Fußgängerverkehrs beschreibt.

So ist es sinnvoll, folgende Grundlagen für die Beurteilung der Verkehrsqualität an Lichtsignalanlagen vertieft zu untersuchen:

- Definition einer Annäherungs-Rechenformel zur Berechnung der Anzahl der Halte und der Wartezeiten bei der Koordinierung unter Berücksichtigung der Pulkauflösung. Als Eingangsgrößen sollen lediglich die Verkehrsstärke, der Zeitbedarfswert (entsprechend der Leistungsfähigkeit), die Länge der Umlaufzeit, die Beginn- und Endpunkte der Grünzeit, der Abstand zwischen den Knotenpunkten und ein Pulkauflösungsfaktor berücksichtigt werden.
- Definition einer Annäherungs-Rechenformel zur Beurteilung der Qualität des Fußgängerverkehrs. Hierzu zählen vor allem Formeln zur Berechnung der Anzahl der Halte und der Wartezeiten von koordinierten Fußgänger-Signalgruppen.

12 LITERATURVERZEICHNIS

Akcelik, R. (1980):
Time-dependent expressions for delay, stop rate and queue length at traffic signals. *Technical Report*, No. 361-1, Oct.. Australian Road Research Board.

Allsop, R. E. (1971):
Delay-minimising settings for fixed-time traffic signals at a single road junction. *Journal of the Institute for Mathematics and his Applications*, 8 (2).

Allsop, R. E. (1980):
Festzeitsteuerung von Lichtsignalanlagen. *Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe*, Heft 21.

Allsop, R. E. (1992):
Evolving Application of Mathematical Optimisation in Design and Operation of Individual Signal-Controlled Road Junctions. In: Griffith, J.D. (ed.), *Mathematics in Transport Planning and Control*. Clarendon Press, Oxford.

Beaufait, F. W. (1972):
Basic Concepts of Structural Analysis. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey 07632.

Berge, C. (1973):
Graphs and Hypergraphs. North Holland Publ. Co, Amsterdam.

Böhm, H. (1968):
Anwendung der Monte Carlo Methode in der Straßenverkehrstechnik. *Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*, Heft 73.

Brilon, W.; Wu, N. (1990):
Delays at fixed-time traffic signals under time-dependent traffic conditions. *Traffic Engineering and Control*, Dec..

Brilon, W.; Wu, N.(1994):
Handbuch Ampel 3.0. BRILON AHN und Parter System GmbH Bochum/Karlsruhe.

Bronstein, I. N.; Semendiajew, K. A.; Musiol, G.; Mühlig, H (1993):
Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main.

Bronstein, I. N.; Semendjajew, K. A. (1990):
Taschenbuch der Mathematik : ergänzende Kapitel. BSB Teubner, Leibzig.

Bruhns, O.; Lehmann, Th. (1994):
Elemente der Mechanik II: Elastostatik. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden.

Goldberg, D. E. (1989):
Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, Inc..

Kaul; Albrecht (1994):
VS-PLUS: Ein neuer Weg zur Realisierung verkehrsabhängiger Steuerung. *Vortragsschrift für das Kolloquium "Verkehrsabhängige Steuerung am Knotenpunkten" der Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen*, 8. Feb. 1994, Kassel.

Kimber, R. M.; Hollis, E. M. (1979):
Traffic queues and delays at road junctions. *TRRL Report*, LR 909. Transport and road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Krätzig, W. B. (1990):
Tragwerke 2: Theorie und Berechnungsmethoden statisch unbestimmter Stabtragwerke. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Lehmann, Th. (1979):
Elemente der Mechanik IV: Schwingungen, Variationsprinzip. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden.

Leutzbach, W.; Baron, P. (1969):
Beträge zur Theorie des Verkehrsflusses. *Straßenbau und Verkehrstechnik*, Heft 86.

Miller, A. J. (1968):
Signalised intersections - capacity quite. *ARRB Bulletin*, No. 4. Reprinted as ARRB Research Report ARR No. 79, 1978. Australian Road Research Board.

Möller, K. (1987):
Signalgruppenorientiertes Modell zur Optimierung von Festzeitprogrammen an Einzelknotenpunkten. *Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe*, Heft 37.

Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (1992):
Richtlinien für Lichtsignalanlagen (RILSA). Köln.

Rose, R. (1972):
Foundations of Mathematical Biology. Academic Press, New York and London.

Silcock, J. P.; Sang, A. (1990):
SIGSIGN: a phase-based optimisation program for individual signal-controlled junctions. *Traffic Engineering and Control*, May.

Tully, I. M. S. N. Z. (1976):
Synthesis of sequences for traffic signal controllers using techniques of the theory of graphs. *OUEL Report* 1189/77. University of Oxford.

Webster, F. V. (1958):
Traffic signal settings. *RRL Technical Paper* No. 39, HMSO, London.

Wu, N. (1990):
Wartezeit und Leistungsfähigkeit von Lichtsignalanlagen unter Berücksichtigung von Instationarität und Teilgebundenheit des Verkehrs. *Schriftenreihe des Lehrstuhls für Verkehrswesen der Ruhr-Universität*, Heft 8.

Wu, N. (1997):
Verteilung der Fahrzeugeankünfte des teilgebundenen Verkehrs. *Nicht veröffentliche Manuskript*. Lehrstuhl für Verkehrswesen, Ruhr-Unversität Bochum.

Weitere Literaturangabe:

Akçelik, R. (1980):
Time-Dependent Expressions for Delay, Stop Rate and Queue Length at Traffic Signals. *Internal Report AIR 367-1*. Australian Road Research Board.

Akcelik, R. (1981):
Traffic Signals: Capacity and timing Analysis. *Research Report No. 123*. Australian Road Research Board.

Akçelik, R. (1988):
The Highway Capacity Manual Delay Formula for Signalized Intersections. *ITE Journal* 58(3).

Akcelik, R. (1994):
Estimation of Green Times and Cycle time for Vehicle-Actuated Signals. *Transportation Research Record,* 1457. TRB, Washington, DC.

Akçelik, R. (1995a):
Extension of the Highway Capacity Manual Progression Factor Method for Platooned Arrivals. *Research Report ARR* No. 276. Australian Road Research Board.

Akçelik, R. (1995b):
Signal Timing Analysis for Vehicle Actuated Control. *Working Paper* WD TE95/007. Australian Road Research Board.

Akçelik, R.; Chung, E. (1994):
Traffic Performance Models for Unsignalized Intersections and Fixed-Time Signals. *Proc. 2nd Int. Symp. Highway Capacity,* Sydney, Australia, Volume I. Australian Road Research Board.

Akçelik, R.; Chung, E. (1995):
Calibration of Performance Models for Traditional Vehicle-Actuated and Fixed-Time Signals. *Working Paper* WD TO 95/103. Australian Road Research Board.

Akçelik, R.; Rouphail, N. (1993):
Estimation of Delays at Traffic Signals for Variable Demand Conditions. *Transportation Research* 27B, No. 2.

Akçelik, R.; Rouphail, N. (1994):
Overflow Queues and Delays with Random and Platoon Arrivals at Signalized Intersections. *Journal of Advanced Transportation,* 28(3).

Allsop, R. E. (1972):
Delay at Fixed Time Traffic Signals - I : Theoretical Analysis. *Transportation Science*, 6(3).

Anon (1988):
Research of signal control methods on main roads (in Japanese). Japan Management Technology Association, Tokyo.

Anon (1989):
Traffic Control System of the Metropolitan Expressway. Metropolitan Expressway Corporation, Tokyo.

Bang, K. L.; Nilsson, L. E. (1976):
Optimal control of isolated signals. *ARRB Proc*. 8.

Bell, M. G. H.; Brookes, D. (1993):
Discrete Time-Adaptive Traffic Signal Control. *Transportation Research*, 1C, No. 1.

Bell, M. C.; Bertherton, R. D. (1986):
Ageing of fixed-time traffic signal plans. *Proc. 2nd Int. Conf. Road Traffic Control.* Institution of Electrical Engineers, London.

Bellman, R. D. (1957):
Dynamic programming. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Bretherton, R. D. (1979):
Five methods of changing fixed-time traffic signal plans. *TRRL Report* No. LR 879. Transport and road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Brilon, W.; Wu, N. (1990):
Delays At Fixed-time Traffic Signals Under Time Dependent Traffic Conditions. *Traffic Engineering and Control*, 31(12).

Brookes, D.; Bell, M. G. (1991):
Expected Delays and Stop Calculation for Discrete Adaptive Traffic Signal Control. *Proc. 1st Int. Symp. Highway Capacity, Karlsruhe*, Germany, U. Brannolte, Ed.

Catling, I. (1977):
A Time-Dependent Approach To Junction Delays. *Traffic Engineering and Control*, 18(11).

Chen, H et al. (1987):
Simulation study of OPAC: A demand responsive strategy for traffic signal control. In: Gartner, N; Wilson, N. (eds), *Transportation and Traffic Theory*. Elsevier, New York.

Clayton, A. (1941):
Road Traffic Calculations. *J. Inst. Civil. Engrs*, 16, No.7, No. 8.

Cohen, S. L. (1983):
Concurrent use of MAXBAND and TRABSYT signal timing programs for arterial signal optimization. *Transportation Research Record*, 906. TRB, Washington, DC.

Cohen, S. L.; Mekemson, J. R. (1985):
Optimization of left-turn phase sequence of signalized arterials. *Transportation Research Record*, 1021. TRB, Washington, DC.

Courage, K. G.; Papapanou, P. P. (1977):
Estimation of Delay at Traffic-Actuated Signals. *Transportation Research Record*, 630, TRB, Washington, DC.

Courage, K. G., C. E. Wallace; Alqasem, R. (1988):
Modeling the Effect of Traffic Signal Progression on Delay. *Transportation Research Record*, 1194, TRB, Washington, DC.

Courage, K.; Fambro, D. B.; Akcelik, R.; Lin, P.; Anwar, M.; Viloria, F. (1996):
Capacity Analysis of Traffic-Actuated Intersection. *Final Report NCHRP Project 3-48.* TRB, Washington, DC.

Cowan, R. (1978):
An Improved Model for Signalized Intersections with Vehicle-Actuated Control. *J. Appl. Prob.* 15.

Cronje, W. B. (1983a):
Derivation of Equations for Queue Length, Stops, and Delays for Fixed Time Traffic Signals. *Transportation Research Record*, 905. TRB, Washington, DC.

Cronje, W. B. (1983b):
Analysis of Existing Formulas for Delay, Overflow, and Stops. *Transportation Research Record*, 905. TRB, Washington, DC.

Darroch, J. N. (1964a):
On the Traffic-Light Queue. *Ann. Math. Statist*., 35.

Darroch, J. N.; Newell; G. F.; Morris, R. W. J. (1964b):
Queues for a Vehicle-Actuated Traffic Light. *Operational Research*, 12.

Dunne, M. C. (1967):
Traffic Delay at a Signalized Intersection with Binomial Arrivals. *Transportation Science*, 1.

Dunne, M. C.; Potts, R. B. (1964):
Algorithm for traffic control. *Operation Research,* 12.

Fambro, D. B.; Chang, E. C. P.; Messer, C. J. (1991):
Effects of the Quality of Traffic Signal Progression on Delay. *Final Report NCHRP Project-339*, TRB, Washington, DC.

Farradyne Systems Inc. (1989):
Evaluation of the optimized policies for adaptive control (OPAC) strategy. *Report No FHWA-RD-89-135*. Federal Highway Administration, Washington, DC.

Federal Highway Administration (1985):
Traffic Control Systems Handbook, Report FHWA-IP-85-11. US department of Transportation, Washington, DC.

Gallivan, S. (1982):
A delay formula for a traffic stream receiving two greens in a signal cycle. *Research report of the Transport Studies Group*. University College London.

Gallivan, S.; Heydecker, B. G. (1983):
Optimising the control performance of traffic signals at a single junction. *Presentation at the University Transport Studies Group Conference*. Imperial College London.

Gartner, N. (1982-1983):
Demand Responsive Decentralized Urban Traffic Control. Part I: Single Intersection Policies; Part II: Network Extensions. Office of University Research, U.S.D.O.T.

Gartner, N. (1982a):
Prescription for demand-responsive urban traffic control. *Transportation Research Record,* 881. TRB, Washington, DC.

Gartner, N. (1982b):
Development and testing of a demand-responsive strategy for traffic signal control. *Proc. 1982 American Control Conf.*.

Gartner, N. (1983):
OPAC: A demand-responsive strategy for traffic signal control. *Transportation Research Record*, 906. TRB, Washington, DC.

Gartner, N. (1985):
Demand-responsive traffic signal control research. *Transportation Research*, 19B.

Gartner, N.; Assman, S. F.; Lasage, F.; Hou, D. L. (1991):
A multiband approach to arterial traffic signal optimization. *Transportation Research*, 25B.

Gazis, D. C. (1964):
Optimum control of a system of oversaturated intersections. *Operation Research*, 12.

Gazis, D. C.; Potts, R. B. (1865):
The oversaturated intersection. In: Almond, J. (ed.), *Proc. 2nd Int. Symp. Theory of road traffic flow*. Organization for Economic Co-operation and development, Paris.

Gerlough, D. L.; Huber, M. J. (1975):
Traffic Flow Theory. *TRB Special Report*, 165, TRB, Washington, DC.

Gleue, A. W. (1972):
Vereinfachtes Verfahren zur Berechnung signalisierter Knotenpunkte. *Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*, Heft 136, Bonn.

Grafton, R. B.; Newell, G. F. (1967):
Optimal polices for the control of an undersaturated intersection. In: Edie, L.C. et al. (eds.), *Proc. 3rd Int. Symp. Theory of Traffic* Flow. Elsevier, New York.

Hagen, L. T.; Courage, K. G. (1989):
Comparison of Macroscopic Models for signalized intersection Analysis. *Transportation Research Record*, 1225. TRB, Washington, DC.

Haight, F. A. (1959):
Overflow At A Traffic Flow. *Biometrika*, Vol. 46, Nos. 3 and 4.

Haight, F. A. (1963):
Mathematical Theories of Traffic Flow. Academic Press, New York.

Henry, J.; Farges, J.; Tuffal, J. (1983):
The PRODYN Real-Time Traffic Algorithm. *Proc. 4th IFAC-IFIC--IFORS, Control in Transportation Systems*, Baden-Baden.

Hillier, J. A.; Rothery, R. (1967):
The Synchronization of Traffic Signals for Minimum Delays. *Transportation Science*, 1(2).

Holroyd, J.; Robertson, D. I. (1973):
Strategies for area control systems present and future. *TRRL Report*, LR 569. Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Hunt, R. B.; Robertson, D. I.; Bretherton, R. D.; Winton, R. I. (1981):
SCOOT: A traffic responsive method of coordinating signals. *TRRL Report*, LR 1014. Transport and Road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Hutchinson, T. P. (1972):
Delay at a Fixed Time Traffic Signal-II. Numerical Comparisons at Some Theoretical Expressions. *Transportation Science*, 6(3).

Improta, G.; Cantarella, G. E. (1984):
Control system design for individual signalized junction. *Transportation Research,* 18B, No.2.

Kimber, R. M.; Hollis, E. M. (1978):
Peak Period Traffic Delay at Road Junctions and Other Bottlenecks. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 19, No. 10.

Koshi, M. (1968):
One method of offset formation in area traffic control. *Seisan Kenko* 20(3).

Koshi, M. (1988):
State of art and research needs of area traffic signal systems in Japan. *Transportation Research Board, 67th Annual Meeting.* TRB Washington, DC.

Li, J.; Rouphail, N.; Akçelik, R. (1994):
Overflow Delay Estimation for Intersections with Fully-Actuated Signal Control. *Presented at the 73rd Annual Meeting.* TRB, Washington, DC.

Lighthill, M. H. and G. B. Whitham (1957):
On Kinematic Waves: II. A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads. *Proceedings of the Royal Society*, London Series A229, No. 1178.

Lin, F. (1982a):
Predictive Models of Traffic-Actuated Cycle Splits. *Transportation Research,* 16B, No. 5.

Lin, F. (1982b)
Estimation of Average Phase Duration for Full-Actuated Signals. *Transportation Research Record,* 881. TRB, Washington, DC.

Lin, F. (1985)
Optimal Timing Setting and Detector Lengths of Presence Mode Full-Actuated Control. *Transportation Research Record,* 1010. TRB, Washington, DC.

Lin, F. (1989):
Application of 1985 Highway Capacity Manual for Estimating Delays at Signalized Intersection. *Transportation Research Record*, 1225, TRB, Washington DC.

Lin, F. (1990):
Estimating Average Cycle Lengths and Green Intervals of Semiactuated Signal Operations for Level-of-Service Analysis. *Transportation Research Record,* 1287, TRB, Washington DC.

Lin, F. (1992):
Modeling Average Cycle Lengths and Green Intervals of Semi-actuated Signal Operations with Exclusive Pedestrian-actuated Phase. *Transportation Research*, 26B, No. 3.

Lin, F.; Mazdeyasa, F. (1983):
Delay Models of Traffic Actuated Signal Controls. *Transportation Research Record*, 905. TRB, Washington, DC.

Little, J. D. C. (1961):
Approximate Expected Delays for Several Maneuvers by Driver in a Poisson Traffic. *Operations Research*, 9.

Luh, J. Z.; Chung Yee Lee (1991):
Stop Probability and Delay Estimations at Low Volumes for Semi-Actuated Traffic Signals. *Transportation Science*, 25(1).

MacGowan, J.; Fullerton, I. J. (1979-1980):
Development and testing of advanced control strategies in the urban traffic control system. *Public Roads*, 43.

MacShane, W. R.; Roess, R. P. (990):
Traffic Engineering. Prentice-Hall Englewood Cliffs. NJ.

Matson, T. M.; Smith, W. S.; Hurd, F. W. (1955):
Traffic Engineering. McGraw-Hill Book Company Inc., New York, Toronto, London.

May, A. D. (1990):
Traffic Flow Fundamentals. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

May, A. D.; Keller, E. M. (1967):
A Deterministic Queuing Model. *Transportation Research*, 1(2).

McNeil, D. R. (1968):
A Solution to the Fixed-Cycle Traffic Light Problem for Compound Poisson Arrivals. *J. Appl. Prob*. 5.

Miller, A. J. (1963):
Settings for Fixed-Cycle Traffic Signals. *Operational Research Quarterly*, Vol. 14.

Miller, A. J. (1965):
A computer control system for traffic networks. In: Almond, J. (ed.), *Proc. 2nd Int. Symp. Theory of road traffic flow.* Organization for Economic Co-operation and development, Paris.

Miller, A. J. (1968a):
Australian Road Capacity Guide -Provisional Introduction and Signalized Intersections. *ARRB Bulletin* No.4, (Superseded by ARRB report ARR No. 123, 1981). Australian Road Research Board.

Miller, A. J. (1968b):
The Capacity of Signalized Intersections in Australia. *ARRB Bulletin* No.3. Australian Road Research Board.

Morgan, J. T.; Littel, J. D. C. (1964):
Synchronizing traffic signals for maximal band width. *Operation Research*, 12.

Morris, R. W. T.; Pak-Boy, P. G. (1967):
Intersection Control by Vehicle Actuated Signals. *Traffic Engineering and Control,* No.10.

Müller, P. (1969):
Bemessung von Knotenpunkten mit Lichtsignalanlagen mit Hilfe von Konfliktbelastungen. *Straßenverkehrstechnik* 13, Heft 3.

Newell, G. F. (1960):
Queues for a Fixed-Cycle Traffic Light. *The Annuals of Mathematical Statistics,* Vol.31, No.3.

Newell, G. F. (1965):
Approximation Methods for Queues with Application to the Fixed-Cycle Traffic Light. *SIAM Review*, Vol.7.

Newell, G. F. (1969):
Properties of Vehicle Actuated Signals: I. One-Way Streets. *Transportation Science*, 3.

Newell, G. F. (1989):
Theory of Highway Traffic Signals. *UCB-ITS-CN-89-1*. Institute of Transportation Studies, University of California.

Newell, G. F. (1990):
Stochastic Delays on Signalized Arterial Highways. In: Koshi, M. (ed.), *Transportation and Traffic Theory*. Elsevier Science Publishing Co., Inc..

Newell, G. F.; Osuna, E. E. (1969):
Properties of Vehicle-Actuated Signals: II. Two-Way Streets. *Transportation Science*, 3.

Ohno, K. (1978):
Computational Algorithm for a Fixed Cycle Traffic Signal and New Approximate Expressions for Average Delay. *Transportation Science*, 12(1).

Olszewski, P. (1990a):
Modelling of Queue Probability Distribution at Traffic Signals. In: Koshi, M. (ed.), *Transportation and Traffic Flow Theory*, Elsevier Science Publishing Co., Inc..

Olszewski, P. (1990b):
Traffic Signal Delay Model for Non-Uniform Arrivals. *Transportation Research Record*, 1287, TRB, Washington, DC.

Olszewski, P. S. (1988):
Efficiency of Arterial Signal Coordination. *Proc. 14th ARRB Conf.* 14(2).

Pacey, G. M. (1956):
The Progress of a Bunch of Vehicles Released from a Traffic Signal. *Research Note* No. Rn/2665/GMP. Road Research Laboratory, London (mimeo).

Papageorgiou, M. (1991):
Concise Encyclopedia of Traffic and Transportation System. Pergamon Press plc, Oxford, New York, Beijing, Frankfurt, Seoul, Sydney, Tokyo.

Robertson, D. I. (1969):
TRANSYT: A Traffic Network Study Tool. *TRRL Report*, LR 253, Transport and road Research Laboratory, Crowthorne, UK..

Robertson, D. I.; Bretherton, R. D. (1974):
Optimum control of an intersection and known sequence of vehicle arrivals. *Proc. 2nd IFAC-IFIP-IFORS Symp. Traffic control and Transportation Systems.* North-Holland, Amsterdam.

Robertson, D. I.; Vincent, R. A. (1975):
Bus priority in a network of fixed time signals. *TRRL Report* No. LR 666. Transport and road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Rorbech, J. (1968):
Determining The Length of The Approach Lanes Required at Signal-Controlled Intersections on Through Highways. *Transportation Research Record*, 1225. TRB, Washington, DC.

Rouphail, N. (1989):
Progression Adjustment Factors at Signalized Intersections. *Transportation Research Record*, 1225. TRB, Washington, DC.

Rouphail, N.; Akçelik, R. (1992a):
Oversaturation Delay Estimates with Consideration of Peaking. *Transportation Research Record*, 1365. TRB, Washington, DC.

Rouphail, N.; Akçelik, R. (1992b):
A Preliminary Model of Queue Interaction at Signalized Paired Intersections, *Proc. 16th ARRB Conf.* 16(5). Perth, Australia.

Salter, R. J. (1974):
Highway Traffic Analysis and Design. The Macmillan Press Ltd..

Skabardonis, A.; May, A. D. (1985):
Comparative analysis of computer models for arterial signal timing. *Transportation Research Record*, 1021. TRB, Washington, DC.

Stephanopoulos, G.; Michalopoulos, G.; Stephanopoulos, G. (1979):
Modelling and Analysis of Traffic Queue Dynamics at Signalized Intersections. *Transportation Research*, 13A.

Stoffers, K. E. (1968):
Berechnung von optimalen Signalzeitenplänen. *Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen der Universität Karlsruhe*, Heft 2.

Tarko, A.; Rouphail, N.; Akçelik, R. (1993):
Overflow Delay at a Signalized Intersection Approach Influenced by an Upstream Signal: An Analytical Investigation. *Transportation Research Record*, 1398. TRB, Washington, DC.

Transportation Research Board (1994):
Highway capacity Manual, Special Report 209, Third Edition, Update 94. Washington, DC.

Transportation Research Board (1998):
Highway capacity Manual, Special Report 209, Third Edition, Update 98. Washington, DC.

Trully Z.; Murchland, J. D. (1977):
Calculation and use of the critical cycle time for a single traffic controller. *Presentation at the PTRC Summer Annual Meeting*, Warwick.

Van As, S. C (1991):
Overflow Delay in Signalized Networks. *Transportation Research*, 25A, No. 1.

van Zijverden, J. D.; Kwakernaak, H. (1969):
A new approach to traffic-actuated computer control of intersection. In: Leutschbach, W.; Baron, P. (eds.), Proc. 4th Int. Symp. Theory of Traffic Flow. *Straßenau und Straßenverkehrstechnik.* 86.

Vincent, R. A.; Pierce, J. R. (1988):
MOVA: Traffic Responsive, Self Optimizing Signal Control for Isolated Intersections. *TRRL Report*, 170. Transport and road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Vincent, R. A.; Mitchell, A. I.; Robertson, D. I. (1980):
User guide to TRANSYT version 8. *TRRL Report* No. LR 888. Transport and road Research Laboratory, Crowthorne, UK.

Wagner, H. M. (1977):
Principles of Operation Research, 3nd edn. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

Wiedemann, R.; Möller, K.; Mott, P. (1983):
Berücksichtigung aller Verkehrsteilnehmer bei der Beurteilung von lichtsignalgesteuerten Knoten. *Abschußbericht zum Forschungsauftrag* 3.32 des BMV, Bonn.

Wirasinghe, S. C. (1978):
Determination of Traffic Delays from Shock-Wave Analysis. *Transportation Research*, 12.

Wu, N. (1992):
Wartezeit an festzeitgesteuerten Lichtsignalanlagen unter zeitlich veränderlichen (Instationarität) Verkehrsbedingungen. *Straßenverkehrstechnik*. Heft 3.

Wu, N. (1996):
Rückstaulängen an Lichtsignalanlagen unter verschiedenen Verkehrsbedingungen. *Straßenverkehrstechnik*. Heft 5.

Wu, N. (1998a):
The proposed new version of German Highway Capacity Manual. *Proceedings of the International Conference on Traffic and Transportation Studies*, Beijing, China, July 1998.

Wu, N. (1998b):
Estimation of queue lengths and their percentiles at signalized intersections. *Proceedings of the Third International Symposium on Highway Capacity*, Copenhagen, Denmark, June.

Yamamoto, T.; Yamaoka, S.; Eikawa, Y.; Doi, M (1988):
Advanced local traffic signal controller for urban traffic control systems. *Sumitomo Electr. Tech. Rev*. 27.

Yumoto, N. (1970):
Multi-criterion area traffic control system with feedback features. *1st IFAC Int. Symp. Traffic Control*. International Federation of Automatic Control, Laxenburg, Austria.

ANHANG A: NACHWEIS DER EXISTENZ UND EINDEUTIGKEIT DER POTENTIAL-FUNKTION DES FEDER-SYSTEMS

Die Funktion des Gesamt-Potentials (in der Analogie: Funktion der Summe der Wartezeiten) eines mechanischen konservativen Systems kann i.a. wie folgt dargestellt werden:

$$U_g = U_1(k_1, x_1, L) + U_2(k_2, x_2, L) + U_3(k_3, x_3, L)\ldots \qquad \textbf{(A1)}$$

mit den Nebenbedingungen

$$\sum_{i=1}^{n_{Gk}} tz_i + \sum_{i=1}^{n_{Gk}} x_i - L = 0 \qquad \text{für alle Sperrzyklen}$$

mit

n_{Gk} = Anzahl der Signalgruppen im beztrachteten Sperrzyklus

wobei

U_g = Gesamt-Potential
$U(k_i, x_i, L)$ = Potential der einzelnen Elemente als Funktion von k_i, x_i und L

Der Parameter k ist normalerweise konstant oder nur von x und L abhängig. So kann man die Funktion des Potentials U als eine Funktion betrachten, die nur von x und L abhing ist. D.h.:

$$U_g = U_1(x_1, L) + U_2(x_2, L) + U_3(x_3, L)\ldots = \sum U(x_i, L) \qquad \textbf{(A2)}$$

Die Gl.A2 ist eine Aufgabe der konvexen Optimierung, wenn alle Teilpotentiale im Raum (x, L) konvex sind. Der mathematische Nachweis für die konvexe Optimierung ist in entsprechenden mathematischen Lehrbüchern angegeben (Z.B. Taschenbuch der Mathematik von Bronstein et. al., 1993). Die Funktionen zur Berechnung der mittleren Wartezeit an Kontenpunkten mit Lichtsignalanlagen sind zwar bezogen auf die Grünzeit G und auf die Umlaufzeit C konvex, aber nicht zu der Ebene G-C konvex (Siehe Anhang B). Demnach können die Aussagen über die konvexe Optimierung nicht auf die Minimierung der Summe der Wartezeiten übertragen werden. Unter der Berücksichtigung der zu optimierenden Verkehrsparameter (z.B. Summe der Wartezeiten) wird hier für die Existenz und Eindeutigkeit der optimalen Lösung ein anschaulicher Nachweis hergeleitet, der im Vergleich mit der Struktur eines Feder-Systems leicht verstanden werden kann.

A1. Feder-System mit einer konstanten Gesamtlänge *L*

Die Ermittlung der günstigsten Freigabezeiten bei einer vorgegebenen Umlaufzeit ist ein in Analogie zur Ermittlung des Gleichgewichtszustandes eines Federsystems mit konstanter Gesamtlänge L eine Optimierungsaufgabe der konvexen Optimierung. Der mathematischer Nachweis für die Existenz und Eindeutigkeit des Optimums ist vorhanden (vgl. Bronstein et. al., 1993). Speziell für das Feder-System werden hier einige Ansätze für den Nachweis der Existenz und der Eindeutigkeit der Gl.A1 hergeleitet, die später für ein Feder-System mit variierter Gesamtlänge L von Bedeutung sind.

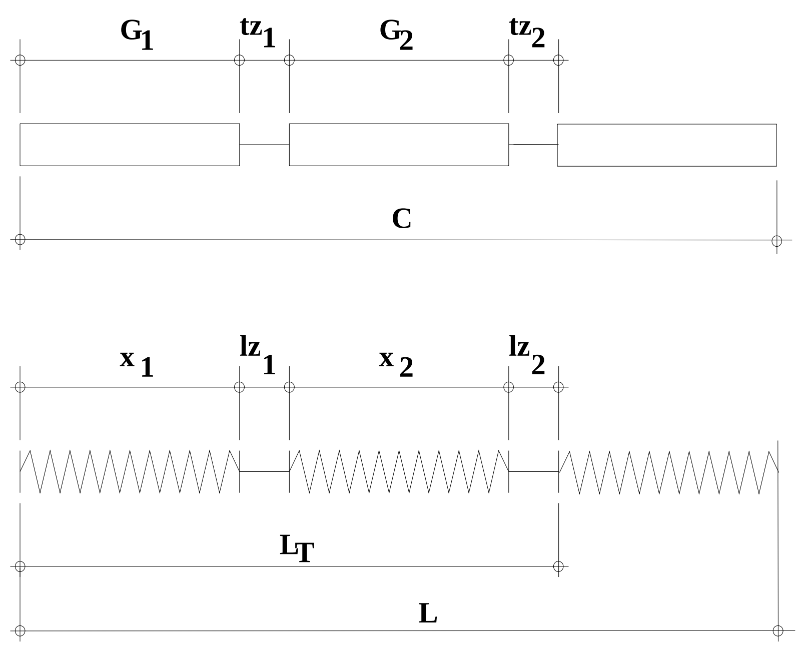


Abb. A1: Feder-System mit einer konstanten Gesamtlänge *L*

Behauptung 1:

Betrachtet werden zwei seriell miteinander verbundene Federungen in einem Feder-System (Abb.A1). Die Parameter k für alle Federungen und die Gesamt-Länge L seien konstant (entspricht festen Verkehrsstärken und fester Umlaufzeit). Die Potentialfunktion $U(k_i, x_i, L)$ kann entsprechend in $U(x_i)$ reduziert werden. Die Potentialfunktionen $U_1(x_1)$ und $U_2(x_2)$ seien im Intervall $[0,L]$ stetig und zweimal differenzierbar. Die beiden Potentialfunktionen werden durch die Nebenbedingung

$$L_T = x_1 + lz_1 + x_2 + lz_2$$

miteinander verknüpft. L_T sei konstant. Die Summe dieser beiden gegeneinander konkurrierenden Potentialfunktionen besetzt genau einen Minimum, wenn $U_1(x_1)$ und $U_2(x_2)$ über das Intervall $[0,L_T-lz_1-lz_2]$

streng konvex $\quad (\frac{\partial U_i^2(x_i)}{\partial x_i^2} > 0)$

sind.

Beweis:

Setzt man $L_0 = L_T$-lz_1-lz_2, erhält man x_2=L_0-x_1. Dann gilt:

$$\begin{aligned} U_g &= U_1(x_1) + U_2(x_2) \\ &= U_1(x_1) + U_2(L_0 - x_1) \\ &= f(x_1) \end{aligned} \qquad \textbf{(A3)}$$

$$\begin{aligned}\frac{dU_g(x_1)}{dx_1} &= \frac{\partial U_g(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial U_g(x_2)}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{dx_1}\\ &= \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2}\cdot\frac{dx_2}{dx_1}\\ &= \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} - \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2}\end{aligned} \tag{A4}$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2U_g(x_1)}{dx_1^2} &= \frac{d}{dx_1}\left(\frac{dU_g(x_1)}{dx_1}\right)\\ &= \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{dU_g(x_1)}{dx_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{dU_g(x_1)}{dx_1}\right)\cdot\frac{dx_2}{dx_1}\\ &= \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2}\cdot\frac{dx_2}{dx_1}\\ &= \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2}\end{aligned} \tag{A5}$$

U_g nimmt einen Minimum an dem Punkt an, für den $\frac{\partial U_g(x_1)}{\partial x_1} = 0$ gilt, d.h.: an dem Punkt, für den $-F_1 = \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} = \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} = -F_2$ gilt. Die Kräfte F_1 und F_2 befinden sich im Gleichgewichtszustand.

Weil

$$\frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} > 0 \text{ und } \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2} > 0 \quad \text{über} \quad (0, L_0)$$

folgt auch

$$\frac{\partial U_g{}^2(x_1)}{\partial x_1^2} > 0 \quad \text{über} \quad (0, L_0)$$

D. h.: Die Potentialfunktion $U_g(x_1)$ ist zu x_1 konvex. Demnach existiert im Intervall $[0, L_0]$ höchstens ein Punkt c, für den $U_g'(c) = 0$ und $U_{g,\min} = U_g(c)$ gilt (vgl. Bronstein et. al., 1993).

Falls x_1 und x_2 mit jeweils einem minimalen Wert $x_{1,\min}$ bzw. $x_{2,\min}$ beschränkt werden, gilt (siehe Abb.A2)

Falls $c<x_{1,\min}$, gilt $U_{g,\min} = U_g(x_{1,\min})$

Falls $c>L_0-x_{2,\min}$, gilt $U_{g,\min} = U_g(L_0 - x_{2,\min})$

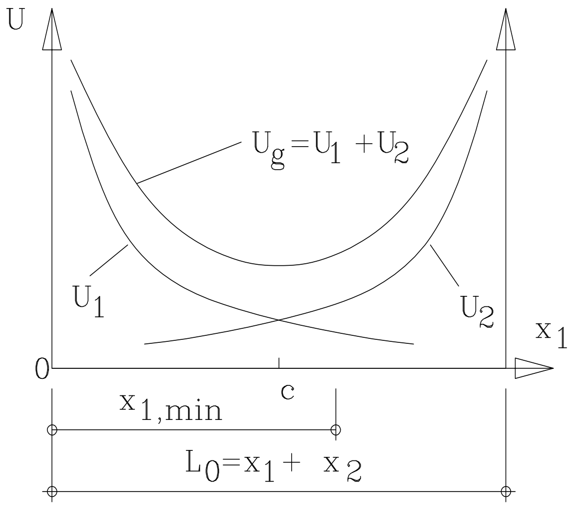


Abb.A2: Gesamteinergie zweier Ferderungen

In diesem Fall kann man die Federung 1 bzw. die Federung 2 als einen starren Stab betrachten. So reduzieren sich die beiden Federungen zu einer Federung.

Auf diese Weise ist bewiesen, daß genau ein Punkt c im Intervall $[0,L_0]$ existiert, für den U_g=minimal gilt.

Ende des Beweises der Behauptung 1.

Behauptung 2:

Es gelten die Bedingungen von Behauptung 1 außer für L_T. L_T bzw. L_0 wird jetzt als variabel betrachtet. L sei konstant. Dann kann man die beiden miteinander verbundenen und sich im Gleichgewichtszustand befindenden Federungen zusammen als eine große Federung mit der Länge L_0 betrachten. Die Potentialfunktion dieser großen Federung $U_g(L_0)$ erfüllt auch die Bedingungen der Behauptung 1. D.h.: die Funktion $U_{g,\min}$ ist über das Intervall $[0,L_0]$

streng konvex $\quad \left(\dfrac{\partial U_g{}^2(L_0)}{\partial L_0^2} > 0\right).$

Demnach gilt: zwei sich im Gleichgewichtszustand befindende Federungen können im Ganzen als eine Federung betrachtet werden.

Beweis:

$$\begin{aligned} U_{g,\min} &= U_1(x_1) + U_2(x_2) \\ &= U_1(x_1) + U_2(L_0 - x_1) \qquad \textbf{(A6)} \\ &= f(x_1(L_0)) \end{aligned}$$

Die erste Ableitung von $U_{g,\min}(L_0)$ lautet

$$\frac{dU_{g,\min}(x_1(L_0))}{dL_0} = \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dL_0} + \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dL_0} \qquad \textbf{(A7)}$$

Bei Gleichgewichtszustand mit beliebiger L_0 gilt $(U_g)_{x_1}$ = 0 (Gl.A4). D.h.:

$$-F_1 = \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \equiv \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} \equiv \frac{\partial U_2(L_0 - x_1)}{\partial x_2} = -F_2 \tag{A8}$$

Es folgt

$$\begin{aligned}
\frac{dU_{g,\min}(x_1(L_0))}{dL_0} &= \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dL_0} + \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dL_0} \\
&= \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0} + \frac{dx_2}{dL_0}\right) \\
&= \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0} + 1 - \frac{dx_1}{dL_0}\right) \\
&= \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1}
\end{aligned} \tag{A9}$$

Die zweite Ableitung von $U_{g,\min}$ nach L_0 ist

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 U_{g,\min}(x_1(L_0))}{dL_0^2} &= \frac{d}{dL_0}\left(\frac{dU_{g,\min}(x_1(L_0))}{dL_0}\right) \\
&= \frac{d\left(\frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dL_0} + \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dL_0}\right)}{dL_0} \\
&= \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{d^2 x_1}{dL_0^2} + \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2} \cdot \left(\frac{dx_2}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} \cdot \frac{d^2 x_2}{dL_0^2} \\
&= \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2} \cdot \left(\frac{dx_2}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{d^2 x_1}{dL_0^2} + \frac{\partial U_2(x_2)}{\partial x_2} \cdot \frac{d^2 x_2}{dL_0^2} \\
&= \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2} \cdot \left(\frac{dx_2}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \left(\frac{d^2 x_1}{dL_0^2} + \frac{d^2 x_2}{dL_0^2}\right) \\
&= \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2} \cdot \left(\frac{dx_2}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial U_1(x_1)}{\partial x_1} \cdot \frac{d}{dL_0}\left(\frac{dx_1}{dL_0} + \frac{dx_2}{dL_0}\right)
\end{aligned} \tag{A10}$$

Mit $\frac{dx_1}{dL_0} + \frac{dx_2}{dL_0} \equiv 1$ erhält man

$$\frac{d^2 U_{g,\min}(x_1(L_0))}{dL_0^2} = \frac{\partial^2 U_1(x_1)}{\partial x_1^2} \cdot \left(\frac{dx_1}{dL_0}\right)^2 + \frac{\partial^2 U_2(x_2)}{\partial x_2^2} \cdot \left(\frac{dx_2}{dL_0}\right)^2 > 0$$

Ende des Beweises der Behauptung 2.

Behauptung 3:

Betrachtet werden zwei parallel miteinander verbundenen Federungen (siehe Abb.A3). Setzt man L_0=L_T-max(lz_1,lz_2), dann erfüllt die Summe der Potentialfunktionen der zwei parallel verbundenen Federungen $U_g= U_1(x_1) +U_2(x_2)=f(L_T)=f(L_0)$ die Bedingungen der Behauptung 1. D.h.: die Funktion $U_g(L_0)$ ist über das Intervall $[0,L_0]$

streng konvex $\left(\frac{\partial U_g{}^2(L_0)}{\partial L_0^2} > 0\right)$.

Demnach gilt: zwei parallel miteinander verbundene Federungen können im Ganzen als eine Federung betrachtet werden.

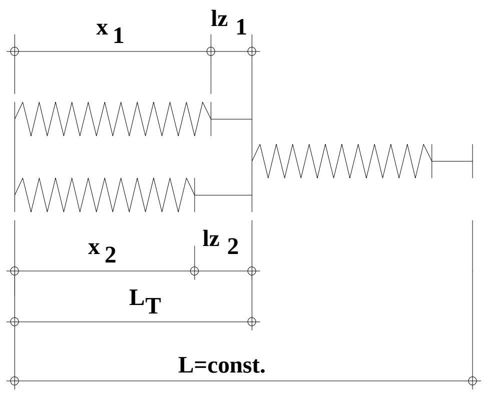


Abb. A3: parallel miteinander verbundenen Federungen

Beweis:

Setzt man

$$\Delta lz_{12} = \max(lz_1, lz_2)$$

dann erhält man

$$\begin{aligned} U_g &= U_1(x_1) + U_2(x_2) \\ &= U_1(x_1) + U_2(x_2) \\ &= U_1(L_0 + \Delta lz_{12}) + U_2(L_0 + \Delta lz_{12}) \\ &= f(L_0) \end{aligned} \tag{A11}$$

mit

$$\Delta lz_{ij} = \max(0, lz_i - lz_j)$$

Die erste Ableitung von $U_{g,\min}$ nach L_0 lautet

$$\begin{aligned} \frac{dU_g(L_0)}{dL_0} &= \frac{dU_1(L_0+\Delta lz_{12})}{dL_0} + \frac{dU_2(L_0+\Delta lz_{12})}{dL_0} \\ &= \frac{dU_1(x_1)}{d(x_1-\Delta lz_{12})} + \frac{dU_2(x_2)}{d(x_2-\Delta lz_{12})} \\ &= \frac{dU_1(x_1)}{dx_1} + \frac{dU_2(x_2)}{dx_2} \\ &= \frac{dU_1(x_1)}{dx_1} + \frac{dU_2(x_2)}{dx_2} \end{aligned} \tag{A12}$$

Die zweite Ableitung von $U_{g,\min}$ nach L_0 lautet

$$\begin{aligned}\frac{dU_g{}^2(L_0)}{dL_0{}^2} &= \frac{d}{d\,L_0}\left(\frac{dU_g(L_0)}{dL_0}\right)\\ &= \frac{d}{d\,L_0}\left(\frac{dU_1(x_1)}{dx_1}+\frac{dU_2(x_2)}{dx_2}\right)\\ &= \frac{d}{d\,(x_1-\Delta lz_{12})}\left(\frac{dU_1(x_1)}{dx_1}\right)+\frac{d}{d\,(x_2-\Delta lz_{12})}\left(\frac{dU_2(x_2)}{dx_2}\right)\\ &= \frac{dU_1{}^2(x_1)}{dx_1{}^2}+\frac{dU_2{}^2(x_2)}{dx_2{}^2}>0\end{aligned} \tag{A13}$$

Ende des Beweises der Behauptung 3.

T1: Nach den Behauptungen 2 und 3 kann jedes Feder-System mit einer konstanten Gesamtlänge L und n Federungen (seriell oder parallel verbunden) in ein Feder-System mit n - 1 Federungen reduziert werden. Nach dem Prinzip der vollständigen Reduktion kann demnach jedes Feder-System mit mehr als zwei Federungen in ein Feder-System mit genau zwei Federungen reduziert werden.

Nach der Behauptung 1 folgt daraus zwangsläufig:

Ansatz A1:

Das Gesamt-Potential eines aus beliebig vielen (seriell oder parallel miteinander verbundenen) Federungen zusammengesetzten Feder-Systems mit konstanter Gesamt-Länge L (entspricht fester Umlaufzeit) besetzt genau einen Minimum, wenn für alle Teil-Federungen die Funktion des Potentials $U_i(x_i)$ über das Intervall $(0,L)$

streng konvex $\left(\frac{\partial U_i{}^2(x_i)}{\partial x_i{}^2}>0\right)$

ist.

A2. Feder-System mit einer variierten Gesamtlänge *L*

Nun wird ein Feder-System betrachtet, bei dem die Gesamtlänge L variabel ist.

Für die Minimierung der Summe der Wartezeiten entsteht dann eine Optimierungsaufgabe, die die Bedingungen der konvexen Optimierung nicht immer erfüllt (vgl. Anhang B). Ein mathematischer Nachweis für die Existenz und Eindeutigkeit des Optimums ist nicht vorhanden. Speziell für das Feder-System werden hier einige Ansätze für den Nachweis der Existenz und der Eindeutigkeit der Gl.A1 hergeleitet.

Behauptung 4:

Die Funktion zur Berechnung der Wartezeit (als Analogie: die Potential-Energie) $U(x,L)$ mit $L=x-c$ (c=const.) ist über L konvex (Nachweis siehe Anhang B.). D.h.: für die Potential-Energie gilt:

$$\frac{d^{\,2}(U(x = L - c), L)}{d\,L^2} > 0 \qquad \textbf{(A14a)}$$

oder für die Wartezeit

$$\frac{d^{\,2}(W(G = C - c), C)}{d\,C^2} > 0 \qquad \textbf{(A14b)}$$

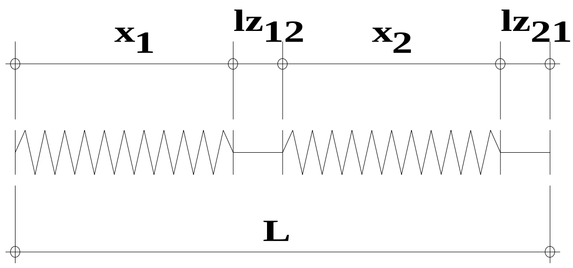


Abb. A4: Feder-System mit einer variierten Gesamtlänge *L*

Behauptung 5:

Das Gesamt-Potential eines aus zwei seriell miteinander verbundenen und sich im Gleichgewichtszustand befindenden Federungen zusammengesetzten Feder-Systems mit variierter Gesamt-Länge *L* (entspricht variierter Umlaufzeit) besetzt genau einen Minimum, wenn für die beiden Teil-Federungen die Funktion des Potentials von $U_i(x_i,L)$ über x_i und L im Intervall $[0,L]$ (siehe Abb.A4)

streng konvex $\quad \left(\frac{\partial^2 U_i\,(x_i\,,L)}{\partial x_i^{\,2}} > 0 \text{ und } \frac{\partial^2 U_i\,(x_i\,,L)}{\partial L^2} > 0\right)$

sind und die Gl.A14 gilt.

Beweis:

Es gilt

$$\begin{aligned} L &= x_1 + x_2\,(x_1\,, L) + lz_{12} + lz_{21} \\ &= x_1 + x_2\,(x_1\,, L) + lz \\ x_2 &= L - x_1 - lz = f\,(L, x_1) \\ x_1 &= L - x_2\,(x_1\,, L) - lz \end{aligned}$$

Mit

lz = const.

gilt auch die Nebenbedingung

$$\frac{dx_1}{dL} + \frac{dx_2}{dL} = 1$$

Die Funktion des Gesamt-Potentials kann wie folgt dargestellt werden

$$\begin{aligned} U_g &= U_1(x_1, L) + U_2(x_2 = L - c, L) \\ &= U_1(x_1, L) + U_2(L) \\ &= f(x_1, L) \end{aligned} \qquad \textbf{(A15)}$$

Das System befindet sich zu jeder Zeit im Gleichgewichtszustand während L sich verändert. D.h.: unabhängig von L gilt immer

$$-F_1 = \frac{\partial U_1(x_1, L)}{\partial x_1} \equiv \frac{\partial U_2(x_2(L, x_1), L)}{\partial x_2} = -F_2$$

Die Bedingungen, unter denen das System sich im Gleichgewichtszustand befindet und damit das Minimum des Gesamt-Potentials erreicht wird, lauten

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_g(x_1, L)}{\partial x_1} &= \frac{\partial U_1(x_1, L)}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2(x_2, L)}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2(L, x_1)}{\partial x_1} \\ &= \frac{\partial U_1(x_1, L)}{\partial x_1} - \frac{\partial U_2(x_2, L)}{\partial x_2} \\ &\equiv 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(A16)}$$

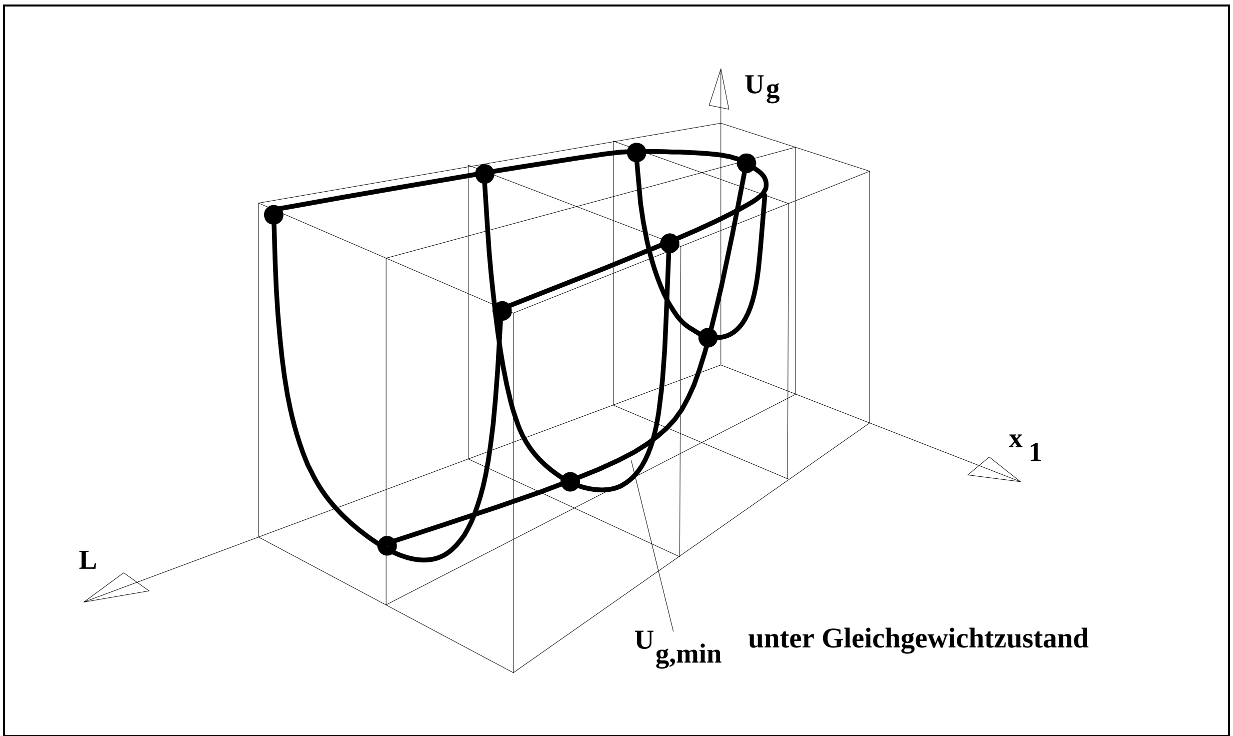


Abb. A5: Funktion von U_g zweier seriell verbundenen Federungen.

Demnach gilt auch unter dem Gleichgewichtszustand die zweite partielle Ableitung von $U_g(x_1, L)$ nach x_1

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U_g}{\partial x_1^{\,2}} &= \frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial x_1} - \frac{\partial U_2(x_2,L)}{\partial x_2}\right)\\ &= \frac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial x_1^{\,2}} - \frac{\partial^2 U_2(x_2,L)}{\partial x_2^{\,2}}\cdot\frac{dx_2}{dx_1}\\ &= \frac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial x_1^{\,2}} + \frac{\partial^2 U_2(x_2,L)}{\partial x_2^{\,2}} > 0\end{aligned} \tag{A17}$$

Die gemischte zweite partielle Ableitung von $U_g(x_1,L)$ nach x_1 und L lautet

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U_g}{\partial L\partial x_1} &= \frac{\partial^2 U_g}{\partial x_1\partial L}\\ &= \frac{\partial}{\partial L}\left(\frac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial x_1} - \frac{\partial U_2(x_2,L)}{\partial x_2}\right)\\ &= \frac{\partial}{\partial L}(0)\\ &= 0\end{aligned} \tag{A18}$$

Die zweite partielle Ableitung von $U_g(x_1,L)$ nach L lautet

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U_g}{\partial L^2} &= \frac{\partial^2\big(U_1(x_1,L)+U_2(L)\big)}{\partial L^2}\\ &= \frac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial L^2} + \frac{d^2 U_2(L)}{d L^2} > 0\end{aligned} \tag{A19}$$

Die Determinate zur Feststellung der Existenz eines Optimums der Gl.A15 lautet dann

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix}\dfrac{\partial^2 U_g}{\partial x_1^{\,2}} & \dfrac{\partial^2 U_g}{\partial x_1\partial L}\\ \dfrac{\partial^2 U_g}{\partial L\partial x_1} & \dfrac{\partial^2 U_g}{\partial L^2}\end{vmatrix}\\ &= \frac{\partial^2 U_g}{\partial x_1^{\,2}}\cdot\frac{\partial^2 U_g}{\partial L^2} - \left(\frac{\partial^2 U_g}{\partial L\partial x_1}\right)^2\\ &= \frac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial x_1^{\,2}}\cdot\left(\frac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial L^2} + \frac{d^2 U_2(L)}{d L^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 U_g}{\partial L\partial x_1}\right)^2\\ &= \frac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial x_1^{\,2}}\cdot\left(\frac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial L^2} + \frac{d^2 U_2(L)}{d L^2}\right) > 0\end{aligned} \tag{A20}$$

D.h.: die Gl.A15 ist streng konvex zur Ebene $x_1 - L$ unter der Bedingung, daß das Feder-System sich im Gleichgewichtszustand befinden. Gemäß der Definition der konvexen Funktion ist die Behauptung 5 nachgewiesen.

Da die Gl.A15 unter dem Gleichgewichtszustand zur Ebene $x_1 - L$ streng konvex ist, muß sie unter der gleichen Bedingung

$$\textbf{\textit{streng konvex}} \qquad \left(\frac{d^2U_g(x_1,L)}{dL^2} = \frac{d^2U_g(x_1 = f(L),L)}{dL^2} = \frac{d^2U_g(L)}{dL^2} > 0\right) \qquad \textbf{(A21)}$$

seien.

Die Gl.A21 gibt an, daß die Funktion der Gesamtpotentialengergie U_g zweier seriell verbundenen und sich im Gleichgewichtszustand befindenden Federungen über die Gesamtlänge des Feder-Systems L konvex ist (vgl. Abb.A5). D.h.: zwei Miteinander verbundene und sich im Gleichgewichtszustand befindende Federungen können hier auch im Ganzen als eine Federung betrachtet werden.

Bei Berücksichtigung der Mindestwerte $x_{1,\min}$, $x_{2,\min}$ und $L_{\min}$ werden diese Werte als konstante Werte in Gl.A15 eingesetzt. In diesem Fall kommt die Behauptung 3 oder 1 zur Geltung.

Ende des Beweises der Behauptung 5.

Nach den gleichen Vorgehensweisen für den Nachweis der Existenz und Eindeutigkeit der Zielfunktion des Feder-Systems mit konstanter Gesamtlänge L können ferner nachgewiesen werden:

Behauptung 6:

Zwei seriell oder parallel miteinander verbundene Federungen, die die von Behauptung 5 vorgegebenen Bedingungen erfüllen, können als eine ganze Federung betrachtet werden, deren Potentialfunktion zur Gesamtlänge des Feder-Systems L konvex ist.

Somit erhält man unter der Berücksichtigung von T1 die Schlußfolgerung:

Ansatz A2:

Das Gesamt-Potential eines aus beliebig vielen (seriell oder parallel miteinander verbundenen) Federungen zusammengesetzten Feder-Systems mit der Länge L besetzt genau einen Minimum, wenn für alle Teil-Federungen die Funktion des Potentials $U_i(x_i,L)$ im Intervall [0,L]

1. *zu x_i streng konvex* $\left(\frac{\partial^2 U_i(x_i,L)}{\partial x_i^{\,2}} > 0\right)$

2. *zu L streng konvex* $\left(\frac{\partial^2 U_i(x_i,L)}{\partial L^2} > 0\right)$

3. *die Behauptung 4 erfüllt*

sind.

Der Ansatz A2 schließt den Ansatz A1 vollständig ein.

Der Ansatz A2 ist der Schlüssel für die Existenz und Eindeutigkeit der Optimierung eines Feder-Systems. Dieser Ansatz besagt, daß die Konvexität der Teil-Pontentiale über die Gesamtlänge des Feder-Systems nicht explizit erforderlich ist für die Optimierungsaufgabe. Diese spezifische Eigenschaft des Feder-Systems hebt dessen Optimierung von der allgemeinen konvexen Optimierung ab und erweitert die Menge der anwendbaren Zielfunktionen.

ANHANG B: NACHWEIS DER ERFORDERLICHEN KONVEXITÄTEN FÜR DIE FORMELN ZUR BERECHNUNG DER MITTLEREN WARTEZEIT UND DER SUMME DER WARTEZEITEN AN LICHTSIGNALANLAGEN

B1. Vorbereitungen

Ansatz B1:

Für die Funktion $z(x) = \dfrac{y}{x}$ mit $y = f(x) \geq 0$ und $x \geq 0$ ist dann $z''(x) \geq 0$ (z ist zu x konvex), wenn

$$y''(x) \geq 0 \text{ und } y'(x) \leq 0$$

sind.

Beweis:

$$z'(x) = \frac{y'(x)}{x} - \frac{y}{x^2} \qquad \textbf{(B1a)}$$

$$\begin{aligned} z''(x) &= \frac{y''(x)}{x} - \frac{y'(x)}{x^2} - \frac{y'(x)}{x^2} + \frac{2y}{x^3} \\ &= \frac{y''(x)}{x} - \frac{2y'(x)}{x^2} + \frac{2y}{x^3} \end{aligned} \qquad \textbf{(B1b)}$$

weil $y''(x) \geq 0$, $y'(x) \leq 0$, $y(x) \geq 0$ und $x \geq 0$ folgt dann

$$z''(x) \geq 0$$

Ende des Nachweises des Ansatzes B1.

Ansatz B2:

Für die Funktion $z(x) = y \cdot x$ mit $y = f(x) \geq 0$ und $x \geq 0$ ist dann $z''(x) \geq 0$ (z ist zu x konvex), wenn

$$y''(x) \geq 0 \text{ und } y'(x) \geq 0$$

sind.

Beweis:

$$z'(x) = y'(x) \cdot x + y(x) \qquad \textbf{(B2a)}$$

$$z''(x) = y''(x) \cdot x + y'(x) \cdot x + y(x) \qquad \textbf{(B2b)}$$

weil $y''(x) \geq 0$, $y'(x) \geq 0$, $y(x) \geq 0$ und $x \geq 0$ folgt dann

$$z''(x) \geq 0$$

Ende des Nachweises des Ansatzes B2.

Ansatz B3:

Für die Funktion $z(x) = f(y,x)$ mit $y = f(x)$ ist dann $z''(x) \geq 0$ (z ist zu x konvex), wenn

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \geq 0,\ \frac{\partial z}{\partial y} \geq 0,\ \frac{d^2 y}{d x^2} \geq 0 \text{ und } \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \geq 0$$

sind und

$$\frac{d y}{d x} \text{ und } \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$$

die gleichen Vorzeichen besitzen.

Beweis:

$$z'(x) = \frac{\partial z}{\partial y} \cdot y'(x) + \frac{\partial z}{\partial x} \qquad \textbf{(B3a)}$$

$$z''(x) = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \cdot \left(y'(x)\right)^2 + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot y''(x) + \frac{\partial z}{\partial x \partial y} \cdot y'(x) + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \qquad \textbf{(B3b)}$$

Die Bedingungen des Ansatzes B3 sind deswegen hinreichend dafür, daß

$$z''(x) \geq 0$$

gilt.

Wenn z in einer expliziten Form $z = f(y)$ mit $y = f(x)$ dargestellt werden kann, ist dann $z''(x) \geq 0$ (z ist zu x konvex), wenn

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \geq 0,\ .\ \frac{\partial z}{\partial y} \geq 0 \text{ und. } \frac{d^2 y}{d x^2} \geq 0$$

sind.

Ende des Nachweises des Ansatzes B3.

Ansatz B4:

Für eine durch die Transformationstechnik (transition) ermittelte Funktion zur Ermittlung eines Verkehrsparameters unter instationärem Verkehr ist die transformierte Funktion $z(x)$ dann zum Auslastungsgrad x (=$(q \cdot C)/(q_s \cdot G)$) monoton steigend und konvex, wenn sie einer allgemeinen Form

$$z(x) = Ax - 1 + \sqrt{(Ax-1)^2 + Bx(A'x - C) - D} = Ax - 1 + \sqrt{ax^2 + bx + c} \qquad \textbf{(B4)}$$

mit

A, B, C, D, A' = const; $A \geq 1$; $B > 0$; $Bx^2 - Cx - D \geq 0$; $0 \leq C \leq 1$

$a = A^2 + A'B \geq 0$; $b = -(BC + 2A) \leq 0$; $c = 1 - D \geq 0$

entspricht und die Parameter dieser Funktion die Bedingung

$$4(A^2 + A'B)(1-D) - (BC + 2A) \geq 0$$

erfüllen.

Beweis:

Die erste Ableitung von $z(x)$ nach x lautet

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dx} &= \frac{d\left(Ax-1+\sqrt{(Ax-1)^2+Bx(A'x-C)+D}\right)}{dx}\\ &= A+\frac{1}{2}\cdot\frac{2(Ax-1)+2A'Bx-BC}{\sqrt{(Ax-1)^2+Bx(A'x-C)+D}}\\ &= \frac{2A\sqrt{(Ax-1)^2+Bx(A'x-C)+D}+2(Ax-1)+B(2A'x-C)}{2\sqrt{(Ax-1)^2+Bx(A'x-C)+D}}\end{aligned} \qquad \textbf{(B4a)}$$

Weil

$$\sqrt{(Ax-1)^2+Bx(A'x-C)+D} \geq (Ax-1)$$

ist dann

$$\frac{dz}{dx} \geq 0$$

Die zweite Ableitung von $z(x)$ nach x lautet

$$\begin{aligned}\frac{d^2z}{dx^2} &= \frac{d^2\left(Ax-1+\sqrt{ax^2+bx+c}\right)}{dx^2} = \frac{d\left(A+\frac{1}{2}\cdot\frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\right)}{dx}\\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{2a}{\sqrt{ax^2+bx+c}}-\frac{1}{2}\cdot\frac{(2ax+b)^2}{\left(\sqrt{ax^2+bx+c}\right)^3}\right)\end{aligned}$$

Nach der Umformung erhält man

$$\begin{aligned}\frac{d^2z}{dx^2} &= \frac{1}{2}\left(\frac{4a\left(ax^2+bx+c\right)-(2ax+b)^2}{2\left(\sqrt{ax^2+bx+c}\right)^3}\right)\\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{4ac-b^2}{2\left(\sqrt{ax^2+bx+c}\right)^3}\right)\end{aligned} \qquad \textbf{(B4b)}$$

Die Bedingung dafür, daß $\frac{d^2z}{dx^2} \geq 0$ gilt, ist

$$4ac-b^2 = 4(A^2+A'B)(1-D)-(BC+2A) \geq 0$$

Normalerweise erfüllen die Funktionen der transformierten Verkehrsparameter $z(x)$ (Rückstaulänge, Wartezeit etc.) diese Bedingungen. Sie sind demnach zu x monoton steigend und konvex.

Ende des Nachweises des Ansatzes B4.

Ansatz B5

Die Funktion *z=f(x)* mit $x = \dfrac{qC}{q_s G}$ ist sowohl zu *G* als auch zu *C* konvex und die Behauptung 3 trifft für *z=f(C)* zu, wenn die Funktion zu *x* monoton steigend und konvex ist.

Beweis:

Nach Ansatz B3 gilt

$$\frac{\partial^2 z}{\partial C^2} = \frac{d^2 z}{d x^2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial C} \right)^2 + \frac{d z}{d x} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial C^2}$$

$$= \frac{d^2 z}{d x^2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial C} \right)^2 + \frac{d z}{d x} \cdot 0 \qquad \textbf{(B5a)}$$

$$= \frac{d^2 z}{d x^2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial C} \right)^2$$

Laut den Bedingungen des Ansatzes ist $\dfrac{d^2 z}{d x^2} \geq 0$, dann erhält man auch

$$\frac{\partial^2 z}{\partial C^2} \geq 0 \quad .$$

Nach Ansatz B3 gilt

$$\frac{\partial^2 z}{\partial G^2} = \frac{d^2 z}{d x^2} \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial G} \right)^2 + \frac{d z}{d x} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial G^2} \qquad \textbf{(B5b)}$$

Laut den Bedingungen des Ansatzes sind $\dfrac{d z}{d x} \geq 0$ und $\dfrac{d^2 z}{d x^2} \geq 0$. Und weil

$$\frac{\partial^2 x}{\partial G} = \frac{2qC}{q_s G^3} \geq 0$$

erhält man

$$\frac{d^2 z}{dG^2} \geq 0$$

Nach Ansatz B3 gilt

$$\left.\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}\right|_{G-C-c} = \frac{d^2 z}{d x^2} \cdot \left(\left.\frac{\partial x}{\partial C}\right|_{G-C-c} \right)^2 + \frac{d z}{d x} \cdot \left.\frac{\partial^2 x}{\partial C^2}\right|_{G-C-c} \qquad \textbf{(B5b)}$$

Laut den Bedingungen des Ansatzes sind $\dfrac{d z}{d x} \geq 0$ und $\dfrac{d^2 z}{d x^2} \geq 0$. Und weil

$$\left.\frac{\partial^2 x}{\partial C}\right|_{G=C-c} = \frac{\partial^2}{\partial C} \left(\frac{qC}{q_s (C-c)} \right) = \frac{2qC}{q_s (C-c)^3} \geq 0$$

erhält man

$$\left.\frac{d^2 z}{dC^2}\right|_{G=C-c} \geq 0$$

Demnach trifft die hier die Behauptung 3 zu.

Ende des Nachweises des Ansatzes B5.

Ansatz B6:

Betrachtet wird die in der Abb.B1 dargestellte Transformation zur Berechnung eines Verkehrsparameters $z_T(x_T)$. $z_T(x_T)$ ist ein beliebiger Verkehrsparameter unter **instationärer und stochastischer** Verkehrsbedingung, der durch eine Überbrückung zwischen dem Verkehrsparameter unter **stationärer und stochastischer** Verkehrsbedingung $z_s(x_s)$ und dem Verkehrsparameter unter **instationärer und deterministischer** Verkehrsbedingung $z_d(x_d)$ ermittelt wird. Der Schlüssel der Transformation ist das Postulat **Abstand a = Abstand b** für die gleiche Größe der Funktion *z(x)* (siehe Abb.B1)

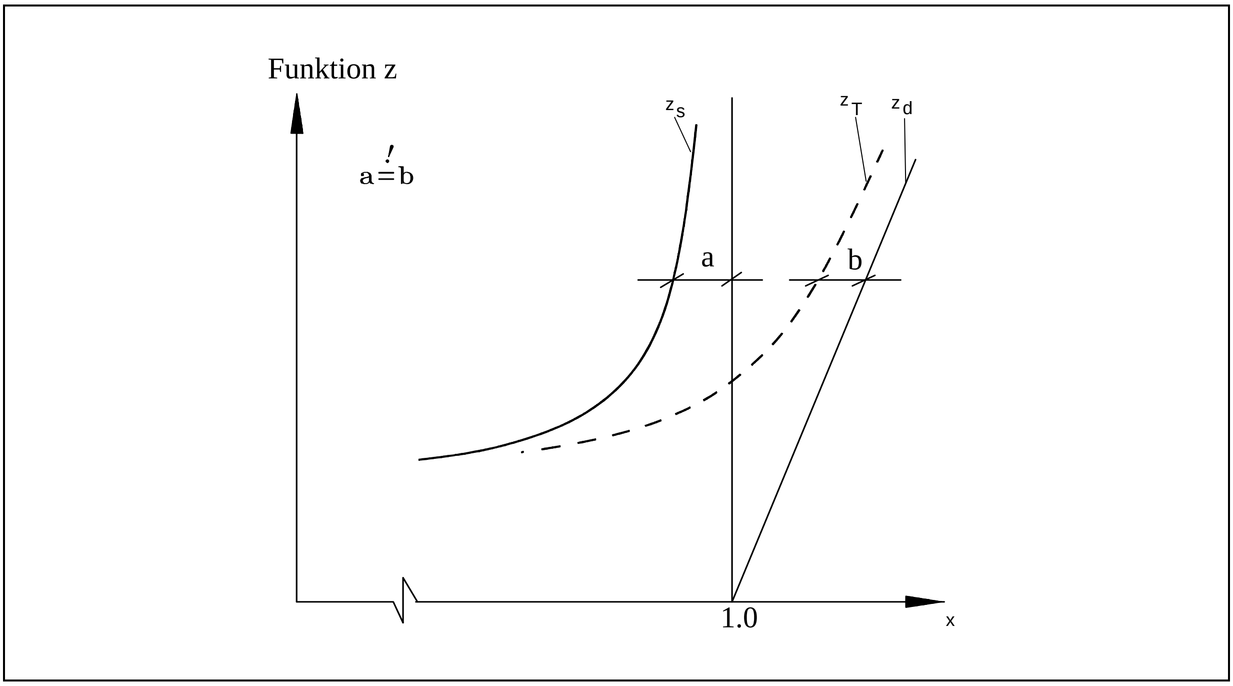


Abb.B1: Prinzip der Transformation

Die Funktion der transformierten Verkehrsparameter $z_T(x)$ ist zu x monoton steigend und konvex, wenn die der Transformation zugrunde liegenden Funktion $z_s(x)$ und $z_d(x)$ zu x monoton steigend und konvex sind (vgl.Abb.B1)

Beweis:

Weil die Funktion $z_s = f(x_s)$ und $z_d = f(x_d)$ zu x monoton steigend und konvex sind, sind $x_s = f^{-1}(z_s)$ und $x_d = f^{-1}(z_d)$ zu z monoton fallend und konkav.

Laut der Definition der Transformation erhält man die folgende Beziehung

$$1 - x_s(z_s) = z_d(z_d) - x_T(z_T) \qquad \textbf{(B6a)}$$

oder

$$x_T(z_T) = z_d(z_d) + x_s(z_s) - 1 \qquad \textbf{(B6b)}$$

Da $x_s = f^{-1}(z_s)$ und $x_d = f^{-1}(z_d)$ zu z monoton fallend und konkav sind, ist $x_T = f^{-1}(z_T)$ zu z monoton fallend und konkav. Demnach ist die Funktion $z_z = f(x_T)$ zu x monoton steigend und konvex.

Ende des Nachweises des Ansatzes B6.

Ansatz B7:

Für die Funktion $y = f(x) \geq 0$ und $x \geq 0$ ist dann $y''(x) \geq 0$ (y ist zu x konvex), wenn für die Funktion $z = \ln(y)$

$$\left(z'(x)\right)^2 + z''(x) \geq 0 \qquad \textbf{(B7)}$$

gilt.

Beweis:

Laut

$$z = \ln(y)$$

erhält man

$$y = e^z$$

$$\frac{dy}{dx} = e^z \cdot \frac{dz}{dx} \qquad \textbf{(B7a)}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = e^z \cdot \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + e^z \cdot \frac{d^2z}{dx^2} = e^z\left(\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \frac{d^2z}{dx^2}\right)$$

Nach den vorgegebenen Bedingungen folgt zwingend

$$z''(x) \geq 0$$

Ende des Nachweises des Ansatzes B7.

Ansatz B8

Eine Zielfunktion $z = f(x)$ mit $x = k \cdot \dfrac{C}{G}$ (k=const.) ist zur Ebene C-G nicht konvex, wenn z

zu C konvex $\left(\dfrac{\partial^2 z}{\partial C^2} \geq 0\right)$

zu G konvex $\left(\dfrac{\partial^2 z}{\partial G^2} \geq 0\right)$

und zu x monoton steigend und konvex $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x} \geq 0 \text{ und } \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} \geq 0\right)$

ist.

Beweis:

Es gilt

$$\frac{\partial^2 z}{\partial C \partial G} = \frac{\partial\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)}{\partial G} = \frac{\partial\left(\frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C}\right)}{\partial G} \tag{B8a}$$

$$= \frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial G}\cdot\frac{\partial x}{\partial C} + \frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C\partial G}$$

Gemäß Ansatz B4 sind $\frac{\partial z}{\partial x} \geq 0$ und $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \geq 0$. Demnach erhält man

$$\frac{\partial^2 z}{\partial C \partial G} \geq 0$$

Die Determinate zur Bestimmung der Konvexität lautet

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W_I}{\partial G^2} & \frac{\partial^2 W_I}{\partial G \partial C} \\ \frac{\partial^2 W_I}{\partial C \partial G} & \frac{\partial^2 W_I}{\partial C^2} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\partial^2 W_I}{\partial G^2}\cdot\frac{\partial^2 W_I}{\partial C^2} - \left(\frac{\partial^2 W_I}{\partial C \partial G}\right)^2$$

$$= \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{dx}{dG}\right)^2 + \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{d^2 x}{dG^2}\right)\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{dx}{dC}\right)^2 - \left(\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial G}\cdot\frac{\partial x}{\partial C} + \frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C\partial G}\right)^2 \tag{B8b}$$

Nach der Umformung der Gl.B8a erhält man

$$\Delta = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{dx}{dG}\right)^2\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{dx}{dC}\right)^2 + \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{d^2 x}{dG^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{dx}{dC}\right)^2$$

$$-\left(\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial G}\cdot\frac{\partial x}{\partial C}\right)^2 - 2\cdot\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial G}\cdot\frac{\partial x}{\partial C}\cdot\frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C\partial G} - \left(\frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C\partial G}\right)^2$$

$$= \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{d^2 x}{dG^2}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{dx}{dC}\right)^2 - 2\cdot\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{\partial x}{\partial G}\cdot\frac{\partial x}{\partial C}\cdot\frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C\partial G} - \left(\frac{dz}{dx}\cdot\frac{\partial x}{\partial C\partial G}\right)^2$$

$$= \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{2qC}{q_s G^3}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\cdot\left(\frac{q}{q_s G}\right)^2 - 2\cdot\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{-qC}{q_s G^2}\cdot\frac{q}{q_s G}\cdot\frac{dz}{dx}\cdot\frac{-q}{q_s G^2} - \left(\frac{dz}{dx}\cdot\frac{-q}{q_s G^2}\right)^2$$

$$= \frac{\partial z}{\partial x}\left(\frac{q}{q_s G^2}\right)^2\left(\frac{2qC}{q_s G}\cdot\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2\cdot\frac{d^2 z}{dx^2}\cdot\frac{qC}{q_s G} - \frac{dz}{dx}\right)$$

$$= 2x\cdot\frac{\partial z}{\partial x}\left(\frac{q}{q_s G^2}\right)^2\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{d^2 z}{dx^2} - \frac{dz}{dx}\right)$$

$$= -2x\cdot\left(\frac{dz}{dx}\cdot\frac{q}{q_s G^2}\right)^2 < 0 \tag{B8c}$$

Ende des Nachweises des Ansatzes B8.

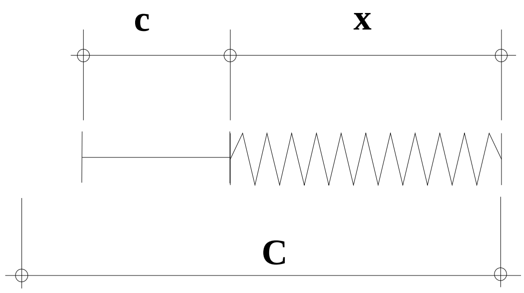


Abb. B1: Ferderung mit einem starren Stab

Ansatz B9

Eine Zielfunktion $z = f(x)$ mit $x = k \cdot \frac{C}{C-c} = k \cdot \left(1 + \frac{c}{C-c}\right) = f(C)$ (k, c = const.) ist zu C konvex, wenn z

zu x monoton steigend und konvex ($\frac{\partial z}{\partial x} \geq 0$ und $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \geq 0$)

ist (vgl.Abb.B2).

Beweis:

Die zweite Ableitung von z nach C lautet

$$\frac{d^2 z(C)}{dC^2} = \frac{d}{dC}\left(\frac{dz}{dx} \cdot \frac{dx}{dC}\right) = \frac{d^2 z}{dx} \cdot \left(\frac{dx}{dC}\right)^2 + \frac{dz}{dx} \cdot \frac{d^2 x}{dC^2} \qquad \textbf{(B9a)}$$

Da

$$\frac{d^2 x}{dC^2} = \frac{d^2}{dx^2}\left(k \cdot \left(1 + \frac{c}{C-c}\right)\right) = \frac{2kc^2}{(C-c)^3} \geq 0 \qquad \textbf{(B9b)}$$

dann ist die Gl.B9a laut den vorgegebenen Bedingungen größer als oder gleich null. Die Gl.B9a ist konvex zu C.

Ende des Nachweises des Ansatzes B9.

B2. Wartezeit erster Art

Die Wartezeit erster Art ist der deterministische Anteil der Wartezeit, die durch den pulkweisen Abfluß des Wartesystems an Lichtsignalanlagen entsteht. Sie lautet im allgemeinen (vgl. Webster, 1958)

$$W_I = k \cdot \frac{(1-\frac{G}{C})^2 \cdot C}{2(1-\frac{q}{q_s})} \tag{B10}$$

mit

k= const. ($0.9 \leq k \leq 1$)

Die erste Ableitung von W_I nach G lautet

$$\frac{\partial W_I}{\partial G} = k \cdot \frac{2(1-\frac{G}{C})C}{2(1-\frac{q}{q_s})} \cdot (-\frac{1}{C}) = k \cdot \frac{-(1-\frac{G}{C})}{(1-\frac{q}{q_s})} \leq 0$$

Die Ungleichung gilt, weil q immer kleiner als q_s ist.

Die zweite Ableitung von W_I nach G lautet

$$\frac{\partial^2 W_I}{\partial G^2} = \frac{\partial\left(k \cdot \frac{-(1-\frac{G}{C})}{(1-\frac{q}{q_s})}\right)}{\partial G} = k \cdot \frac{\frac{1}{C}}{(1-\frac{q}{q_s})} = k \cdot \frac{1}{(1-\frac{q}{q_s})C} > 0 \tag{B11}$$

Demnach ist W_I zu G streng konvex.

Die erste Ableitung von W_I nach C lautet

$$\frac{\partial W_I}{\partial C} = \frac{\partial\left(k \cdot \frac{(1-\frac{G}{C})^2 C}{2(1-\frac{q}{q_s})}\right)}{\partial C} = k \cdot \frac{2(1-\frac{G}{C})(-1)(-\frac{G}{C^2})C + (1-\frac{G}{C})^2}{2(1-\frac{q}{q_s})} = k \cdot \frac{(1-\frac{G^2}{C^2})}{2(1-\frac{q}{q_s})}$$

Die zweite Ableitung von W_I nach C lautet

$$\frac{\partial^2 W_I}{\partial C^2} = \frac{\partial\left(k \cdot \frac{(1-\frac{G^2}{C^2})}{2(1-\frac{q}{q_s})}\right)}{\partial C} = k \cdot \frac{1}{2(1-\frac{q}{q_s})} \cdot \left(\frac{2G^2}{C^3}\right) > 0 \tag{B12}$$

Demnach ist W_I zu C streng konvex.

Die zweite gemischte Ableitung von W_I nach C und G lautet

$$\frac{\partial^2 W_I}{\partial C \partial G} = \frac{\partial\left(k \cdot \frac{(1-\frac{G^2}{C^2})}{2(1-\frac{q}{q_s})}\right)}{\partial G} = k \cdot \frac{-\frac{2G}{C^2}}{2(1-\frac{q}{q_s})} = k \cdot \frac{-G}{(1-\frac{q}{q_s})C^2} < 0 \tag{B13}$$

Die Determinate zur Bestimmung der Konvexität lautet dann

$$\begin{aligned}
\Delta &= \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 W_I}{\partial G^2} & \frac{\partial^2 W_I}{\partial G \partial C} \\ \frac{\partial^2 W_I}{\partial C \partial G} & \frac{\partial^2 W_I}{\partial C^2} \end{vmatrix} \\
&= \frac{\partial^2 W_I}{\partial G^2} \cdot \frac{\partial^2 W_I}{\partial C^2} - \left(\frac{\partial^2 W_I}{\partial C \partial G}\right)^2 \\
&= k \cdot \frac{1}{(1-\frac{q}{q_s})C} \cdot k \cdot \frac{1}{2(1-\frac{q}{q_s})} \cdot \left(\frac{2G^2}{C^3}\right) - \left(k \cdot \frac{-G}{(1-\frac{q}{q_s})C^2}\right)^2
\end{aligned} \tag{B14a}$$

Nach der Umformung erhält man

$$\begin{aligned}
\Delta &= k^2 \left[\frac{G^2}{(1-\frac{q}{q_s})^2 C^4} - \frac{G^2}{(1-\frac{q}{q_s})^2 C^4}\right] \\
&= k^2 \left[\frac{G^2}{(1-\frac{q}{q_s})^2 C^4} - \frac{G^2}{(1-\frac{q}{q_s})^2 C^4}\right] = 0
\end{aligned} \tag{B14b}$$

Man kann hier die Konvexität der Wartezeit erster Art W_I zur Ebene G-C nicht feststellen.

Da

$$\frac{d^2 W_i(G = C - c, C)}{dC^2} = \frac{d^2}{dC^2}\left(k \cdot \frac{(1 - \frac{C-c}{C})^2 \cdot C}{2(1 - \frac{q}{q_s})} \right)$$

$$= \frac{d^2}{dC^2}\left(k \cdot \frac{\frac{c^2}{C^3}}{2(1 - \frac{q}{q_s})} \right) \qquad \textbf{(B15)}$$

$$= k \cdot \frac{\frac{12c^2}{C^5}}{2(1 - \frac{q}{q_s})} > 0$$

trifft die Behauptung 4 im Anhang A für die Wartezeit erster Art W_I zu. Demnach erfüllt die Wartezeit erster Art W_I alle Bedingungen des Ansatzes A2.

B3. Wartezeit zweiter Art unter stationärem Verkehr

Die Wartezeit zweiter Art ist der stochastischer Anteil der Wartezeit, der durch die zufälligen Ankünfte und die dadurch entstehenden teilweise Nicht-Ausnutzung der vorhandenen Leistungsfähigkeit im Abfluß des Wartesystems an Lichtsignalanlagen hervorgerufen wird. Dieser Anteil der Wartezeit kann nach verschiedenen Formeln berechnet werden. Hier werden nur die Formeln nach Webster und die Formel nach Miller als Vertreter der Wartezeitenformel für stationären Verkehr behandelt.

<u>Nach Webster</u>

Die Wartezeit zweiter Art lautet nach Webster (1958)

$$W_{II} = W_{II,1} + W_{II,2} \qquad \textbf{(B16)}$$

oder

$$W_{II} = 0.9(W_{II,1})$$

mit

$W_{II,1}$ = stochastische Wartezeit nach dem M/D/1-Wartesystem

$$= \frac{x^2(G,C)}{2q(1 - x(G,C))} \qquad \textbf{(B17)}$$

$W_{II,2}$ = Korrekturterm

$$= (-0.65) \cdot \left(\frac{C}{q^2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot x^{(2+\frac{5G}{C})} \qquad \textbf{(B18)}$$

x Auslastungsgrad ($0 \le x \le 1$)

$$= \frac{qC}{q_s G}$$

Die erste Ableitung von $W_{II,1}$ nach x lautet

$$\begin{aligned} \frac{d\,W_{II,1}}{d\,x} &= \frac{2x}{2q(1-x)} + \frac{(-1)\cdot x^2 \cdot (-1)}{2q(1-x)^2} \\ &= \frac{x\cdot(2-x)}{q(1-x)^2} \geq 0 \end{aligned} \tag{B19a}$$

Die zweite Ableitung von $W_{II,1}$ nach x lautet

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{II,1}}{d\,x^2} &= \frac{d\left(\dfrac{2x-x^2}{q(1-x)^2}\right)}{d\,x} \\ &= \frac{2-2x}{q(1-x)^2} + \frac{(-2)\cdot\left(2x-x^2\right)\cdot(-1)}{q(1-x)^3} \\ &= \frac{2(1-x^2)+2x\cdot(2-x)}{q(1-x)^3} > 0 \end{aligned} \tag{B19b}$$

Die zweite Ableitung von x nach G lautet

$$\frac{\partial^2 x}{\partial G^2} = \frac{\partial^2 (\frac{qC}{q_s G})}{\partial G^2} = \frac{\partial (\frac{-qC}{q_s G^2})}{\partial G} = \frac{2qC}{q_s G^3} > 0 \tag{B19c}$$

Die zweite Ableitung von x nach C lautet

$$\frac{\partial^2 x}{\partial C^2} = \frac{\partial (\frac{qC}{q_s G})}{\partial C^2} = \frac{\partial (\frac{q}{q_s G})}{\partial C} = 0 \tag{B19d}$$

Vergleicht man die Gln.B19 mit den Bedingungen des Ansatzes B3, dann folgt

$$\frac{\partial W_{II,1}}{\partial G^2} > 0 \text{ und } \frac{\partial W_{II,1}}{\partial C^2} > 0 \quad .$$

Demnach ist $W_{II,1}$ zu G und zu C streng konvex.

Vergleicht man die Gln.B19 mit den Bedingungen des Ansatzes B8, dann kann man feststellen, daß $W_{II,1}$ zur Ebene *G-C* nicht konvex ist.

Vergleicht man die Gln.B19 mit den Bedingungen des Ansatzes B9, dann kann man feststellen, daß die Behauptung 4 für $W_{II,1}$ zutrifft.

Demnach erfüllt $W_{II,1}$ alle Bedingungen des Ansatzes A2.

Es kann nachgewiesen werden, daß die Konvexität des zweiten Teils (Korrekturterm, Gl.B18) der Wartezeit zweiter Art $W_{II,2}$ weder zu *G* noch zu *C* gegeben ist. $W_{II,2}$ ist sowohl zu *G* als auch zu *C* konkav.

Beweis:

Setzt man

$$W^*_{II,2} = -W_{II,2}$$

und

$$\begin{aligned} z = \ln(W^*_{II,2}) &= \ln\left(0.65\cdot\left(\frac{C}{q^2}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{qC}{q_s G}\right)^{(2+\frac{5G}{C})}\right) \\ &= \ln(0.65)+\frac{1}{3}\ln C-\frac{2}{3}\ln q+(2+\frac{5G}{C})\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G\right) \end{aligned} \qquad \textbf{(B20)}$$

dann erhält man die erste Ableitung von *z* nach *G*

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial G} &= \frac{\partial\left(\ln(0.65)+\frac{1}{3}\ln C-\frac{2}{3}\ln q+(2+\frac{5G}{C})\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G\right)\right)}{\partial G} \\ &= \frac{5}{C}\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G\right)+(2+\frac{5G}{C})\left(-\frac{1}{G}\right) \\ &= -\frac{5}{C}\left(-\ln\left(\frac{qC}{q_s G}\right)\right)+(2+\frac{5G}{C})\left(-\frac{1}{G}\right)\le 0 \end{aligned} \qquad \textbf{(B20a)}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial z}{\partial G}\right)^2 &= \left[-\frac{5}{C}\left(-\ln\left(\frac{qC}{q_s G}\right)\right)+(2+\frac{5G}{C})\left(-\frac{1}{G}\right)\right]^2 \\ &= \left[-\frac{5}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_s G}\right)\right]^2+\left[-\frac{10}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_s G}\right)\cdot(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]+\left[(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]^2 \end{aligned}$$

$$\textbf{(B20b)}$$

Die zweite Ableitung von *z* nach *G* lautet

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{dG^2} &= \frac{d\left(\frac{5}{C}\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G\right)+(2+\frac{5G}{C})\left(-\frac{1}{G}\right)\right)}{dG} \\ &= \frac{5}{C}\left(-\frac{1}{G}\right)+(\frac{5}{C})\left(-\frac{1}{G}\right)+(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G^2}\right) \\ &= \frac{2C-5G}{CG^2} \end{aligned} \qquad \textbf{(B20c)}$$

Addiert man die Gl.B20b und B20c, erhält man

$$\left(\frac{\partial z}{\partial G}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial G^2}=\left[-\frac{5}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right]^2+\left[-\frac{10}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\cdot(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]+\left[(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]^2+(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G^2}\right)$$

(B20d)

Nach der Umformung erhält man

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial z}{\partial G}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial G^2}&=\left[-\frac{5}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right]^2+\left[-\frac{10}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\cdot(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]+\left[\frac{2C+5G}{C}\right]^2\left(\frac{1}{G^2}\right)+\frac{2C-5G}{CG^2}\\&=\left[-\frac{5}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right]^2+\left[-\frac{10}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\cdot(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]+\left[\frac{(2C+5G)^2+(2C-5G)}{CG^2}\right]\\&=\left[-\frac{5}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right]^2+\left[-\frac{10}{C}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\cdot(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{G}\right)\right]+\left[\frac{(2C)^2+(5G)^2+2C+5G(4C-1)}{CG^2}\right]\\&>0\end{aligned}$$

(B20e)

Weil $W^*_{II,2}>0$ erhält man laut Ansatz B7 dann

$$\frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial G^2}>0$$

Demnach ist die Funktion von $W^*_{II,2}$ zu G konvex und die Funktion von $W_{II,2}$ zu G konkav.

Analog kann auch nachgewiesen werden, daß die Funktion $W_{II,2}$ über C konkav ist. Der Nachweis kann wie folgt durchgeführt werden.

Nimmt man die gleiche Transformation vor wie die Gl.B20, erhält man die erste Ableitung von z nach C

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial C}&=\frac{\partial\left(\ln(0.65)+\frac{1}{3}\ln C-\frac{2}{3}\ln q+(2+\frac{5G}{C})(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G)\right)}{\partial C}\\&=\frac{1}{3C}-\frac{5G}{C^2}(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G)+(2+\frac{5G}{C})\left(\frac{1}{C}\right)\\&=\frac{1}{3C}-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)+\frac{2}{C}+\frac{5G}{C^2}\\&=-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)+\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\end{aligned}$$

(B21a)

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2&=\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)+\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)^2\\&=\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)^2+2\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)+\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)^2\end{aligned}$$

(B21b)

Die zweite Ableitung von *z* nach *C* lautet

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 z}{\partial C^2} &= \frac{\partial\left(\frac{1}{3C}-\frac{5G}{C^2}(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G)+\frac{2}{C}+\frac{5G}{C^2}\right)}{\partial C}\\
&= \frac{-1}{3C^2}+\frac{10G}{C^3}(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln G)-\frac{5G}{C^2}\cdot\frac{1}{C}-\frac{2}{C^2}-\frac{10G}{C^3}\\
&= \frac{-1}{3C^2}+\frac{10G}{C^3}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)-\frac{2}{C^2}-\frac{15G}{C^3}\\
&= \frac{10G}{C^3}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)-\frac{7}{3C^2}-\frac{15G}{C^3}
\end{aligned}
\qquad \textbf{(B21c)}
$$

Addiert man die Gl.B21b und B21c, erhält man

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial C^2} &= \left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)^2+2\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)+\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)^2\\
&\quad+\frac{10G}{C^3}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)-\frac{7}{3C^2}-\frac{15G}{C^3}\\
&= \left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)^2+\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(2\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)-\frac{1}{C}\right)+\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)^2-\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)\frac{1}{C}\\
&= \left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)^2+\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{14C+30G-3C}{3C^2}\right)+\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)\left(\frac{7C+15G-3C}{3C^2}\right)\\
&= \left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)^2+\left(-\frac{5G}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{11C+30G}{3C^2}\right)+\left(\frac{7}{3C}+\frac{5G}{C^2}\right)\left(\frac{4C+15G}{3C^2}\right)\\
&> 0
\end{aligned}
$$

(B21d)

Weil $W^*_{II,2} > 0$ erhält man laut Ansatz B7 dann

$$\frac{\partial W_{II,2}}{\partial C^2} > 0$$

Demnach ist die Funktion von $W^*_{II,2}$ zu *C* konvex und die Funktion von $W_{II,2}$ zu *C* konkav.

Unter der Bedingung, daß die Grünzeit *G* gleich der Umlaufzeit *C* minus einen festen wert *c* (d.h., *G*=*C*-*c*) ist, erhält man

$$\frac{\partial z}{\partial C}\bigg|_{G=C-c} = \frac{\partial\left(\ln(0.65)+\frac{1}{3}\ln C-\frac{2}{3}\ln q+(2+\frac{5(C-c)}{C})\left(\ln q-\ln q_s+\ln(\frac{C}{C-c})\right)\right)}{\partial C}$$

$$= \frac{\partial\left(\ln(0.65)+\frac{1}{3}\ln C-\frac{2}{3}\ln q+(7-\frac{c}{C})\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln(C-c)\right)\right)}{\partial C}$$

$$= \frac{1}{3C}+\frac{c}{C^2}\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln(C-c)\right)+(7-\frac{c}{C})\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{C-c}\right)$$

$$= \frac{1}{3C}+\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)+\frac{7}{C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}$$

$$= \frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)+\frac{22}{3C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}$$

(B22a)

$$\left(\frac{\partial z}{\partial C}\bigg|_{G=C-c}\right)^2 = \left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)+\frac{22}{3C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)^2$$

$$= \left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)^2+\frac{2c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\left(\frac{22}{3C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)$$

$$+\left(\frac{22}{3C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)^2$$

(B22b)

$$\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}\bigg|_{G=C-c} = \frac{\partial\left(\frac{1}{3C}+\frac{c}{C^2}\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln(C-c)\right)+(7-\frac{c}{C})\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{C-c}\right)\right)}{\partial C}$$

$$= -\frac{1}{3C^2}-\frac{2c}{C^3}\left(\ln q-\ln q_s+\ln C-\ln(C-c)\right)+\frac{c}{C^2}\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{C-c}\right)$$

$$+(7-\frac{c}{C})\left(\frac{-1}{C^2}+\frac{1}{(C-c)^2}\right)+\frac{c}{C^2}\left(\frac{1}{C}-\frac{1}{C-c}\right)$$

$$= -\frac{1}{3C^2}-\frac{2c}{C^3}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)-\frac{7}{C^2}+\frac{c}{C^3}+\frac{7}{(C-c)^2}-\frac{c}{(C-c)^2 C}$$

$$+\frac{2c}{C^3}-\frac{2c}{(C-c)C^2}$$

$$= -\frac{2c}{C^3}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)-\frac{22}{3C^2}+\frac{3c}{C^3}+\frac{7}{(C-c)^2}-\frac{3c}{(C-c)^2 C}$$

(B22c)

Addiert man die Gln.B22b und B22c, dann erhält man

$$\left[\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}\right]\Bigg|_{G=C-m}$$

$$=\left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)^2+\frac{2c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\left(\frac{22}{3C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)$$
$$+\left(\frac{22}{3C}-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)^2$$
$$-\frac{2c}{C^3}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)-\frac{22}{3C^2}+\frac{3c}{C^3}+\frac{7}{(C-c)^2}-\frac{3c}{(C-c)^2C}$$

$$=\left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)^2$$
$$+\left(-\frac{2c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)\left(-\frac{22}{3C}+\frac{c}{C^2}+\frac{7}{C-c}-\frac{c}{(C-c)C}+\frac{1}{C}\right)+\left(\frac{22}{3C}\right)^2$$
$$+2\left(-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)\frac{22}{3C}+\left(-\frac{c}{C^2}-\frac{7}{C-c}+\frac{c}{(C-c)C}\right)^2$$
$$-\frac{22}{3C^2}+\frac{3c}{C^3}+\frac{7}{(C-c)^2}-\frac{3c}{(C-c)^2C}$$

$$=\left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)^2+\frac{3c}{C^3}$$
$$+\left(-\frac{2c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{-22(C-c)C+3c(C-c)+21C^2-3cC+3(C-c)C}{3C^2(C-c)}\right)$$
$$+\left[\left(\frac{22}{3C}\right)^2-\frac{22}{3C^2}\right]+\left[\frac{44c}{3(C-c)C^2}-\left(\frac{c}{C^2}+\frac{7}{C-c}\right)\frac{44}{3C}\right]$$
$$+\left[\left(\frac{c}{C^2}+\frac{7}{C-c}\right)^2-2\left(\frac{c}{C^2}+\frac{7}{C-c}\right)\frac{c}{(C-c)C}\right]$$
$$+\left[\left(\frac{c}{(C-c)C}\right)^2+\frac{7}{(C-c)^2}-\frac{3c}{(C-c)^2C}\right]$$

$$
\begin{aligned}
&=\left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)^2+\frac{3c}{C^3}\\
&\quad+\left(-\frac{2c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{16cC+3c(C-c)+2C^2}{3C^2(C-c)}\right)\\
&\quad+\left[\frac{418}{9C^2}\right]+\left[\frac{44}{3(C-c)C^2}\left(\frac{cC-(C-c)c+7C^2}{C}\right)\right]\\
&\quad+\left[\left(\frac{(C-c)c+7C^2}{C^2(C-c)}\right)\left(\frac{c}{C^2}+\frac{7}{C-c}-\frac{2c}{(C-c)C}\right)\right]\\
&\quad+\left[\left(\frac{1}{(C-c)^2}\right)\left(\frac{c^2}{C^2}+7-\frac{3c}{C}\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&=\left(\frac{c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)\right)^2+\frac{3c}{C^3}\\
&\quad+\left(-\frac{2c}{C^2}\ln\left(\frac{qC}{q_sG}\right)\right)\left(\frac{16cC+3c(C-c)+2C^2}{3C^2(C-c)}\right)\\
&\quad+\left[\frac{418}{9C^2}\right]+\left[\frac{44}{3(C-c)C^2}\left(\frac{c^2+7C^2}{C}\right)\right]\\
&\quad+\left[\left(\frac{(C-c)c+7C^2}{C^2(C-c)}\right)\left(\frac{7C^2-cC-c^2}{C^2(C-c)}\right)\right]\\
&\quad+\left[\left(\frac{c}{(C-c)^2}\right)\left(\frac{7C^2-3cC+c^2}{C^2}\right)\right]\\
&>0
\end{aligned}
$$

(B22d)

Weil $W^*_{II,2}>0$ erhält man laut Ansatz B7 dann

$$\frac{\partial W_{II,2}}{\partial C^2}\bigg|_{G=C-c}>0$$

Demnach ist die Funktion von $W^*_{II,2}$ bei *G*=*C*-m zu *C* konvex und die Funktion von $W_{II,2}$ bei *G*=*C*-m zu *C* konkav.

Da der Korrekturterm der Wartezeit zweiter Art (Gl.B18) sowohl zu *G* als auch zu *C* konkav ist, muß man hier noch nachweisen, ob die Summe $W_{II,1}+W_{II,2}$ zu *G* und zu *C* konvex ist. D.h.: man muß noch nachweisen, daß

$$\frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial G^2}+\frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial G^2}=\frac{d^2W_{II,1}}{dx^2}\cdot\left(\frac{\partial x}{\partial G}\right)^2+\frac{dW_{II,1}}{dx}\cdot\frac{\partial^2 x}{\partial G^2}+W_{II,2}\cdot\left[\left(\frac{\partial(\ln(W_{II,2}))}{\partial G}\right)^2+\frac{\partial^2(\ln(W_{II,2}))}{\partial G^2}\right]>0$$

(B23a)

$$\frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial C^2}+\frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial C^2}=\frac{d^2 W_{II,1}}{dx^2}\cdot\left(\frac{\partial x}{\partial C}\right)^2+\frac{dW_{II,1}}{dx}\cdot\frac{\partial^2 x}{\partial C^2}+W_{II,2}\cdot\left[\left(\frac{\partial(\ln(W_{II,2}))}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2(\ln(W_{II,2}))}{\partial C^2}\right]>0$$

(B23b)

und

$$\left(\frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial C^2}+\frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial C^2}\right)\Bigg|_{G=C-c}=\left(\frac{d^2 W_{II,1}}{dx^2}\cdot\left(\frac{\partial x}{\partial C}\right)^2+\frac{dW_{II,1}}{dx}\cdot\frac{\partial^2 x}{\partial C^2}+W_{II,2}\cdot\left[\left(\frac{\partial(\ln(W_{II,2}))}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2(\ln(W_{II,2}))}{\partial C^2}\right]\right)\Bigg|_{G=C-c}>0$$

(B23c)

ist. Dies ist analytisch sehr schwierig und wird hier deswegen nur numerisch punktuell geprüft. Für die Datenbereiche $0.01 \le x \le 0.99$ mit der Schrittweite = 0.01, $1\text{s} \le G \le 90\text{s}$ mit der Schrittweite = 1s und $40\text{s} \le C \le 120\text{s}$ mit der Schrittweite = 1s wurden die Prüfungen durchgeführt. In dem vorgewählten Datenumfang konnte keine Gegenaussage gefunden werden. D.h.: In dem untersuchten Bereich ist

$$\frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial G^2}+\frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial G^2}>0,\ \frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial C^2}+\frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial C^2}>0 \text{ und } \left(\frac{d^2 W_{II,1}}{dC^2}+\frac{d^2 W_{II,2}}{dC^2}\right)\Bigg|_{G=C-m}>0\ .$$

stets erfüllt. Die Tab.B1, B2 und B3 am Ende dieses Anhangs zeigen Ausschnitte aus den umfangreichen Prüfungsergebnissen.

Demnach kann man davon ausgehen, die Wartezeit zweiter Art nach Webster sowohl zu G als auch zu C konvex ist und die Behauptung 4 für die Wartezeit zweiter Art W_{II} zutrifft..

Nach Miller

Die Wartezeit zweiter Art lautet nach Miller (1968)

$$W_{II}=\frac{1-\frac{G}{C}}{2(1-\frac{q}{q_s})}\cdot\frac{\exp\left(-1.33\sqrt{q_s G}\cdot\frac{1-x}{x}\right)}{q(1-x)} \qquad \textbf{(B24)}$$

Setzt man

$$
\begin{aligned}
z &= \ln(W_{II}) \\
&= \ln\left(1-\frac{G}{C}\right)-\ln\left(2\left(1-\frac{q}{q_s}\right)\right)+(-1.33\sqrt{q_s G}\,\frac{1-x}{x})-\ln\big(q(1-x)\big) \\
&= \ln(C-G)-\ln(C)-1.33\sqrt{q_s G}\left(\frac{1-x}{x}\right)-\ln(1-x)+\left[-\ln\left(2\left(1-\frac{q}{q_s}\right)\right)-\ln(q)\right] \\
&= \ln(C-G)-\ln(C)-1.33\sqrt{q_s G}\,\frac{1-x}{x}-\ln(1-x)+\text{const.} \\
&= \ln(C-G)-\ln(C)-1.33\sqrt{q_s G}\,\frac{1-\frac{qC}{q_s G}}{\frac{qC}{q_s G}}-\ln\left(1-\frac{qC}{q_s G}\right)+\text{const.} \\
&= \ln(C-G)-\ln(C)-\frac{1.33 q_s^{\frac{3}{2}} G^{\frac{3}{2}}}{qC}+1.33 q_s^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}}-\ln\left(1-\frac{qC}{q_s G}\right)+\text{const.}
\end{aligned}
$$

(B24a)

erhält man

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial G} &= \frac{-1}{C-G}-\frac{3\cdot 1.33 q_s^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1}{2}}}{2qC}+\frac{1}{2}\cdot 1.33 q_s^{\frac{1}{2}} G^{\frac{-1}{2}}-\frac{q_s}{q_s G-qC}+\frac{q_s}{q_s G} \\
&= -\left(\frac{1}{C-G}+\frac{3\cdot 1.33 q_s^{\frac{3}{2}} G-1.33 q_s^{\frac{1}{2}} qC}{2qCG^{\frac{1}{2}}}+\frac{q_s(q_s G-(q_s G-qC))}{(q_s G-qC)(q_s G)}\right) \qquad \textbf{(B24b)} \\
&= -\left(\frac{1}{C-G}+\frac{1.33 q_s^{\frac{1}{2}}(3q_s G-qC)}{2qCG^{\frac{1}{2}}}+\frac{q_s qC}{(q_s G-qC)(q_s G)}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 z}{\partial G^2} &= \frac{-1}{(C-G)^2}+\frac{3\cdot 1.33 q_s^{\frac{3}{2}} G^{\frac{-1}{2}}}{4qC}-\frac{1}{4}\cdot 1.33 q_s^{\frac{1}{2}} G^{\frac{-3}{2}}+\frac{q_s^{\,2}}{(q_s G-qC)^2}+\frac{q_s^{\,2}}{(q_s G)^2} \\
&= \frac{-1}{(C-G)^2}+\frac{3\cdot 1.33 q_s^{\frac{3}{2}} G-1.33 q_s^{\frac{1}{2}} qC}{4qCG^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_s^{\,2}((q_s G)^2-(q_s G-qC)^2)}{(q_s G-qC)^2(q_s G)^2} \\
&= \frac{-1}{(C-G)^2}+\frac{1.33 q_s^{\frac{1}{2}}(3q_s G-qC)}{4qCG^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_s^{\,2}(2q_s GqC)}{(q_s G-qC)^2(q_s G)^2}-\frac{q_s^{\,2}(qC)^2}{(q_s G-qC)^2(q_s G)^2}
\end{aligned}
$$

(B24c)

und

$$\left(\frac{\partial z}{\partial G}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial G^2}=\left[(-1)^2\left(\frac{1}{C-G}+\frac{1.33q_s^{\frac{1}{2}}(3q_sG-qC)}{2qCG^{\frac{1}{2}}}+\frac{q_sqC}{(q_sG-qC)(q_sG)}\right)^2\right]$$
$$+\left[\frac{-1}{(C-G)^2}+\frac{1.33q_s^{\frac{1}{2}}(3q_sG-qC)}{4qCG^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_s^{\,2}(2q_sGqC)}{(q_sG-qC)^2(q_sG)^2}-\frac{q_s^{\,2}(qC)^2}{(q_sG-qC)^2(q_sG)^2}\right]$$

(B24d)

Beachtet man die Entwicklung der Funktion

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$

erhält man dann

$$\left(\frac{\partial z}{\partial G}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial G^2}=\left(\frac{1.33q_s^{\frac{1}{2}}(3q_sG-qC)}{2qCG^{\frac{1}{2}}}\right)^2+\frac{2}{C-G}\frac{1.33q_s^{\frac{1}{2}}(3q_sG-qC)}{2qCG^{\frac{1}{2}}}+\frac{2}{C-G}\frac{q_sqC}{(q_sG-qC)(q_sG)}$$
$$+\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{1}{2}}(3q_sG-qC)}{2qCG^{\frac{1}{2}}}\frac{q_sqC}{(q_sG-qC)(q_sG)}+\frac{1.33q_s^{\frac{1}{2}}(3q_sG-qC)}{4qCG^{\frac{3}{2}}}+\frac{q_s^{\,2}(2q_sGqC)}{(q_sG-qC)^2(q_sG)^2}$$
$$>0$$

(B24e)

Analog erhält man auch

$$\frac{\partial z}{\partial C}=\frac{1}{C-G}-\frac{1}{C}+\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2}+\frac{q}{q_sG-qC}$$
$$=\frac{G}{(C-G)C}+\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2}+\frac{q}{q_sG-qC} \qquad \textbf{(B25a)}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}=\frac{-1}{(C-G)^2}+\frac{1}{C^2}-\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}-\frac{q^2}{(q_sG-qC)^2}$$
$$=\frac{-G^2+(C-G)^2}{(C-G)^2C^2}-\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}-\frac{q^2}{(q_sG-qC)^2} \qquad \textbf{(B25b)}$$

und

$$\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}=\left[\frac{G}{(C-G)C}+\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2}+\frac{q}{q_sG-qC}\right]^2$$
$$+\frac{-G^2+(C-G)^2}{(C-G)^2C^2}-\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}-\frac{q^2}{(q_sG-qC)^2} \qquad \textbf{(B25c)}$$

nach der Umformung erhält man

$$\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}=\left(\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2}\right)^2+\frac{2G}{(C-G)C}\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2}+\frac{2G}{(C-G)C}\frac{q}{q_sG-qC}$$
$$+\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2}\frac{q}{q_sG-qC}+\frac{1}{C^2}-\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}$$
$$=\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{2qC}\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}+\frac{G}{(C-G)}\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2C}+\frac{2G}{(C-G)C}\frac{q}{q_sG-qC}$$
$$+\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^2C}\frac{qC}{q_sG-qC}-\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}+\frac{1}{C^2}$$
$$=\left(\frac{1.33\sqrt{q_sG}}{2\frac{qC}{q_sG}}-1+\frac{G}{(C-G)}+\frac{qC}{q_sG-qC}\right)\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}G^{\frac{3}{2}}}{qC^3}+\frac{2G}{(C-G)C}\frac{q}{q_sG-qC}+\frac{1}{C^2}$$

(B25d)

Diese Gleichung ist mindestens für

$$\frac{1.33\sqrt{q_sG}}{2\frac{qC}{q_sG}}-1>0$$

größer als null. D.h., für

$$q_sG>\left(\frac{2\frac{qC}{q_sG}}{1.33}\right)^2=\left(\frac{2x}{1.33}\right)^2<\left(\frac{2}{1.33}\right)^2=2.26$$

ist

$$\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}>0$$

Demnach ist die Funktion von W_{II} zu C mindestens bei $q_sG>2.26$ konvex.

Die erste Ableitung von W_{II} nach C mit $G=C\text{-}c$ lautet

$$\frac{dz}{dC}\Big|_{G=C-c} = \frac{d}{dC}\left(\ln(C-C-c))-\ln(C)-\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{3}{2}}}{qC}+1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}-\ln\left(1-\frac{qC}{q_s(C-c)}\right)+\text{const.}\right)$$

$$=\frac{d}{dC}\left(\ln(-c)-\ln(C)-\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{3}{2}}}{qC}+1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}-\ln(q_s(C-c)-qC)+\ln(q_s(C-c))+\text{const.}\right)$$

$$=\frac{d}{dC}\left(\ln(-c)-\ln(C)-\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{3}{2}}}{qC}+1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}-\ln((q_s-q)C-c)+\ln(q_s)+\ln(C-c)+\text{const.}\right)$$

$$=-\frac{1}{C}+\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{3}{2}}}{qC^2}-\frac{3}{2}\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}}{qC}+\frac{1}{2}1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}-\frac{(q_s-q)}{(q_s-q)C-c}+\frac{1}{(C-c)}$$

$$=1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{q_s(C-c)^2}{qC^2}-\frac{3}{2}\frac{q_s(C-c)}{qC}+\frac{1}{2}\right)-\frac{(q_s-q)}{(q_s-q)C-c}+\frac{1}{(C-c)}-\frac{1}{C}$$

(B26a)

Die zweite Ableitung von W_{II} nach C mit $G=C\text{-}c$ lautet

$$\frac{d^2z}{dC^2}\Big|_{G=C-c} = \frac{d}{dC}\left(-\frac{1}{C}+\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{3}{2}}}{qC^2}-\frac{3}{2}\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}}{qC}+\frac{1}{2}1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}-\frac{(q_s-q)}{(q_s-q)C-c}+\frac{1}{(C-c)}\right)$$

$$=\frac{1}{C^2}-\frac{2\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{3}{2}}}{qC^3}+\frac{3}{2}\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}}{qC^2}+\frac{3\cdot 1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{\frac{1}{2}}}{qC^2}-\frac{3}{4}\frac{1.33q_s^{\frac{3}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}}{qC}$$
$$-\frac{1}{4}1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{3}{2}}+\frac{(q_s-q)^2}{((q_s-q)C-c)^2}-\frac{1}{(C-c)^2}$$

$$=1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}\left(-\frac{2\cdot q_s(C-c)^2}{qC^3}+\frac{3}{2}\frac{q_s(C-c)}{qC^2}+\frac{3\cdot q_s(C-c)}{qC^2}-\frac{3}{4}\frac{q_s}{qC}-\frac{1}{4}(C-c)^{-1}\right)$$
$$+\frac{(q_s-q)^2}{((q_s-q)C-c)^2}-\frac{1}{(C-c)^2}+\frac{1}{C^2}$$

(B26b)

und

$$\left[\left(\frac{\partial z}{\partial C}\right)^2+\frac{\partial^2 z}{\partial C^2}\right]\Big|_{G=C-c} = \left[1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{q_s(C-c)^2}{qC^2}-\frac{3}{2}\frac{q_s(C-c)}{qC}+\frac{1}{2}\right)-\frac{(q_s-q)}{(q_s-q)C-c}+\frac{1}{(C-c)}-\frac{1}{C}\right]^2$$
$$+1.33q_s^{\frac{1}{2}}(C-c)^{-\frac{1}{2}}\left(-\frac{2\cdot q_s(C-c)^2}{qC^3}+\frac{3}{2}\frac{q_s(C-c)}{qC^2}+\frac{3\cdot q_s(C-c)}{qC^2}-\frac{3}{4}\frac{q_s}{qC}-\frac{1}{4}(C-c)^{-1}\right)$$
$$+\frac{(q_s-q)^2}{((q_s-q)C-c)^2}-\frac{1}{(C-c)^2}+\frac{1}{C^2}$$

(B26c)

Es ist analytisch nicht leicht festzustellen, ob die Gl.B26c immer positiv ist. Eine numerische Prüfung mit umfangreichen Daten liefert auch keinen Gegennachweis, daß

$$\frac{d^2W_{II}}{dC^2}\Big|_{G=C-c} > 0$$

nicht gegeben ist (Tab.B4 am Ende diese Anhangs). Demnach kann man davon ausgehen, daß die Wartezeit zweiter Art nach Miller bei q_sG>2.26 sowohl zu G als auch zu C konvex ist und die Behauptung 4 für die Wartezeit zweiter Art W_{II} nach Miller zutrifft..

B4. Wartezeit zweiter Art unter instationärem Verkehr

Die Wartezeit weiter Art unter instationärem Verkehr wird anhand der Transformationstechnik ermittelt. Das Prinzip der Transformation wurde im Zusammenhang des Ansatzes A4 erläutert. Es gibt zwei verschiedene Methoden der Transformation zur Ermittlung der Wartezeiten zweiter Art unter instationärem Verkehr. Bei der ersten Methode wird die Wartezeit direkt transformiert (Kimber-Hollis), bei der zweiten wird zuerst die Rückstaulänge transformiert und dann die Wartezeit aus der Rückstaulänge berechnet (Akcelik, Wu).

<u>Nach Kimber-Hollis</u>

Die allgemeine Form der Wartezeitformel nach Kimbel-Hollis (1979) lautet

$$\begin{aligned}
W_{II} &= \frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(\frac{T}{2}(1-x)-\frac{1}{Q}(L_0-C_0)\right)^2+\frac{2C_0T}{Q}(x+\frac{2L_0}{QT})}-\left(\frac{T}{2}(1-x)-\frac{1}{Q}(L_0-C_0)\right)\right] \\
&= \frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(\frac{T}{2}(1-x)-\frac{x}{q}(L_0-C_0)\right)^2+\frac{2C_0T}{q}x(x+\frac{2L_0x}{qT})}-\left(\frac{T}{2}(1-x)-\frac{x}{q}(L_0-C_0)\right)\right] \\
&= \frac{T}{4}\left[\sqrt{\left(1-x\left(1+\frac{2(L_0-C_0)}{qT}\right)\right)^2+\frac{8C_0}{qT}x^2(1+\frac{2L_0}{qT})}-\left(1-x\left(1+\frac{2(L_0-C_0)}{qT}\right)\right)\right]
\end{aligned}$$

(B27)

Die Gl.B27 entspricht der Standardform des Ansatzes A6. Sie erfüllt die Bedingungen des Ansatzes A6 uneingeschränkt. Demnach sind beide Gleichungen zu x monoton steigend und konvex.

Laut Ansatz A5 ist dann Gl.B27 zu G und zu C konvex und die Behauptung A4 trifft für die Gl.B27 zu.

<u>Nach Akcelik und Wu</u>

Die Wartezeit zweiter Art nach Akcelik (1980) und Wu (1990) hat die allgemeine Form

$$W_{II} = \frac{N_0(G,C)}{Q} = \frac{N_0(G,C)}{\frac{q_sG}{C}} = \frac{N_0(G,C)C}{q_sG} = \frac{N_0}{q}\cdot x \tag{B28}$$

mit

N_0= mittlere Rückstaulänge am Grünende

N_0 kann verallgemeinert in folgender Form dargestellt werden:

$$N_0 = \begin{cases} \dfrac{QT}{4}\left[kx - 1 + \sqrt{(kx-1)^2 + \dfrac{12(kx - x_0)}{QT}} \right] & x > x_0 \\ 0 & sonst \end{cases} \tag{B28a}$$

mit

$$x_0 = l + \frac{q_s G}{m} \tag{B28b}$$

wobei k, l, m = const. ($1 \le k \le 1.2$, $0.5 \le l \le 0.8$, $500 \le m \le 1000$)

Setzt man N_0 in die Gl.B28 ein und betrachtet man die Beziehung $x = \dfrac{q}{Q}$, dann erhält man die allgemeine Form für die mittlere Wartezeit zweiter Art nach Akcelik und Wu

$$W_{II} = \begin{cases} \dfrac{T}{4}\left[kx - 1 + \sqrt{(kx-1)^2 + \dfrac{12x(kx - l - \frac{qC}{xm})}{qT}} \right] & x > x_0 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{T}{4}\left[kx - 1 + \sqrt{(kx-1)^2 + \dfrac{12}{qT}x\big(kx - l\big) + (-\dfrac{12C}{mT})} \right] & x > x_0 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

$$= f(x, C) \tag{B28c}$$

oder

$$W_{II} = \begin{cases} \dfrac{T}{4}\left[kx - 1 + \sqrt{(kx-1)^2 + \dfrac{12x(kx - l - \frac{q_s G}{m})}{qT}} \right] & x > x_0 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \dfrac{T}{4}\left[kx - 1 + \sqrt{(kx-1)^2 + \dfrac{12}{qT}x\left(kx - (l + \dfrac{q_s G}{m}) \right)} \right] & x > x_0 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

$$= f(x, G) \tag{B28d}$$

Die Gl.B28c und B28d zeigen, daß die mittlere Wartezeit zweiter Art nach Akcelik oder nach Wu in einer Form dargestellt werden kann, die die Parameter G bzw. C nur implizit enthält.

Beide Gleichungen erfüllen die Bedingungen des Ansatzes A6 uneingeschränkt. Demnach sind beide Gleichungen zu x monoton steigend und konvex.

Dann ist laut Ansatz A5 W_{II} zu G und zu C konvex.

Es ist analytisch nicht leicht festzustellen, ob für die Gl.B28 die Behauptung 4 zutrifft. Eine numerische Prüfung mit umfangreichen Daten liefert auch keinen Gegennachweis, daß

$$\left.\frac{d^2W_{II}}{dC^2}\right|_{G=C-c} \geq 0$$

nicht gegeben ist (Tab.B5 am Ende dieses Anhangs). Demnach kann man davon ausgehen, daß die Wartezeit zweiter Art nach Akcelik und Wu sowohl zu G als auch zu C konvex ist und die Behauptung 4 für die Wartezeit zweiter Art W_{II} nach Akcelik und Wu zutrifft..

B5. Zielfunktion zur Maximierung der Leistungsfähigkeit

Die Zielfunktion zur Maximierung der Leistungsfähigkeit lautet nach der Gl.3-7

$$U = \frac{G}{m_p - 1} \cdot (x)^{m_p} - \frac{C}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \qquad \textbf{(B29)}$$

mit

x = Auslastungsgrad ($0 \leq x \leq 1$)

$= \dfrac{qC}{q_s G}$

m_p = konstant

Die erste partielle Ableitung von U nach G lautet

$$\frac{\partial U}{\partial G} = \frac{\partial\left(\frac{G}{m_p-1}\cdot(x)^{m_p} - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{\partial G}$$

$$= \frac{\partial\left(\frac{G}{m_p-1}\cdot(\frac{qC}{q_s G})^{m_p} - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{\partial G} \qquad \textbf{(B29a)}$$

$$= -(x)^{m_p}$$

Die zweite partielle Ableitung von U nach G lautet

$$\frac{\partial^2 U}{\partial G^2} = \frac{\partial\left(-(\frac{qC}{q_s G})^{m_p}\right)}{\partial G}$$

$$= -m_p (x)^{m_p - 1}(-\frac{qC}{q_s G^2}) \qquad \textbf{(B29b)}$$

$$= \frac{m_p}{C}(x)^{m_p + 1} > 0$$

Die erste partielle Ableitung von *U* nach *C* lautet

$$\frac{\partial U}{\partial C} = \frac{\partial\left(\frac{G}{m_p - 1}\cdot(x)^{m_p} - \frac{C}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{\partial C}$$

$$= \frac{\partial\left(\frac{G}{m_p - 1}\cdot(\frac{qC}{q_s G})^{m_p} - \frac{C}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{\partial C}$$

$$= \frac{G}{m_p - 1}\cdot m_p \cdot (\frac{qC}{q_s G})^{m_p - 1}\cdot\frac{q}{q_s G} - \frac{1}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \qquad \textbf{(B29c)}$$

$$= \frac{m_p}{m_p - 1}(\frac{qC}{q_s G})^{m_p - 1}\cdot\frac{q}{q_s} - \frac{1}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}$$

$$= \frac{m_p}{m_p - 1}\frac{G}{C}\cdot(x)^{m_p} - \frac{1}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}$$

Die zweite partielle Ableitung von *U* nach *C* lautet

$$\frac{\partial^2 U}{\partial C^2} = \frac{\partial\left(= \frac{m_p}{m_p - 1}(\frac{qC}{q_s G})^{m_p - 1}\cdot\frac{q}{q_s} - \frac{1}{m_p - 1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{\partial C}$$

$$= m_p \cdot \left(\frac{qC}{q_s G}\right)^{m_p - 2}\cdot\frac{q}{q_s G} \qquad \textbf{(B29d)}$$

$$= \frac{m_p}{C}(x)^{m_p - 1} > 0$$

Demnach ist *U* zu *G* und zu *C* streng konvex.

Die zweite gemischte partielle Ableitung von *U* nach *G* und *G* lautet

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U}{\partial G \partial C} &= \frac{\partial\left(-(x)^{m_p}\right)}{\partial C} \\ &= \frac{\partial\left(-(\frac{qC}{q_s G})^{m_p}\right)}{\partial C} \\ &= -m_p \cdot (\frac{qC}{q_s G})^{m_p-1} \cdot \frac{q}{q_s G} \\ &= -\frac{m_p}{C} \cdot (x)^{m_p} < 0\end{aligned} \qquad \textbf{(B29e)}$$

Demnach ist die Gl.B29 zur Ebene *G*-*C* nicht konvex.

Bei der Bedingung, daß *G*=*C*-*c* (c=const.) erhält man

$$\begin{aligned}U &= \frac{G}{m_p-1} \cdot (x)^{m_p} - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \\ &= \frac{G}{m_p-1}(\frac{qC}{q_s G})^{m_p} - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \\ &= \frac{(C-c)}{m_p-1}(\frac{qC}{q_s(C-c)})^{m_p} - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \\ &= \frac{(C-c)}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}(1+\frac{C}{(C-c)})^{m_p} - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \\ &= \frac{1}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}\left((C-c)^{m_p} + c(C-c)^{m_p-1}\right) - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\end{aligned} \qquad \textbf{(B29f)}$$

Die erste Ableitung von *U* nach *C* lautet

$$\begin{aligned}\frac{dU}{dC} &= \frac{d\left(\frac{1}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}\left((C-c)^{m_p} + c(C-c)^{m_p-1}\right) - \frac{C}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{dC} \\ &= \frac{1}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}\left(m_p \cdot (C-c)^{m_p-1} + c(m_p-1)(C-c)^{m_p-2}\right) - \frac{1}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p} \\ &= \frac{1}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}(C-c)^{m_p-1}\left(m_p + \frac{c(m_p-1)}{(C-c)}\right) - \frac{1}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\end{aligned}$$

(B29g)

Die zweite Ableitung von *U* nach *C* lautet

$$\frac{d^2U}{dC^2} = \frac{d\left(\frac{1}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}(C-c)^{m_p-1}\left(m_p+\frac{c(m_p-1)}{(C-c)}\right)-\frac{1}{m_p-1}\left(\frac{q}{q_s}\right)^{m_p}\right)}{dC}$$

$$= \frac{1}{m_p-1}(\frac{q}{q_s})^{m_p}\left(m_p(m_p-1)\cdot(C-c)^{m_p-2}+c(m_p-1)(m_p-2)(C-c)^{m_p-3}\right)$$

$$= (\frac{q}{q_s})^{m_p}(C-c)^{m_p-2}\left(m_p+\frac{c(m_p-2)}{(C-c)}\right) > 0$$

(B29h)

Demnach trifft die Behauptung 4 für *U* zu.

U erfüllt alle Bedingungen des Ansatzes A2.

B6. Allgemeine Eigenschaften der Wartezeiten- und Leistungsfähigkeitsfunktionen

Die Eigenschaften der bekannten Wartezeitenfunktionen können wie folgt zusammengefaßt werden:

- Die Wartezeitenfunktionen sind zur Grünzeit *G* und zur Umlaufzeit *C* konvex.
- Die Wartezeitenfunktionen sind zur Ebene *C*-*G* nicht konvex.
- Die Behauptung 3 trifft für alle Wartezeitfunktionen zu.

Ferner kann festgestellt werden:

- Eine transformierte Funktion zur Berechnung der Wartezeiten unter instationärem Verkehr ist dann zum Auslastungsgrad *x* monoton steigend und konvex, wenn die der Transformation zugrunde liegenden Funktionen zur Berechnung der Wartezeiten unter stationärem und unter deterministischem Verkehr zum Auslastungsgrad *x* monoton steigend und konvex sind.
- Wenn eine Wartezeitfunktion zum Auslastungsgrad *x* monoton steigend und konvex ist, dann ist diese Funktion auch zur Grünzeit *G* und zur Umlaufzeit *C* konvex. Und die Behauptung 3 trifft für diese Funktion zu.

Tab.B1:

Werte für $\frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial G^2} + \frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial G^2}$ mit q=0.2 Fz/s und q_s=0.5 Fz/s für die Formel von Webster

C / G	45	50	55	60	65	70	75	85	90
19	15.2023	-	-	-	-	-	-	-	-
20	3.9115	-	-	-	-	-	-	-	-
21	1.6290	16.8445	-	-	-	-	-	-	-
22	0.8530	4.3118	-	-	-	-	-	-	-
23	0.5109	1.7852	18.4909	-	-	-	-	-	-
24	0.3335	0.9302	4.7143	-	-	-	-	-	-
25	0.2309	0.5554	1.9423	20.1407	-	-	-	-	-
26	0.1666	0.3623	1.0074	5.1188	-	-	-	-	-
27	0.1239	0.2512	0.5993	2.1003	21.7932	-	-	-	-
28	0.0942	0.1819	0.3902	1.0848	5.5249	-	-	-	-
29	0.0729	0.1360	0.2705	0.6431	2.2592	23.4478	-	-	-
30	0.0573	0.1042	0.1962	0.4178	1.1626	5.9323	-	-	-
31	0.0455	0.0813	0.1472	0.2893	0.6869	2.4189	25.1041	-	-
32	0.0364	0.0644	0.1133	0.2099	0.4450	1.2408	6.3409	-	-
33	0.0295	0.0516	0.0889	0.1577	0.3077	0.7308	2.5794	-	-
34	0.0240	0.0417	0.0708	0.1217	0.2232	0.4723	1.3194	-	-
35	0.0197	0.0340	0.0572	0.0959	0.1678	0.3259	0.7749	28.4208	-
36	0.0162	0.0280	0.0466	0.0768	0.1297	0.2361	0.4995	7.1609	-
37	0.0135	0.0231	0.0383	0.0623	0.1024	0.1775	0.3440	2.9021	30.0806
38	0.0113	0.0193	0.0317	0.0511	0.0823	0.1373	0.2489	1.4777	7.57194
39	0.0095	0.0161	0.0265	0.0423	0.0670	0.1086	0.1870	0.8638	3.06425
40	0.0080	0.0135	0.0222	0.0352	0.0552	0.0874	0.1446	0.5541	1.55742
41	0.0068	0.0114	0.0187	0.0296	0.0459	0.0714	0.1145	0.3801	0.90847
42	0.0058	0.0097	0.0158	0.0249	0.0385	0.0591	0.0923	0.2741	0.58161
43	0.0050	0.0083	0.0134	0.0211	0.0325	0.0493	0.0756	0.2055	0.39819
44	0.0043	0.0071	0.0115	0.0180	0.0275	0.0415	0.0626	0.1588	0.28671
45	0.0037	0.0061	0.0098	0.0154	0.0235	0.0352	0.0525	0.1257	0.21466
46	0.0033	0.0053	0.0085	0.0132	0.0201	0.0300	0.0443	0.1015	0.16573
47	0.0029	0.0046	0.0073	0.0114	0.0173	0.0257	0.0377	0.0833	0.13116
48	0.0025	0.0040	0.0063	0.0099	0.0149	0.0221	0.0322	0.0692	0.10590
49	0.0022	0.0035	0.0055	0.0086	0.0129	0.0191	0.0277	0.0582	0.0869
50	0.0020	0.0031	0.0048	0.0074	0.0112	0.0166	0.0240	0.0494	0.0723

Tab.B2:

Werte für $\frac{\partial^2 W_{II,1}}{\partial C^2} + \frac{\partial^2 W_{II,2}}{\partial C^2}$ mit q=0.2 Fz/s und q_s =0.5 Fz/s für die Formel von Webster

G / C	25	30	35	40	45	50
50	0.2259	0.0383	0.0150	0.0073	0.0038	0.0022
51	0.2916	0.0424	0.0161	0.0078	0.0041	0.0023
52	0.3879	0.0472	0.0174	0.0083	0.0044	0.0025
53	0.5355	0.0528	0.0187	0.0089	0.0047	0.0026
54	0.7739	0.0595	0.0201	0.0095	0.0050	0.0028
55	1.1853	0.0676	0.0217	0.0101	0.0053	0.0030
56	1.9625	0.0776	0.0234	0.0108	0.0057	0.0032
57	3.6275	0.0899	0.0253	0.0115	0.0061	0.0034
58	7.9566	0.1054	0.0274	0.0122	0.0064	0.0036
59	23.8297	0.1253	0.0298	0.0130	0.0068	0.0039
60	166.6868	0.1513	0.0325	0.0139	0.0073	0.0041
61	-	0.1858	0.0356	0.0148	0.0077	0.0043
62	-	0.2327	0.0392	0.0158	0.0081	0.0046
63	-	0.2984	0.0434	0.0168	0.0086	0.0049
64	-	0.3932	0.0483	0.0180	0.0091	0.0051
65	-	0.5354	0.0541	0.0193	0.0096	0.0054
66	-	0.7587	0.0611	0.0206	0.0102	0.0057
67	-	1.1308	0.0695	0.0222	0.0108	0.0060
68	-	1.8005	0.0798	0.0239	0.0114	0.0064
69	-	3.1398	0.0925	0.0258	0.0120	0.0067
70	-	6.2648	0.1085	0.0279	0.0127	0.0070
71	-	15.6399	0.1288	0.0304	0.0135	0.0074
72	-	62.5149	0.1551	0.0331	0.0143	0.0078
73	-	-	0.1898	0.0363	0.0152	0.0082
74	-	-	0.2366	0.0400	0.0161	0.0086
75	-	-	0.3010	0.0443	0.0172	0.0090
76	-	-	0.3926	0.0494	0.0183	0.0095
77	-	-	0.5273	0.0554	0.0196	0.0100
78	-	-	0.7337	0.0625	0.0210	0.0105
79	-	-	1.0672	0.0711	0.0225	0.0111
80	-	-	1.6431	0.0817	0.0242	0.0117
81	-	-	2.7310	0.0947	0.0262	0.0123
82	-	-	5.0620	0.1109	0.0283	0.0130
83	-	-	11.1226	0.1313	0.0308	0.0137
84	-	-	33.3448	0.1577	0.0337	0.0145
85	-	-	233.3448	0.1921	0.0370	0.0154
86	-	-	-	0.2379	0.0407	0.0163
87	-	-	-	0.3004	0.0452	0.0174
88	-	-	-	0.3878	0.0503	0.0185
89	-	-	-	0.5141	0.0565	0.0198
90	-	-	-	0.7036	0.0638	0.0212

Tab.B3:

Werte für $\left(\frac{d^2 W_{II,1}}{dC^2} + \frac{d^2 W_{II,2}}{dC^2} \right) \Bigg|_{G=C-c}$ mit q=0.2 Fz/s und q_s=0.5 Fz/s für die Formel von Webster

c / C	10	15	20	25	30	35	40	45	50
50	0.0014	0.0057	0.0259	0.1975	-	-	-	-	-
51	0.0013	0.0051	0.0220	0.1480	27.8570	-	-	-	-
52	0.0011	0.0045	0.0189	0.1140	7.0106	-	-	-	-
53	0.0010	0.0040	0.0163	0.0898	2.8334	-	-	-	-
54	0.0010	0.0036	0.0141	0.0720	1.4359	-	-	-	-
55	0.0009	0.0033	0.0123	0.0587	0.8336	-	-	-	-
56	0.0008	0.0029	0.0108	0.0484	0.5301	-	-	-	-
57	0.0008	0.0027	0.0095	0.0405	0.3599	-	-	-	-
58	0.0007	0.0024	0.0084	0.0341	0.2567	-	-	-	-
59	0.0006	0.0022	0.0075	0.0291	0.1901	65.6932	-	-	-
60	0.0006	0.0020	0.0067	0.0249	0.1451	11.9901	-	-	-
61	0.0006	0.0018	0.0060	0.0215	0.1135	4.3114	-	-	-
62	0.0005	0.0017	0.0054	0.0187	0.0907	2.0485	-	-	-
63	0.0005	0.0016	0.0048	0.0164	0.0736	1.1403	-	-	-
64	0.0005	0.0014	0.0044	0.0144	0.0606	0.7038	-	-	-
65	0.0004	0.0013	0.0040	0.0127	0.0506	0.4673	-	-	-
66	0.0004	0.0012	0.0036	0.0113	0.0426	0.3275	-	-	-
67	0.0004	0.0011	0.0033	0.0100	0.0363	0.2393	214.345	-	-
68	0.0004	0.0010	0.0030	0.0090	0.0311	0.1808	21.4801	-	-
69	0.0003	0.0010	0.0028	0.0080	0.0269	0.1403	6.6384	-	-
70	0.0003	0.0009	0.0025	0.0072	0.0234	0.1112	2.9240	-	-
71	0.0003	0.0008	0.0023	0.0065	0.0205	0.0899	1.5529	-	-
72	0.0003	0.0008	0.0021	0.0059	0.0180	0.0737	0.9277	-	-
73	0.0003	0.0007	0.0020	0.0054	0.0159	0.0613	0.6012	-	-
74	0.0002	0.0007	0.0018	0.0049	0.0142	0.0516	0.4135	-	-
75	0.0002	0.0006	0.0017	0.0045	0.0126	0.0438	0.2978	-	-
76	0.0002	0.0006	0.0016	0.0041	0.0113	0.0376	0.2223	41.7125	-
77	0.0002	0.0006	0.0015	0.0037	0.0102	0.0324	0.1708	10.4572	-
78	0.0002	0.0005	0.0014	0.0034	0.0092	0.0282	0.1344	4.2027	-
79	0.0002	0.0005	0.0013	0.0032	0.0083	0.0247	0.1079	2.1153	-
80	0.0002	0.0005	0.0012	0.0029	0.0075	0.0217	0.0880	1.2190	-
81	0.0002	0.0005	0.0011	0.0027	0.0068	0.0192	0.0729	0.7696	-
82	0.0002	0.0004	0.0010	0.0025	0.0062	0.0171	0.0611	0.5189	-
83	0.0002	0.0004	0.0010	0.0023	0.0057	0.0153	0.0518	0.3677	-
84	0.0002	0.0004	0.0009	0.0022	0.0052	0.0137	0.0443	0.2710	93.7914
85	0.0001	0.0004	0.0009	0.0020	0.0048	0.0123	0.0382	0.2060	17.0822
86	0.0001	0.0003	0.0008	0.0019	0.0044	0.0111	0.0332	0.1607	6.1206
87	0.0001	0.0003	0.0008	0.0017	0.0041	0.0101	0.0290	0.1281	2.8943
88	0.0001	0.0003	0.0007	0.0016	0.0037	0.0091	0.0255	0.1039	1.6022
89	0.0001	0.0003	0.0007	0.0015	0.0035	0.0083	0.0226	0.0856	0.9831
90	0.0001	0.0003	0.0006	0.0014	0.0032	0.0076	0.0201	0.0715	0.6488

Tab.B4:

Werte für $\left.\frac{d^2W_{II}}{dC^2}\right|_{G=C-c}$ mit q=0.2 Fz/s und q_s =0.5 Fz/s für die Formel von Miller

c / C	5	10	15	20	25	35	40	45	50
50	5.22E-6	0.0001	0.0012	0.0125	0.1630	-	-	-	-
51	4.42E-6	8.31E-5	0.0010	0.0099	0.1170	-	-	-	-
52	3.75E-6	6.92E-5	0.0008	0.00799	0.0860	-	-	-	-
53	3.19E-6	5.78E-5	0.0007	0.0064	0.0645	-	-	-	-
54	2.72E-6	4.84E-5	0.0006	0.0051	0.0491	-	-	-	-
55	2.32E-6	4.06E-5	0.0005	0.0042	0.0379	-	-	-	-
56	1.99E-6	3.42E-5	0.0004	0.0034	0.0296	-	-	-	-
57	1.71E-6	2.88E-5	0.0003	0.0028	0.0233	-	-	-	-
58	1.47E-6	2.44E-5	0.0003	0.0023	0.0185	-	-	-	-
59	1.26E-6	2.07E-5	0.0002	0.0019	0.0148	65.6273	-	-	-
60	1.09E-6	1.76E-5	0.0002	0.0016	0.0120	11.9308	-	-	-
61	9.47E-7	1.50E-5	0.0002	0.0013	0.0097	4.2577	-	-	-
62	8.21E-7	1.28E-5	0.0001	0.0011	0.0079	1.9996	-	-	-
63	7.13E-7	1.09E-5	0.0001	0.0009	0.0065	1.0957	-	-	-
64	6.20E-7	9.36E-6	9.33E-5	0.0007	0.0053	0.6630	-	-	-
65	5.40E-7	8.04E-6	7.92E-5	0.0006	0.0044	0.4298	-	-	-
66	4.71E-7	6.91E-6	6.72E-5	0.0005	0.0036	0.2931	-	-	-
67	4.11E-7	5.96E-6	5.73E-5	0.0004	0.0030	0.2076	214.286	-	-
68	3.60E-7	5.14E-6	4.89E-5	0.0004	0.0025	0.1516	21.4259	-	-
69	3.15E-7	4.45E-6	4.18E-5	0.0003	0.0021	0.1133	6.5886	-	-
70	2.77E-7	3.85E-6	3.58E-5	0.0003	0.0018	0.0864	2.8782	-	-
71	2.43E-7	3.34E-6	3.08E-5	0.0002	0.0013	0.0669	1.5105	-	-
72	2.14E-7	2.90E-6	2.64E-5	0.0002	0.0013	0.0525	0.8885	-	-
73	1.88E-7	2.53E-6	2.28E-5	0.0002	0.0011	0.0417	0.5649	-	-
74	1.66E-7	2.20E-6	1.96E-5	0.0001	0.0009	0.0334	0.3799	-	-
75	1.47E-7	1.92E-6	1.70E-5	0.0001	0.0008	0.0270	0.2665	-	-
76	1.30E-7	1.68E-6	1.47E-5	0.0001	0.0006	0.02199	0.1932	41.6626	-
77	1.15E-7	1.47E-6	1.27E-5	8.97E-5	0.0006	0.0180	0.1438	10.4109	-
78	1.02E-7	1.29E-6	1.11E-5	7.72E-5	0.0005	0.0148	0.1093	4.1596	-
79	9.03E-8	1.13E-6	9.61E-6	6.66E-5	0.0004	0.01230	0.0845	2.0752	-
80	8.02E-8	9.93E-7	8.37E-6	5.75E-5	0.0003	0.0102	0.0663	1.1816	-
81	7.13E-8	8.73E-7	7.29E-6	4.97E-5	0.0003	0.0085	0.0527	0.7346	-
82	6.35E-8	7.69E-7	6.37E-6	4.31E-5	0.0003	0.0072	0.0423	0.4862	-
83	5.66E-8	6.78E-7	5.57E-6	3.74E-5	0.0002	0.0060	0.0343	0.3372	-
84	5.05E-8	5.99E-7	4.87E-6	3.25E-5	0.0002	0.0051	0.0280	0.2424	93.7451
85	4.51E-8	5.29E-7	4.27E-6	2.82E-5	0.0002	0.0043	0.0230	0.1793	17.0388
86	4.03E-8	4.68E-7	3.75E-6	2.46E-5	0.0001	0.0037	0.0190	0.1357	6.0799
87	3.60E-8	4.15E-7	3.29E-6	2.15E-5	0.0001	0.0031	0.0158	0.10477	2.8562
88	3.23E-8	3.68E-7	2.90E-6	1.87E-5	0.0001	0.0027	0.0132	0.0820	1.5664
89	2.89E-8	3.27E-7	2.55E-6	1.64E-5	9.22E-5	0.0023	0.0111	0.0651	0.9494
90	2.59E-8	2.90E-7	2.25E-6	1.43E-5	8.02E-5	0.0019	0.0093	0.0522	0.6171

Tab.B5:

Werte für $\left.\frac{d^2 W_{II}}{dC^2}\right|_{G=C-c}$ mit q=0.2 Fz/s, q_s=0.5 Fz/s, k=1, l=0.67 und m=600 für die instationären von Akcelik und Wu

c / C	5	10	15	20	25	35	40	45	50
50	0	0	0	0.1572	9.5226	2.7367	2.7639	3.0700	-
51	0	0	0	0.1168	5.6874	2.7654	2.6203	2.8992	3.2094
52	0	0	0	0.0890	3.0687	2.9099	2.4911	2.7415	3.0323
53	0	0	0	0.0694	1.6944	3.2570	2.3763	2.5960	2.8683
54	0	0	0	0.0551	0.9945	3.9667	2.2768	2.4617	2.7162
55	0	0	0	0.0445	0.6213	5.2718	2.1942	2.3378	2.5749
56	0	0	0	0.0364	0.4099	7.2005	2.1320	2.2236	2.4437
57	0	0	0	0.1335	0.2829	8.7374	2.0960	2.1188	2.3217
58	0	0	0	0.1396	0.2028	8.1373	2.0967	2.0229	2.2081
59	0	0	0	0	0.1499	5.7576	2.1523	1.9360	2.1025
60	0	0	0	0	0.1138	3.4869	2.2955	1.8582	2.0041
61	0	0	0	0	0.0883	2.0421	2.5841	1.7899	1.9127
62	0	0	0	0	0.0699	1.2300	3.1153	1.7324	1.8277
63	0	0	0	0	0.0562	0.7761	4.0177	1.6875	1.7489
64	0	0	0	0	0.0459	0.5132	5.3176	1.6582	1.6760
65	0	0	0	0	0.0379	0.3538	6.5522	1.6498	1.6090
66	0	0	0	0	0.0317	0.2529	6.6961	1.6708	1.5479
67	0	0	0	0	0.0267	0.1864	5.4221	1.7352	1.4927
68	0	0	0	0	0.1061	0.1410	3.6860	1.8670	1.4440
69	0	0	0	0	0.1332	0.1091	2.3205	2.1056	1.4023
70	0	0	0	0	0	0.0860	1.4521	2.5122	1.3688
71	0	0	0	0	0	0.0690	0.9331	3.1621	1.3452
72	0	0	0	0	0	0.0561	0.6218	4.0753	1.3344
73	0	0	0	0	0	0.0462	0.4298	5.0270	1.3407
74	0	0	0	0	0	0.0385	0.3071	5.4341	1.3709
75	0	0	0	0	0	0.0325	0.2260	4.8681	1.4361
76	0	0	0	0	0	0.0276	0.1706	3.6748	1.5537
77	0	0	0	0	0	0.0236	0.1316	2.5012	1.7514
78	0	0	0	0	0	0.0204	0.1035	1.6418	2.0689
79	0	0	0	0	0	0.1188	0.0828	1.0832	2.5525
80	0	0	0	0	0	0.0937	0.0672	0.7317	3.2168
81	0	0	0	0	0	0	0.0552	0.5089	3.9461
82	0	0	0	0	0	0	0.0459	0.3645	4.4078
83	0	0	0	0	0	0	0.0386	0.2682	4.2469
84	0	0	0	0	0	0	0.0327	0.2022	3.5032
85	0	0	0	0	0	0	0.0280	0.1558	2.5752
86	0	0	0	0	0	0	0.0241	0.1223	1.7840
87	0	0	0	0	0	0	0.0209	0.0976	1.2168
88	0	0	0	0	0	0	0.0183	0.0790	0.8378
89	0	0	0	0	0	0	0.0160	0.0648	0.5888
90	0	0	0	0	0	0	0.1589	0.0538	0.4239

ANHANG C: KONVERGENZ DES KRÄFTE-VERTEILUNGS-VERFAHRENS

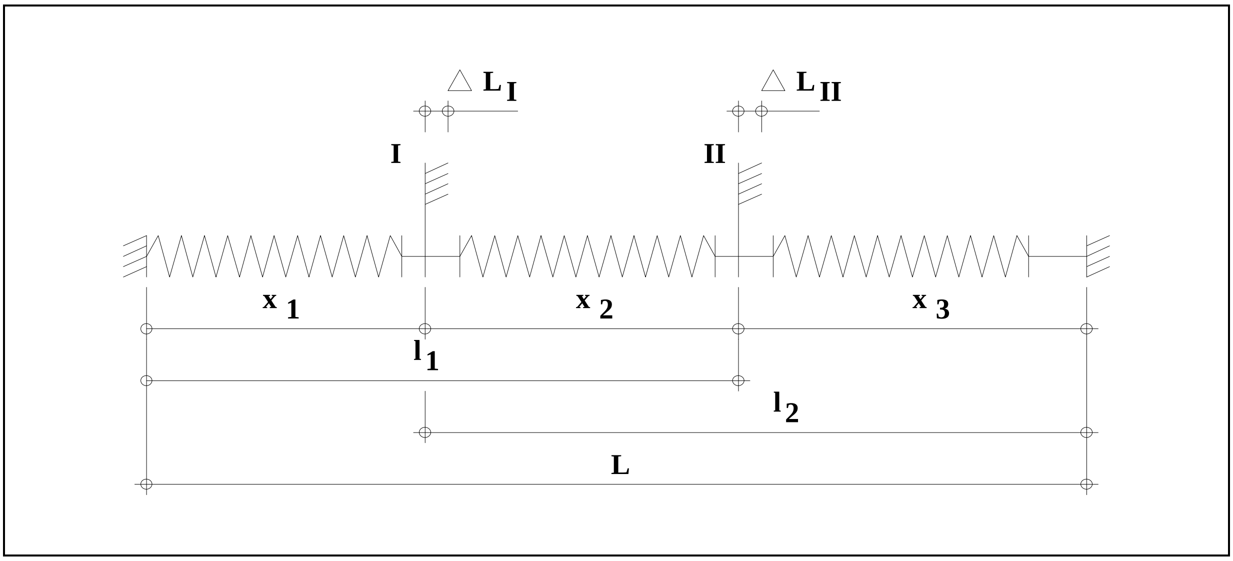


Abb. C1: Prinzip des Kräfte-Verteilungs-Verfahrens

Ansatz Konvergenz :

Die Iteration des Kräfte-Verteilungs-Verfahrens ist konvergent, wenn bei allen Federungen die Funktion der Potentialenergie zur Länge der Federung x konvex ist.

Beweis:

Abb.C1 zeigt den Zusammenhang zwischen den Kräften, den Ankerungen und den Koordinaten der Ankerungen in einem Feder-System mit drei Federungen. Man kann die einzelnen Schritte der Verteilung der Kräfte wie folgt beschreiben:

Schritt 0:

Herstellung des Ausgangszustandes: die Kräfte an der Ankerung I werden in den Gleichgewichtszustand gebracht, die Kräfte an der Ankerung II befindet sich noch nicht im Gleichgewichtszustand.

Es gilt bei diesem Ausgangszustand

$$l_1 = x_1 + x_2$$

$$l_2 = x_2 + x_3$$

mit

x_1 = Abstand zwischen Ankerung links und Ankerung I
x_2 = Abstand zwischen Ankerung I und Ankerung II
x_3 = Abstand zwischen Ankerung II und Ankerung rechts

Schritt 1:

Ankerung II wird losgelassen, während die Ankerung I festgehalten wird. Die Kräfte an der Ankerung II werden in den Gleichgewichtszustand gebracht. Die

Ankerung II verschiebt sich dabei um die Länge ΔL_{II}. Das Gleichgewicht der Kräfte an der Ankerung I wird dadurch gestört. Dann gilt

$$x_2 \Leftarrow x_2 + \Delta L_{\mathrm{II}}$$

$$x_3 \Leftarrow x_3 - \Delta L_{\mathrm{II}}$$

$$l_1 \Leftarrow l_1 + \Delta L_{\mathrm{II}}$$

Schritt 2:

Ankerung I wird losgelassen, während die Ankerung II festgehalten wird. Die Kräfte an der Ankerung I werden in den Gleichgewichtszustand gebracht. Die Ankerung I verschiebt sich dabei um die Länge ΔL_{I}. Das Gleichgewicht der Kräfte an der Ankerung II wird dadurch gestört. Dann gilt

$$x_1 \Leftarrow x_1 + \Delta L_{\mathrm{I}}$$

$$x_2 \Leftarrow x_2 - \Delta L_{\mathrm{I}}$$

$$l_2 \Leftarrow l_2 - \Delta L_{\mathrm{I}}$$

Schritt 3:

Die Schritte 1 und 2 werden wiederholt.

Betrachtet man einen Zyklus der Schritte 1 und 2, kann man die folgende Beziehung herleiten

$$0 < \frac{\Delta(x_2 - lz_x)}{\Delta(l_1 - lz_l)} = \frac{x_2 - lz_x + \Delta L_{\mathrm{II}} - \Delta L_{\mathrm{I}} - x_2 + lz_x}{l_1 - lz_l + L_{\mathrm{II}} - l_1 + lz_l} = \frac{\Delta L_{\mathrm{II}} - \Delta L_{\mathrm{I}}}{\Delta L_{\mathrm{II}}} < 1 \qquad \textbf{(C1)}$$

mit

lz_x= Länge der starren Verbindungen am Anfang und Ende von x_2
lz_l= Länge der starren Verbindung am Ende von x_2

Beweis:

Da sich die Ankerung I nach dem Schritt 2 wieder im Gleichgewichtszustand befindet, gilt jetzt gemäß der Bedingung des Gleichgewichtszustandes

$$\frac{\partial U_1(x_1, L)}{\partial x_1} \equiv \frac{\partial U_2(x_2, L)}{\partial x_2} \qquad \textbf{(C2a)}$$

Ermittelt man die Ableitung der Gl.C2a nach L, erhält man die folgende Gleichung

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U_1(x_1, L)}{\partial x_1^2}\cdot\frac{dx_1}{dL} + \frac{\partial^2 U_1(x_1, L)}{\partial x_1 \partial L} &= \frac{\partial^2 U_2(x_2, L)}{\partial x_2^2}\cdot\frac{dx_2}{dL} + \frac{\partial^2 U_2\ (x_2, L)}{\partial x_2 \partial L} \\ &= \frac{\partial^2 U_2(x_2, L)}{\partial x_2^2}\cdot\left(1 - \frac{dx_1}{dL}\right) + \frac{\partial^2 U_2\ (x_2, L)}{\partial x_2 \partial L}\end{aligned} \qquad \textbf{(C2b)}$$

Sortiert man die Gl.C2b nach $\frac{dx_1}{dL}$, erhält man

$$\frac{dx_1}{dL} = \frac{\dfrac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial x_1 \partial L} - \dfrac{\partial^2 U_2\ (x_2,L)}{\partial x_2 \partial L} + \dfrac{\partial^2 U_2(x_2,L)}{\partial {x_2}^2}}{\dfrac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial {x_1}^2} + \dfrac{\partial^2 U_2\ (x_2,L)}{\partial {x_2}^2}}$$

$$= \frac{\dfrac{\partial}{\partial L}\left(\dfrac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial x_1} - \dfrac{\partial U_2(x_2,L)}{\partial x_2}\right) + \dfrac{\partial^2 U_2(x_2,L)}{\partial {x_2}^2}}{\dfrac{\partial^2 U_1(x_1,L)}{\partial {x_1}^2} + \dfrac{\partial^2 U_2(x_2,L)}{\partial {x_2}^2}} \qquad \textbf{(C2c)}$$

Da

$$\frac{\partial U_1(x_1, L)}{\partial x_1} \equiv \frac{\partial U_2(x_2, L)}{\partial x_2}$$

ist

$$\frac{\partial}{\partial L}\left(\frac{\partial U_1(x_1,L)}{\partial x_1} - \frac{\partial U_2(x_2,L)}{\partial x_2}\right) = 0 \quad .$$

Es folgt dann

$$\frac{dx_1}{dL} = \frac{\dfrac{\partial^2 U_2(x_2, L)}{\partial {x_2}^2}}{\dfrac{\partial^2 U_1(x_1, L)}{\partial {x_1}^2} + \dfrac{\partial^2 U_2(x_2, L)}{\partial {x_2}^2}}$$

$$= \frac{1}{1 + \dfrac{\dfrac{\partial^2 U_1(x_1, L)}{\partial {x_1}^2}}{\dfrac{\partial^2 U_2(x_2, L)}{\partial {x_2}^2}}} \qquad \textbf{(C2d)}$$

Weil $\dfrac{\partial^2 U_1(x_1, L)}{\partial {x_1}^2} > 0$ und $\dfrac{\partial^2 U_2(x_2, L)}{\partial {x_2}^2} > 0$, gilt eindeutig:

$$0 < \frac{dx_1}{dL} < 1 \quad \text{bzw.} \quad 0 < \frac{dx_2}{dL} < 1 \qquad \textbf{(C2e)}$$

Demnach gilt auch

$$0 < \frac{\Delta(x_2 - lz_x)}{\Delta(l_1 - lz_l)} < 1$$

Ende des Beweises der Gl.C1.

Nach der Gl.C1 erhält man

$$\Delta L_{\mathrm{II}} - \Delta L_{\mathrm{I}} > 0$$

Setzt man

$$\frac{\Delta L_{\mathrm{I}}}{\Delta L_{\mathrm{II}}} = k_{\mathrm{I-II}} < 0$$

so gilt bei der ersten Wiederholung der Schritte 1 und 2

$$\Delta L_{\mathrm{I},1} = \Delta L_{\mathrm{II},1} \cdot k_{\mathrm{I-II},1}$$

Nach *n*-maliger Wiederholung der Schritte 1 und 2 ergibt sich

$$\Delta L_{\mathrm{I},1} = \Delta L_{\mathrm{II,n}} \cdot k_{\mathrm{I-II},n-1} = \Delta L_{\mathrm{I},1} \cdot \prod_{i=1}^{n} k_{\mathrm{I-II},i}$$

Wenn $n \to \infty$, dann ist

$$\lim_{n\to\infty} \Delta L_{\mathrm{I},n} = \lim_{n\to\infty} \Delta L_{\mathrm{II},1} \cdot \prod_{i=1}^{n} k_{\mathrm{I-II},i} = 0$$

Analog gilt

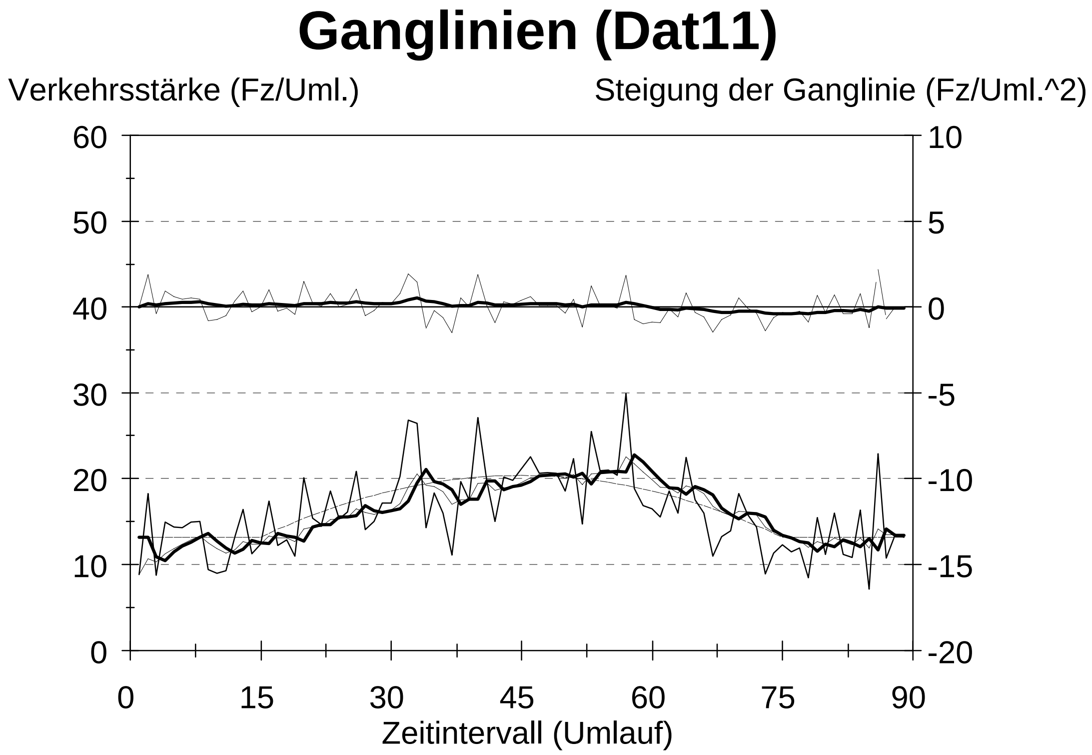
$$\lim_{n\to\infty} \Delta L_{\mathrm{II},n} = \lim_{n\to\infty} \Delta L_{\mathrm{I},1} \cdot \prod_{i=1}^{n} k_{\mathrm{II-I},i} = 0$$

Die Grenzwerte der Verschiebungen ΔL_{I} und ΔL_{II} gehen gegen 0 wenn die Schritte 1 und 2 sich unendlich oft wiederholen. Die Iteration ist demnach absolut konvergent. Normalerweise liegt $k_{\mathrm{I\text{-}II}}$ (bzw. $k_{\mathrm{II\text{-}I}}$) in der Nähe von 0.5. Die Konvergenz ist demnach ziemlich schnell.

Da ein System mit beliebig vielen Federungen auf ein System mit nur drei Federungen reduziert werden kann (vgl. Angang A), gilt der oben durchgeführte Nachweis auch für ein System mit beliebig vielen Federungen.

Ende des Beweises des Ansatzes über die Konvergenz.

ANHANG D: DATEN FÜR TESTS DER PROGNOSE- UND OPTIMIERUNGSVERFAHREN



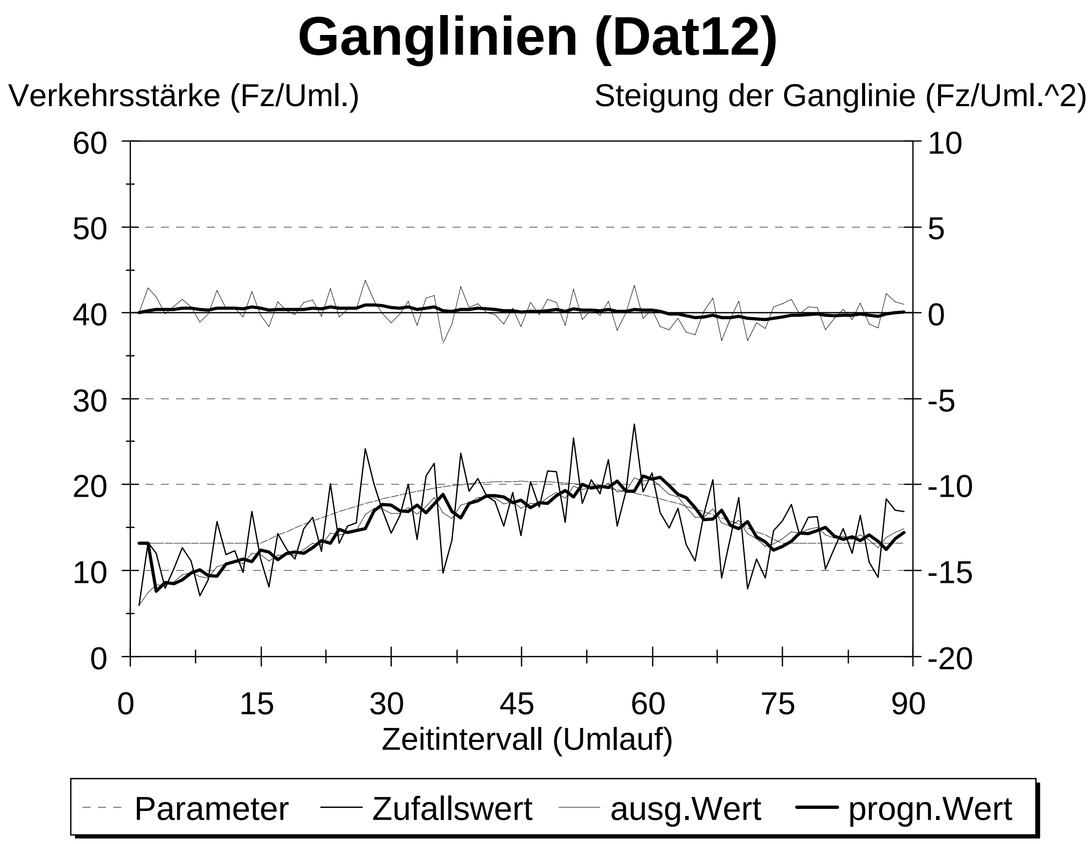


Abb.D-1a Datensätze der Gruppe 1 (τ=0, z=0.4) und die prognostizierten Ganglinien mit α_N=0.2, Δ_1=Δ_2=0 und β_i=0.1

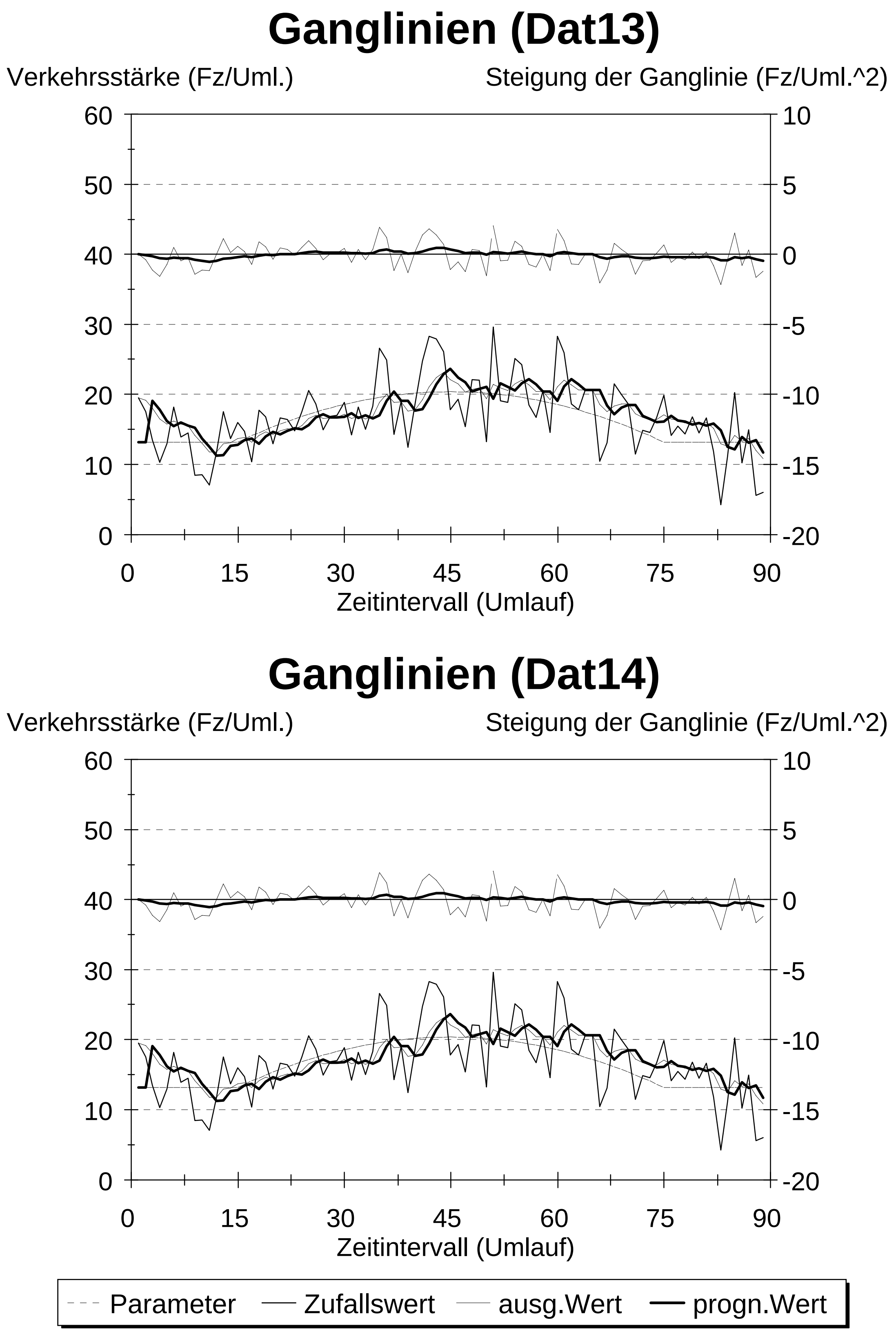
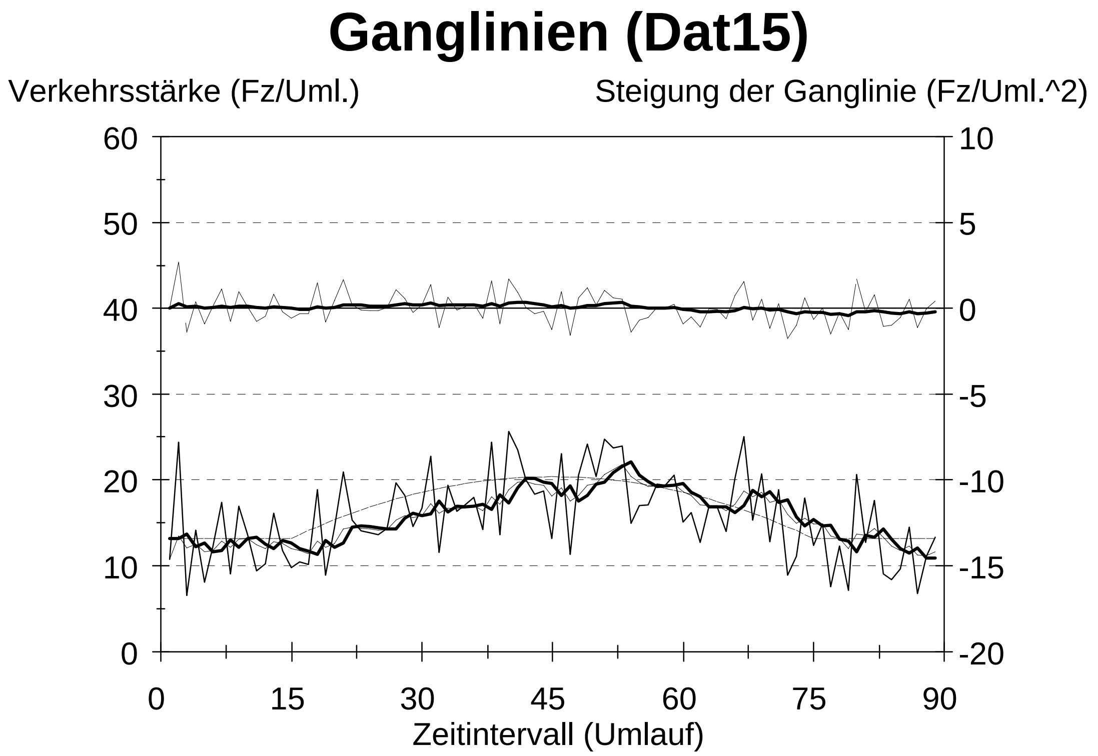


Abb. D-1b Datensätze der Gruppe 1 (τ=0, z=0.4) und die prognostizierten Ganglinien mit α_N=0.2, Δ_1=Δ_2=0 und β_i=0.1



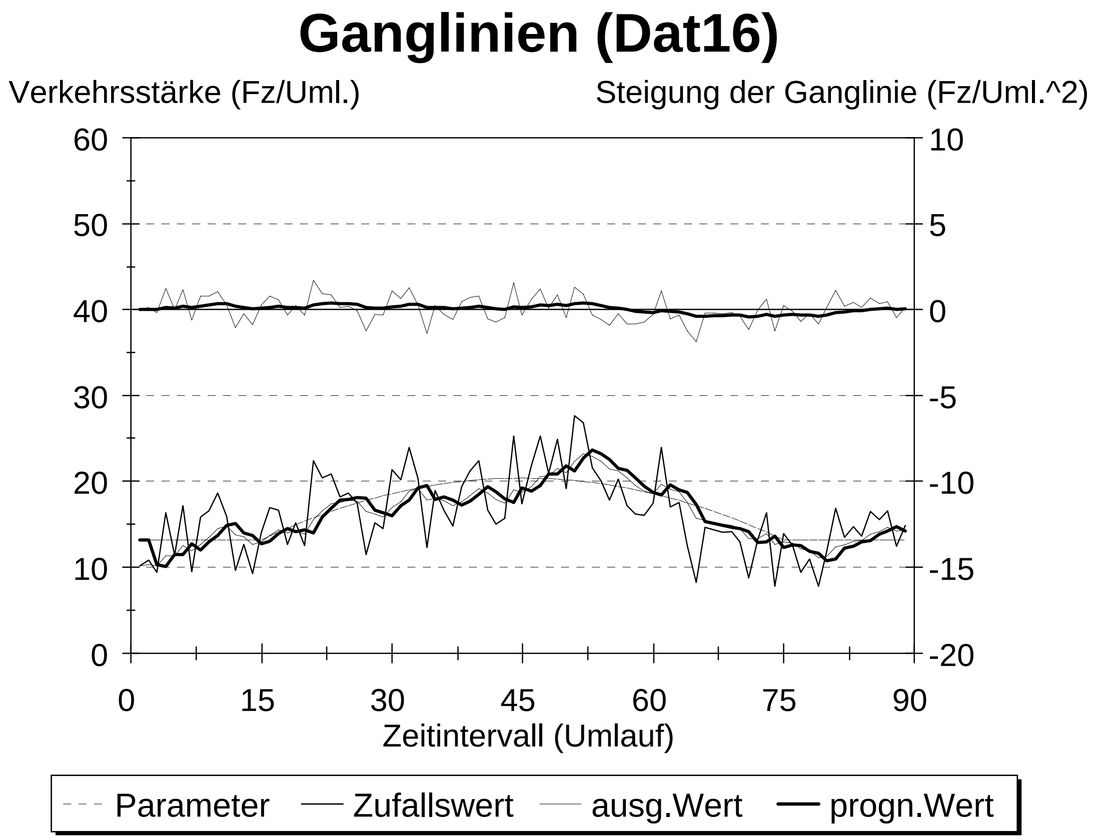
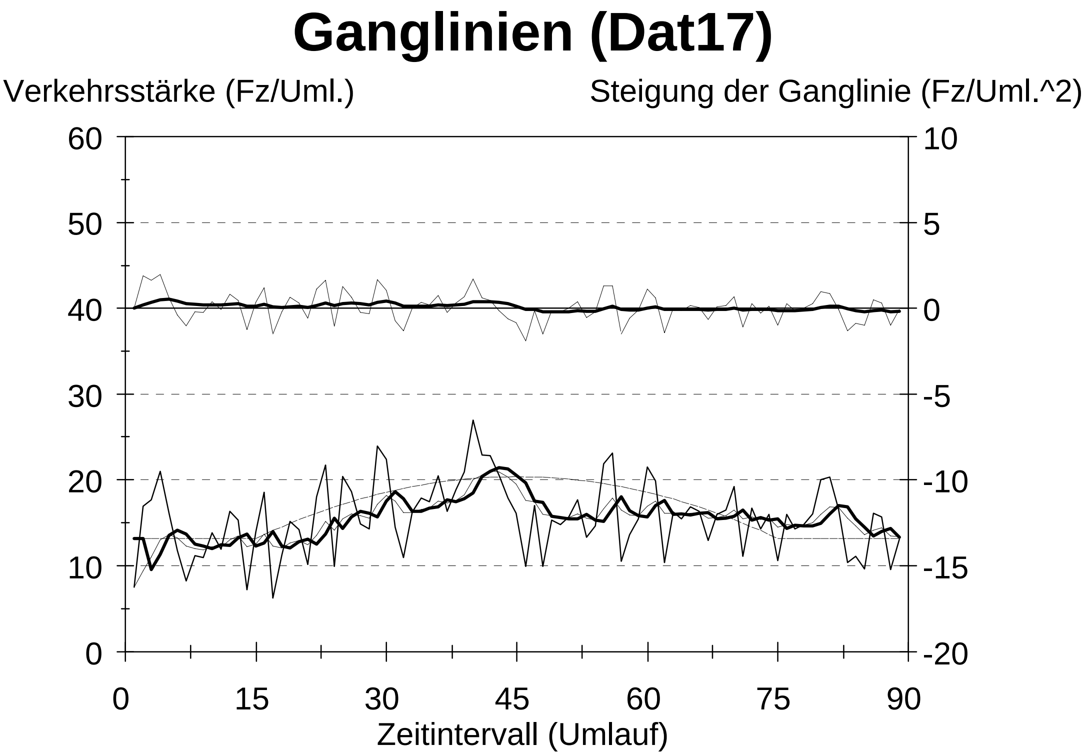


Abb. D-1c **Datensätze der Gruppe 1 (τ=0, z=0.4) und die prognostizierten Ganglinien mit α_N=0.2, Δ_1=Δ_2=0 und β_i=0.1**



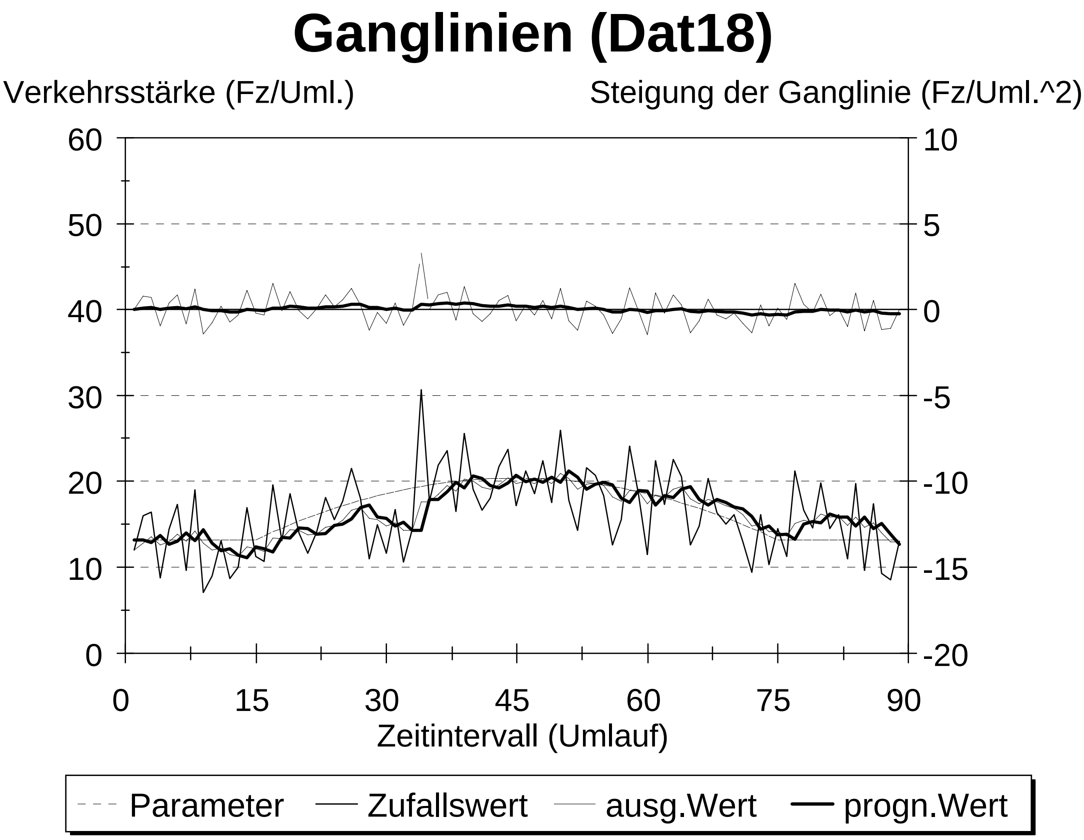
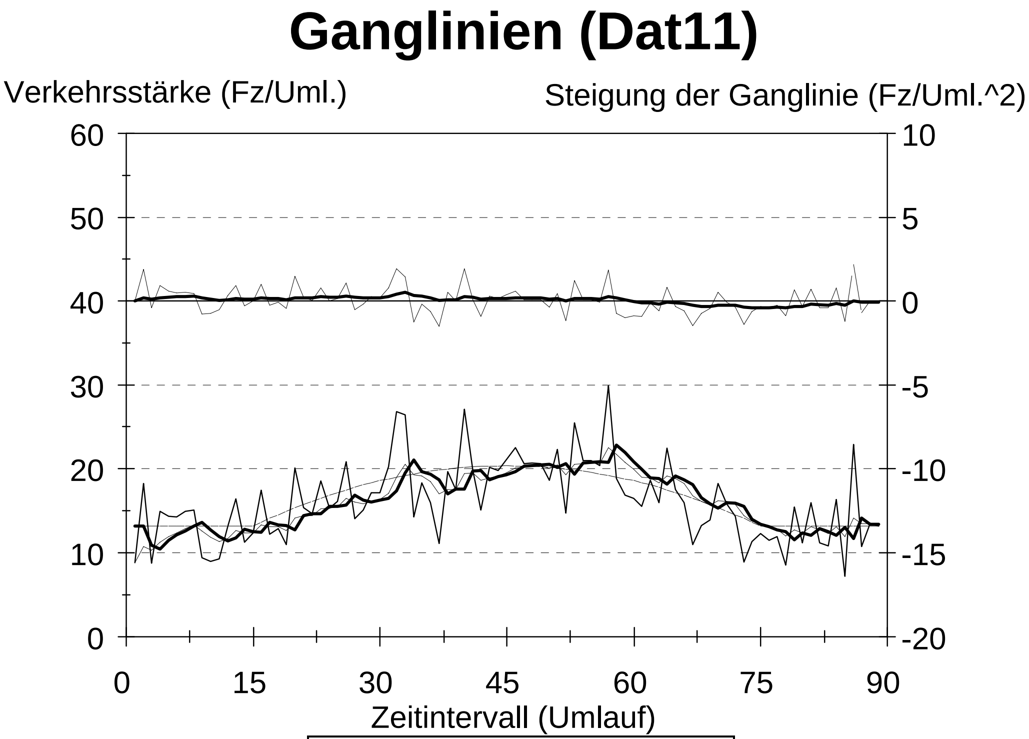
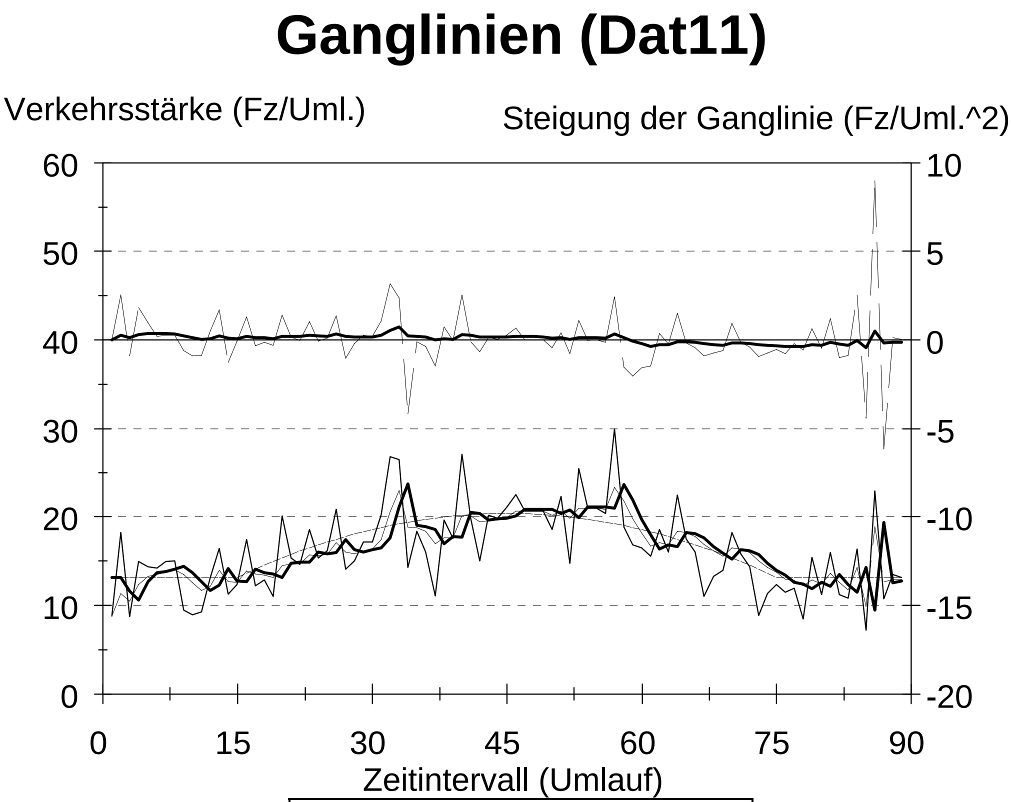


Abb. D-1d Datensätze der Gruppe 1 (τ=0, z=0.4) und die prognostizierten Ganglinien mit α_N=0.2, Δ_1=Δ_2=0 und β_i=0.1

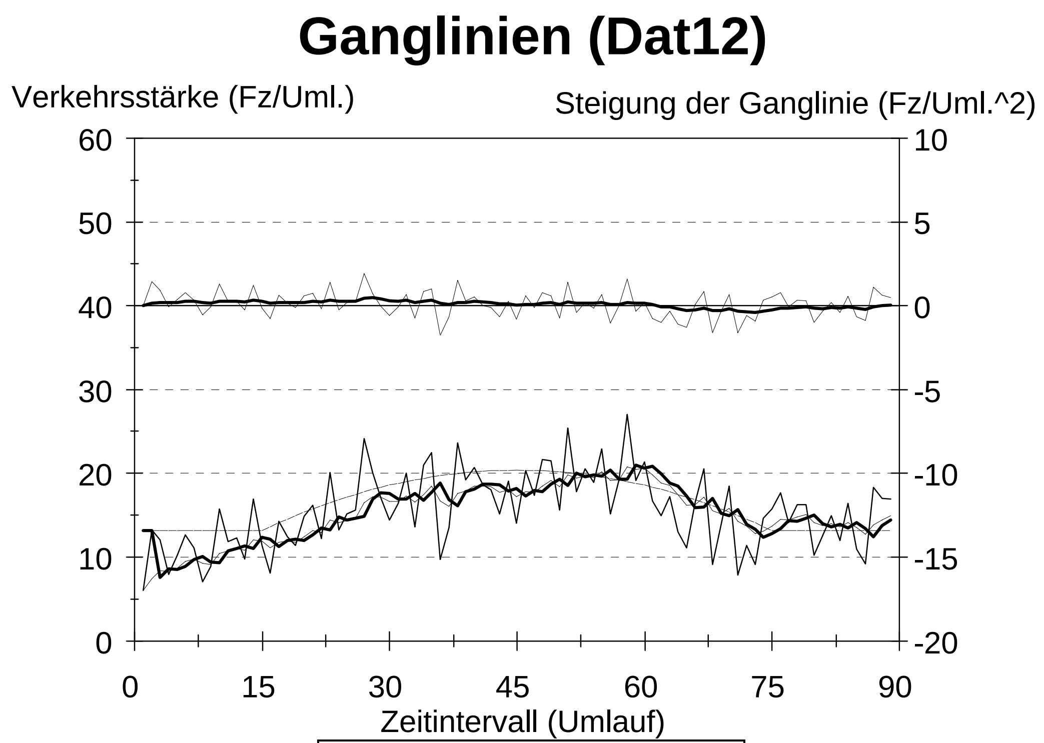


$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0 \quad \beta_i = 0.1$

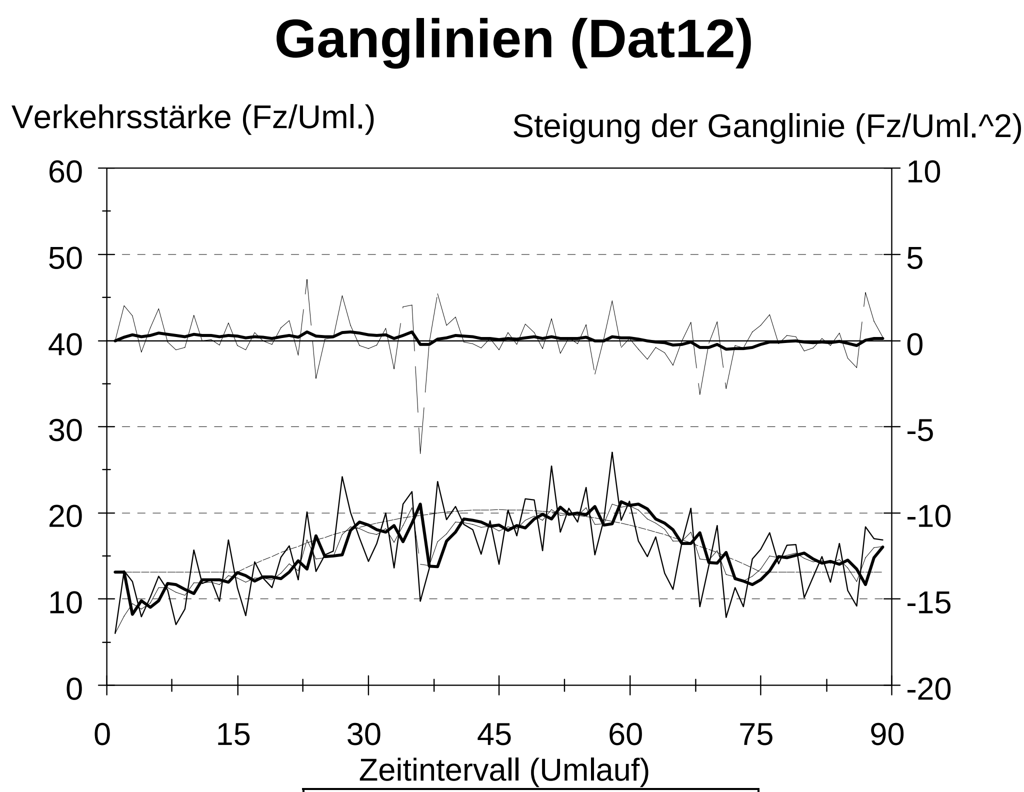


$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0.08 \quad \beta_i = 0.1$

Abb. D-2a Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0



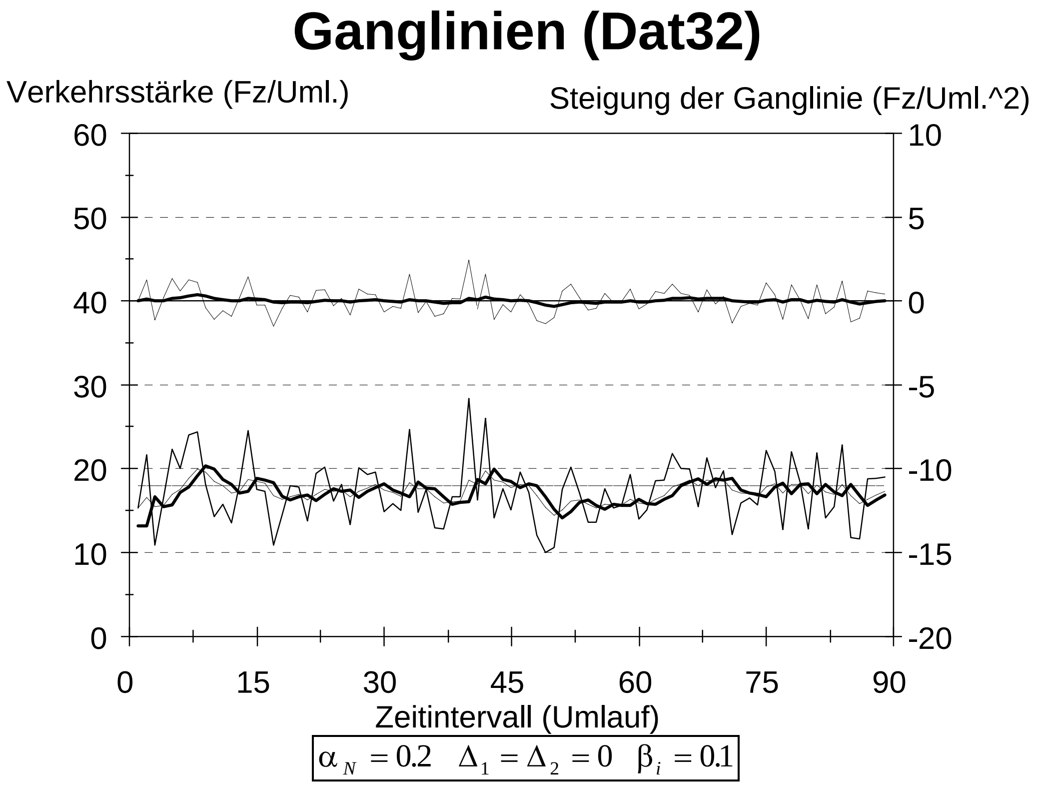
$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0 \quad \beta_i = 0.1$



$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0.08 \quad \beta_i = 0.1$

Parameter — Zufallswert — ausg.Wert — progn.Wert

Abb. D-2b Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0



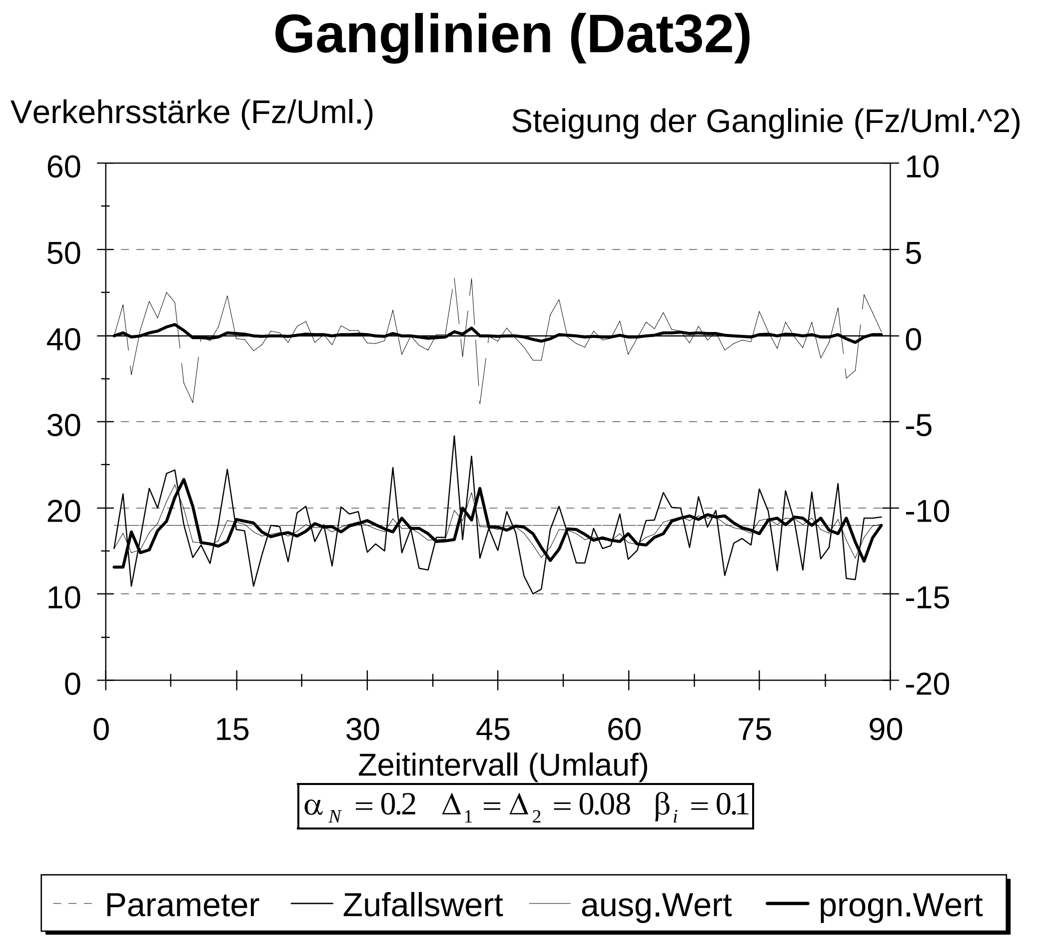
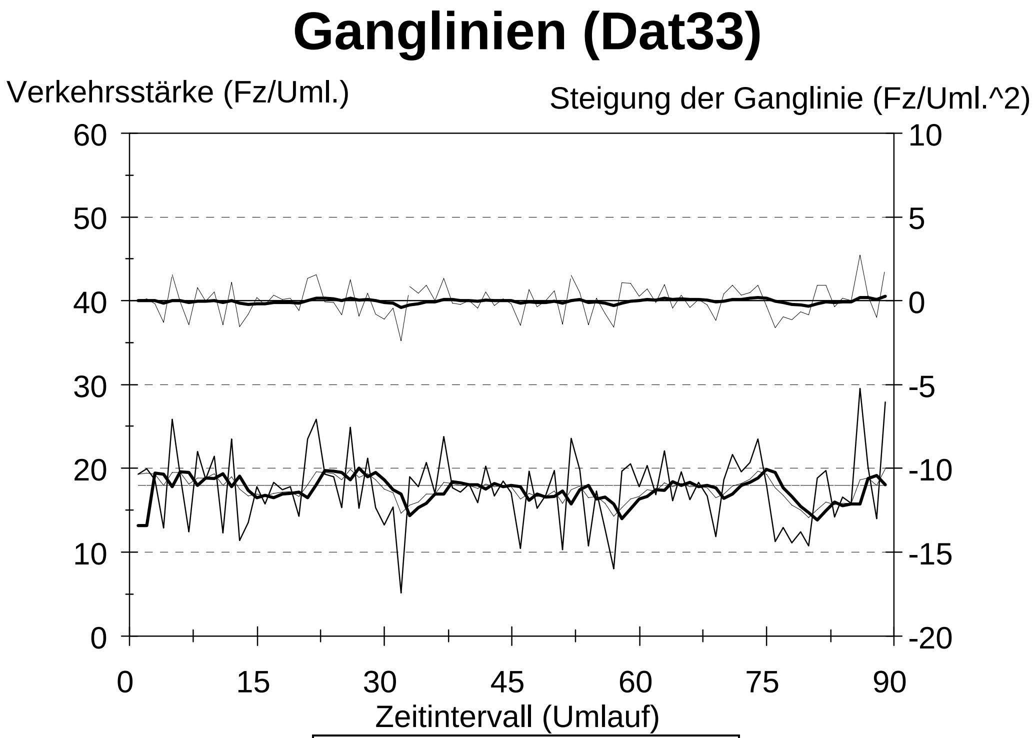
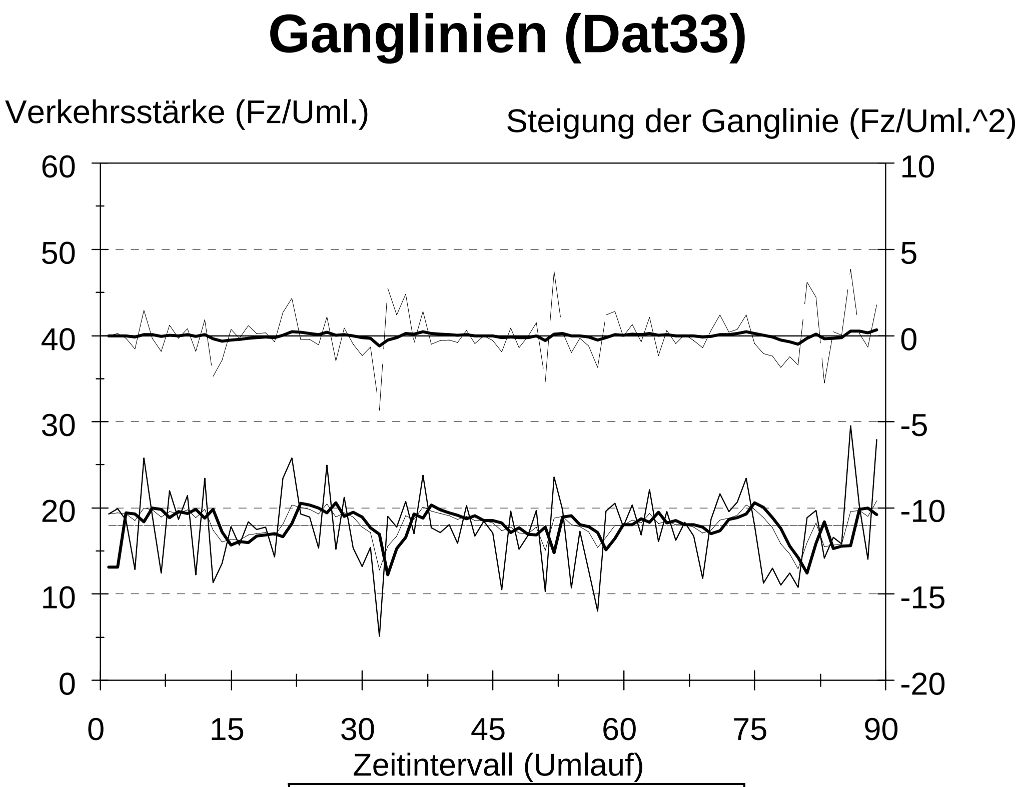


Abb. D-2c Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0



$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0 \quad \beta_i = 0.1$



$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0.08 \quad \beta_i = 0.1$

Parameter — Zufallswert — ausg.Wert — progn.Wert

Abb. D-2d Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0

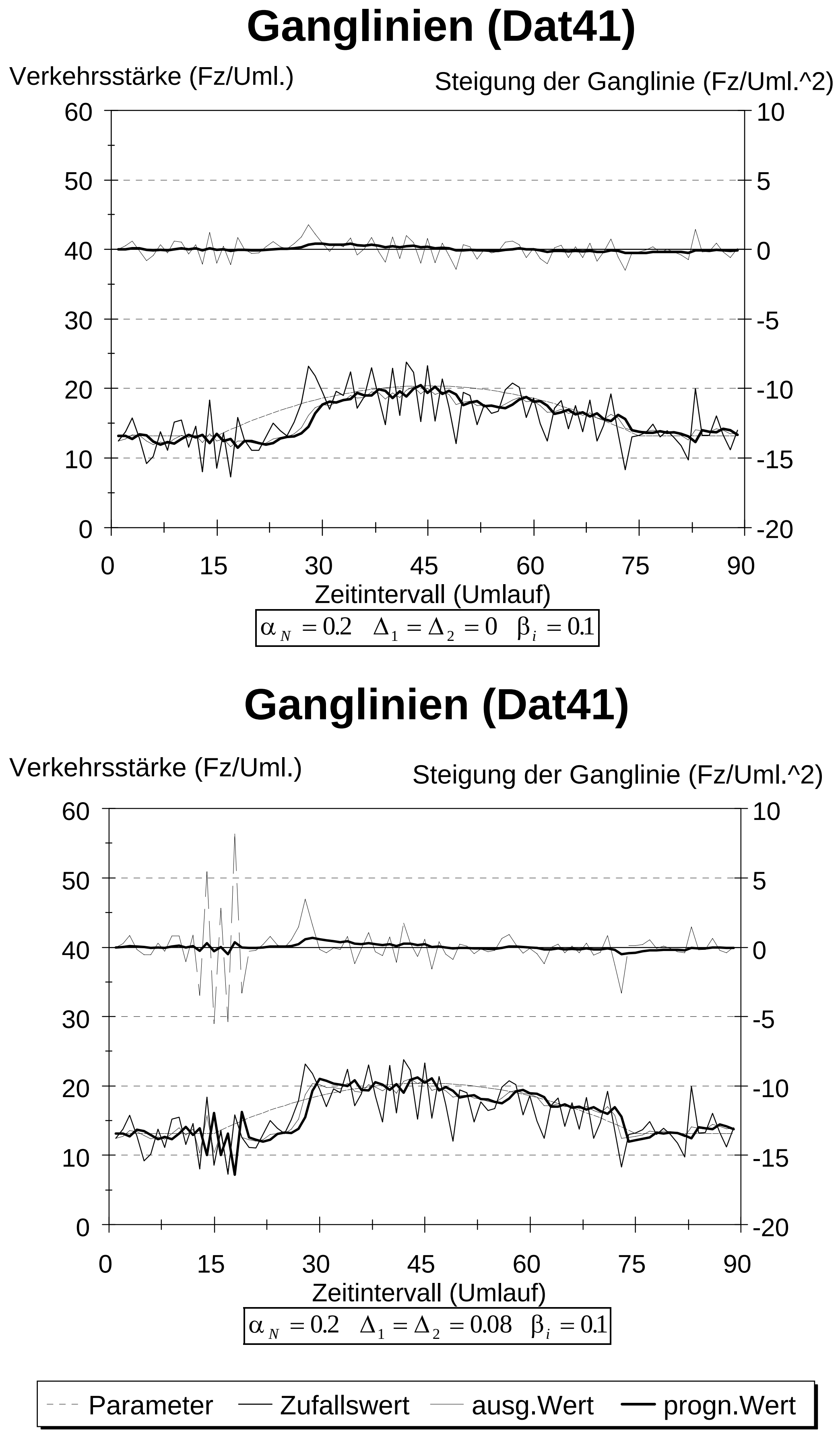
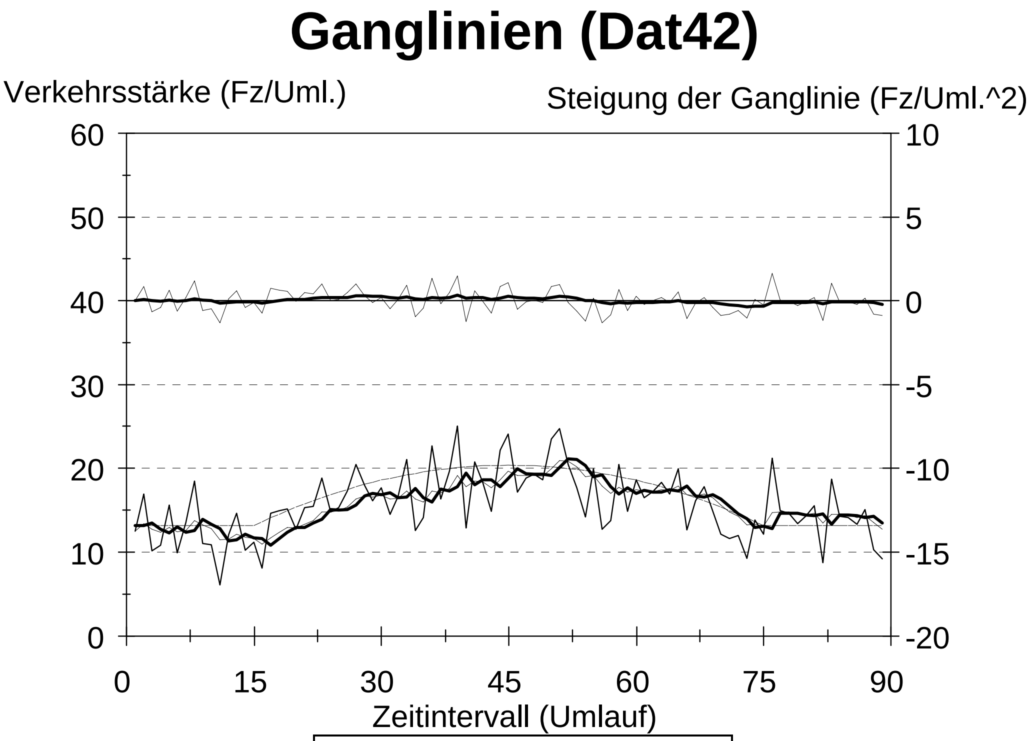
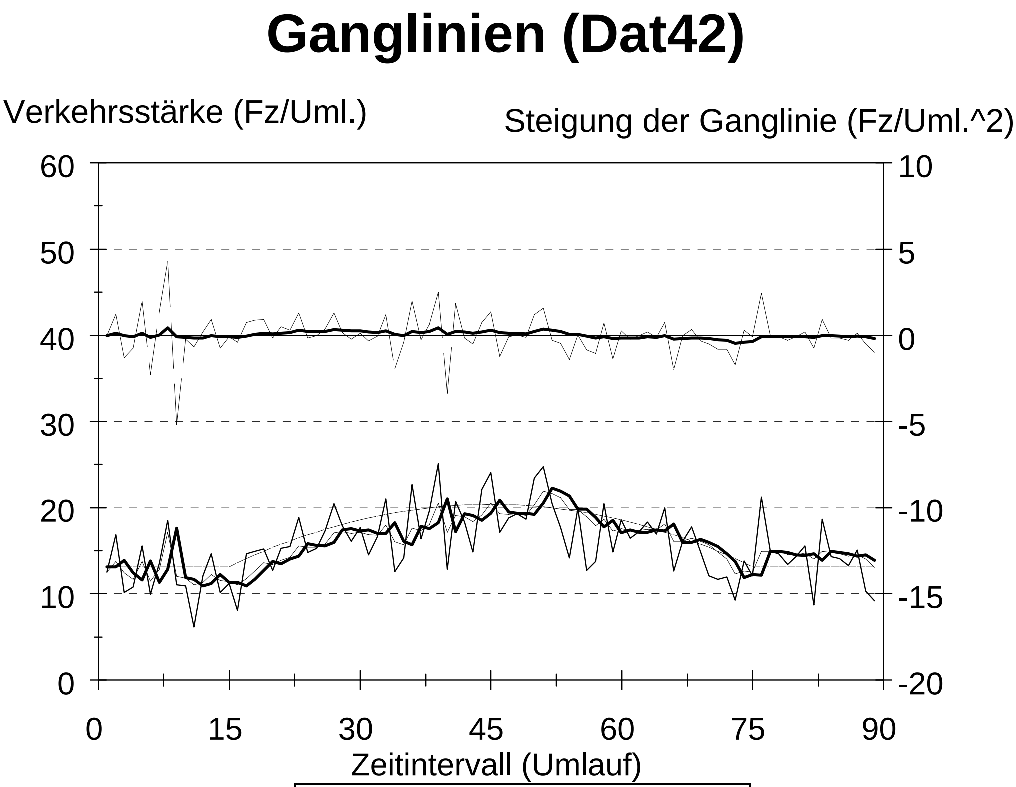


Abb. D-3a Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0 (Fortsetzung)



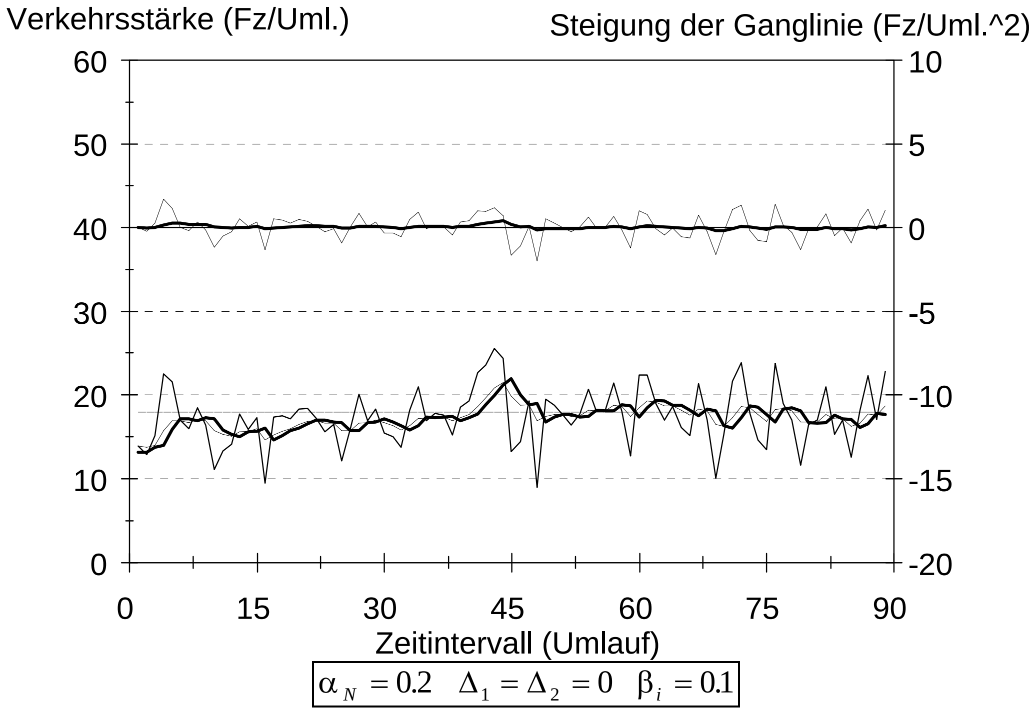
$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0 \quad \beta_i = 0.1$



$\alpha_N = 0.2 \quad \Delta_1 = \Delta_2 = 0.08 \quad \beta_i = 0.1$

Abb. D-3b Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0 (Fortsetzung)

Ganglinien (Dat51)



Ganglinien (Dat51)

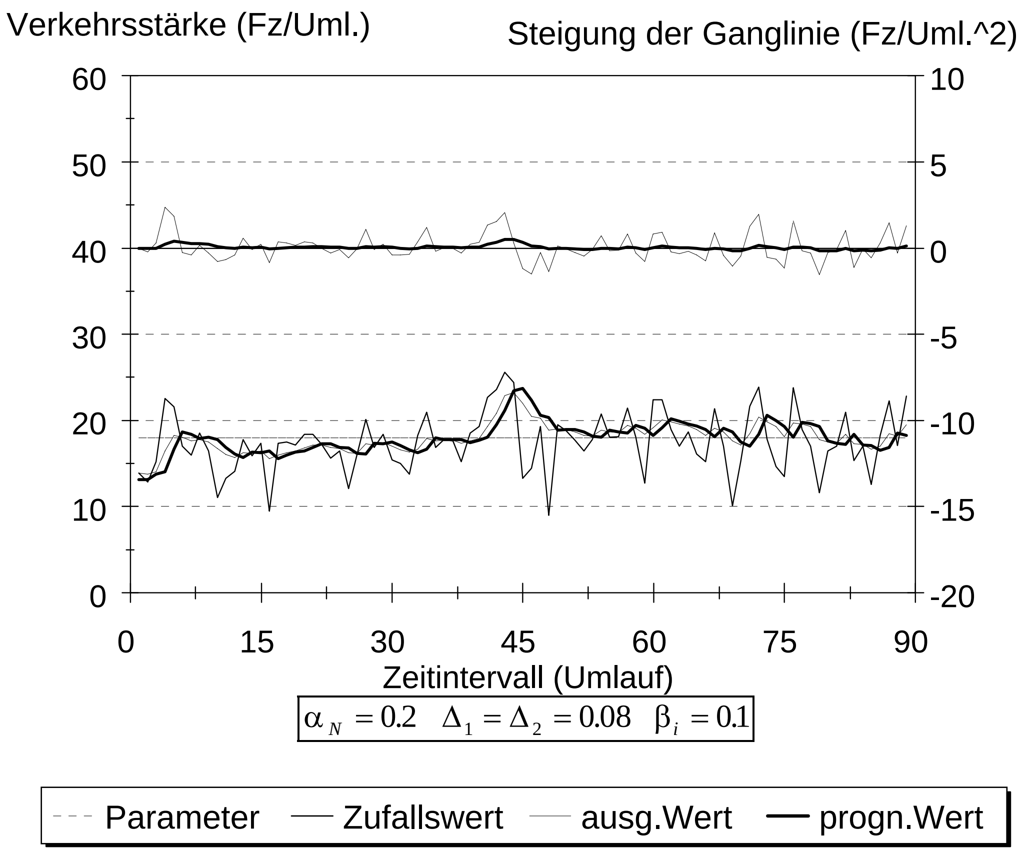
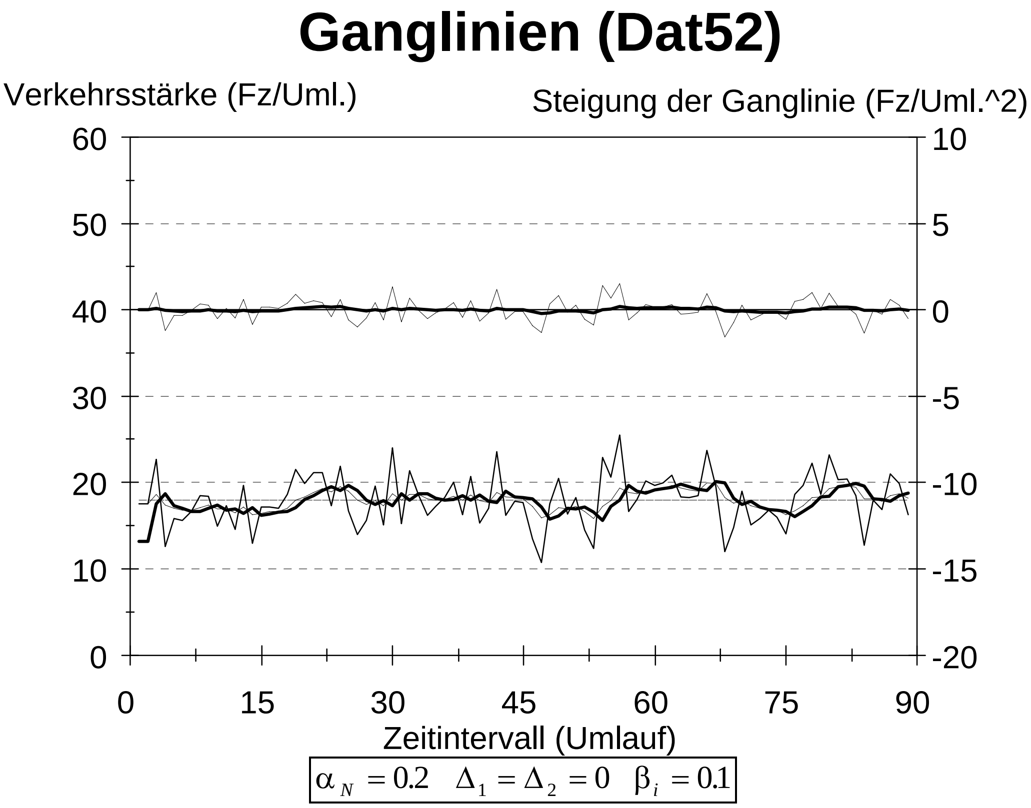


Abb. D-3c Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0 (Fortsetzung)



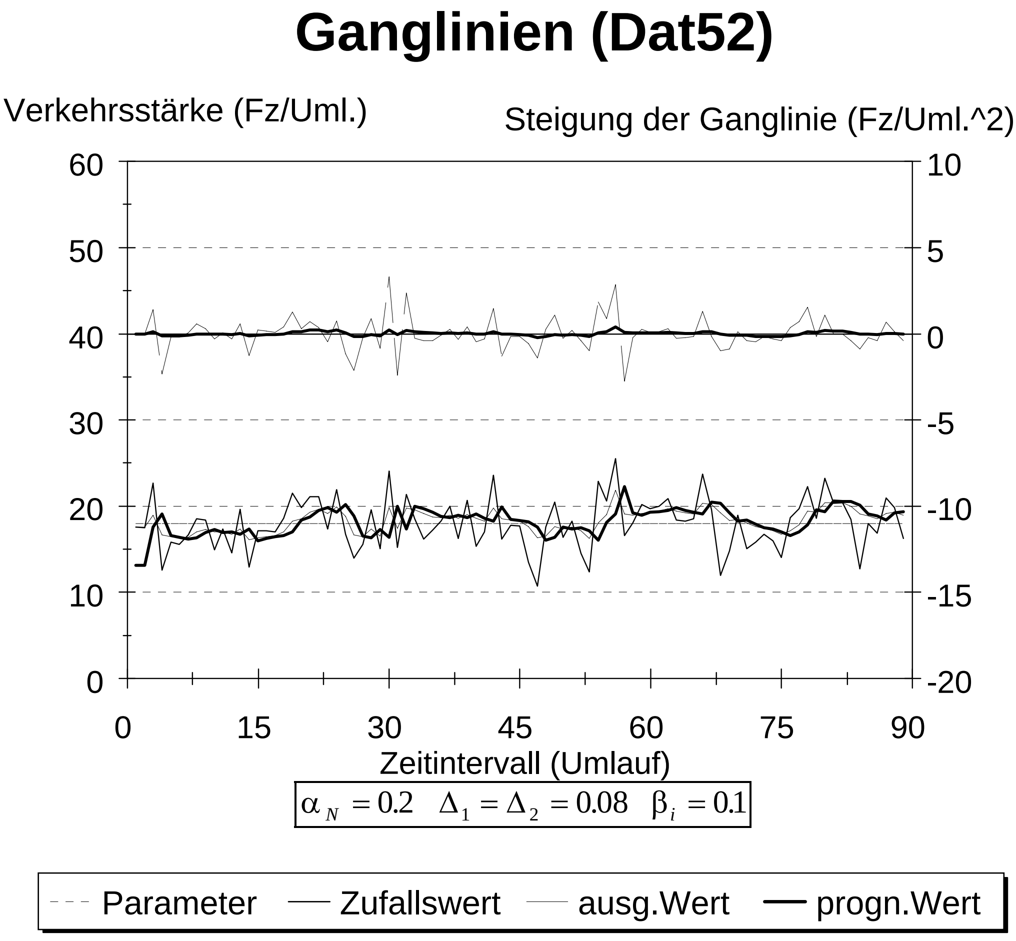
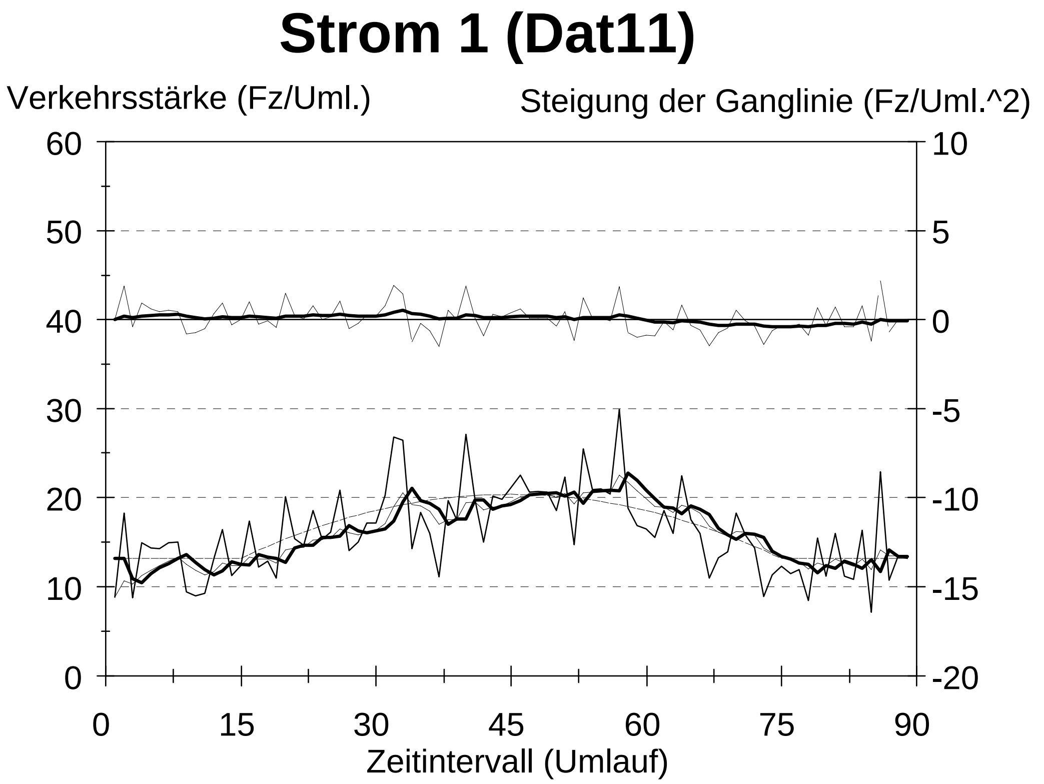


Abb. D-3d Vergleich der Prognose mit Δ=0 und Δ≠0 (Fortsetzung)



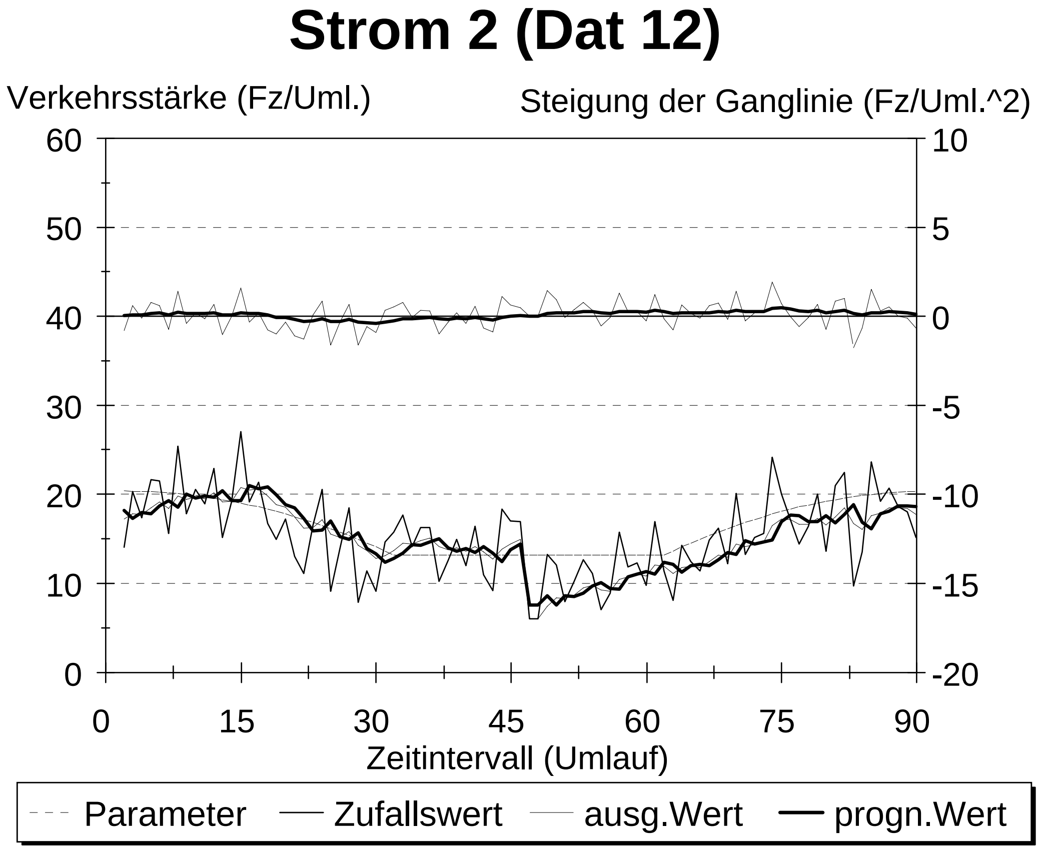
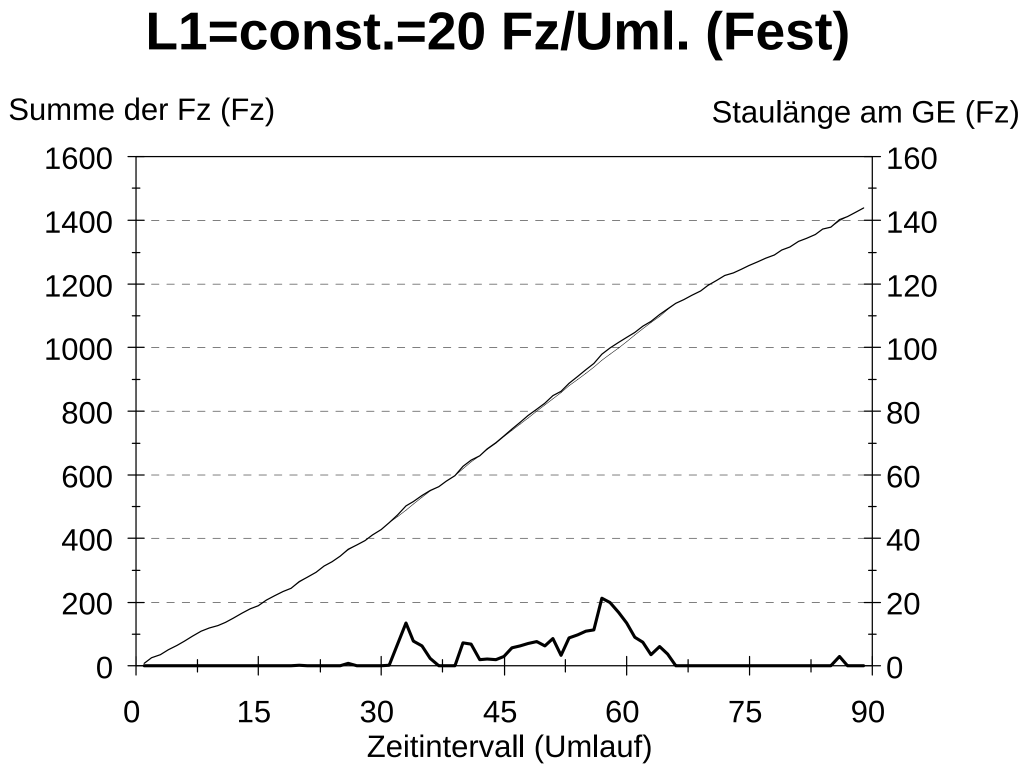


Abb. D-4a (Ganglinien konkurrierender Ströme)



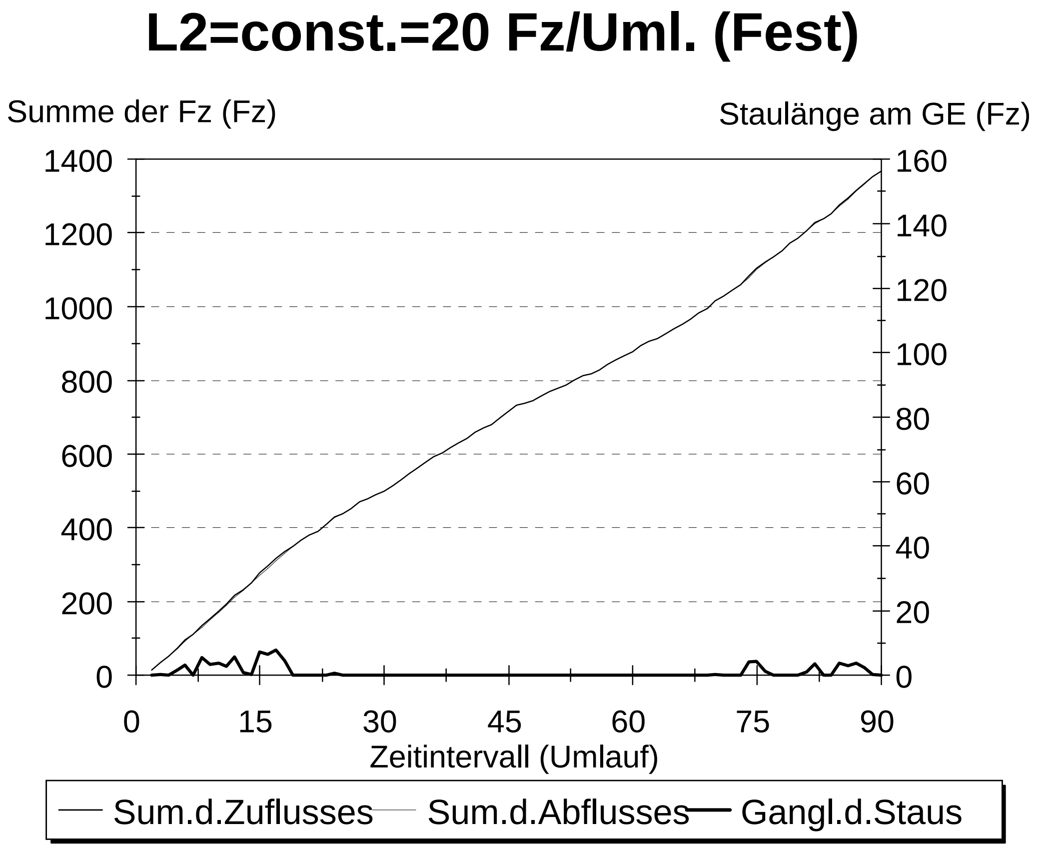
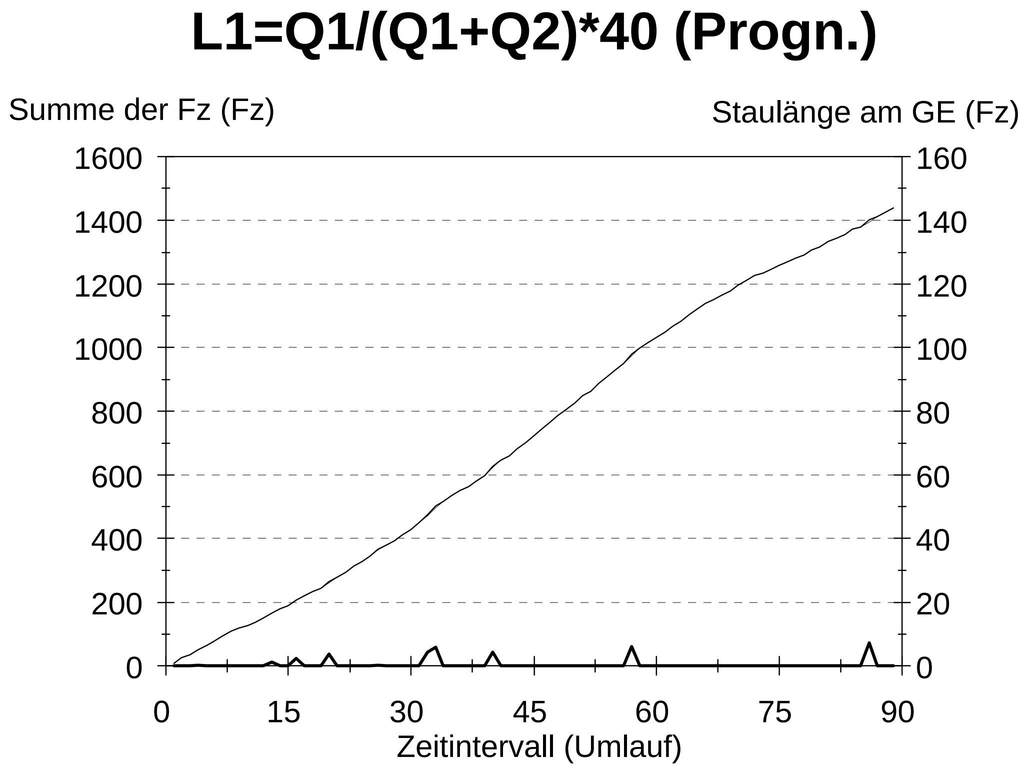


Abb. D-4b (Fall 1: Festzeit)



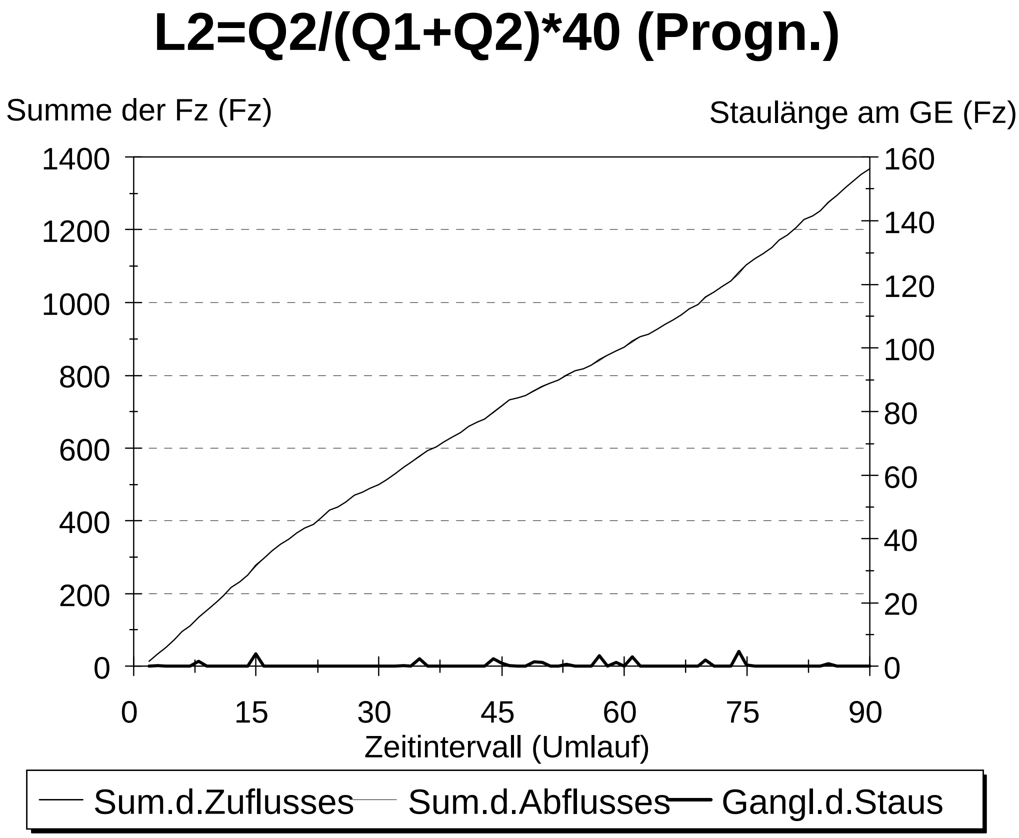
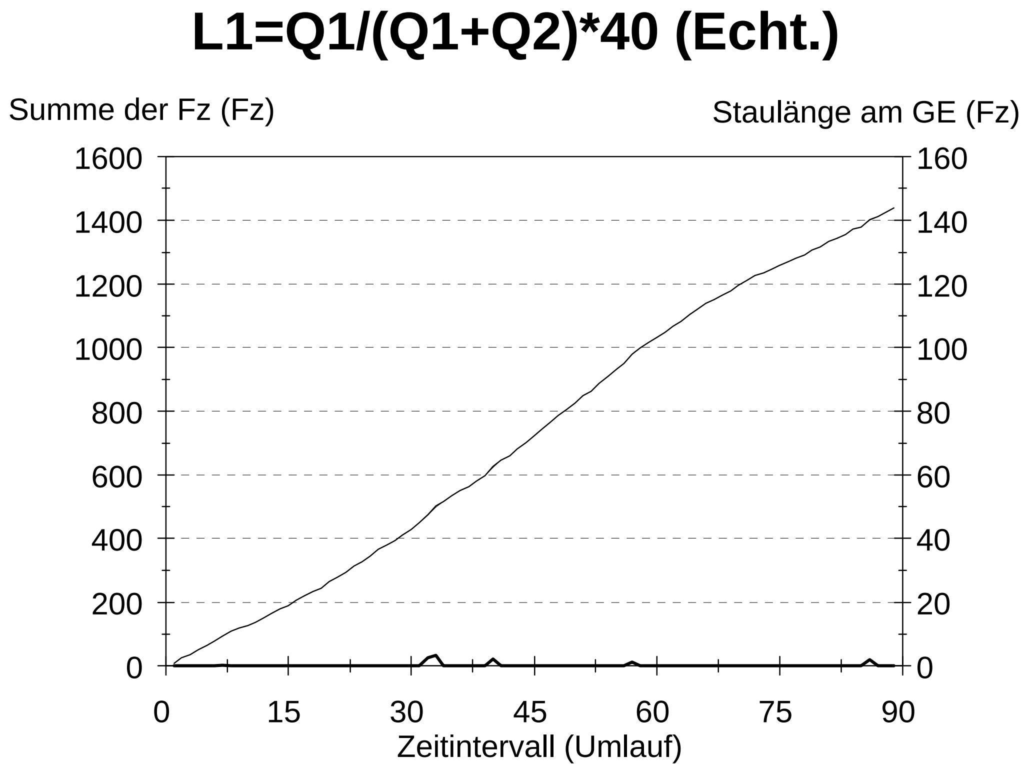


Abb. D-4c (Fall 2: Prognose)



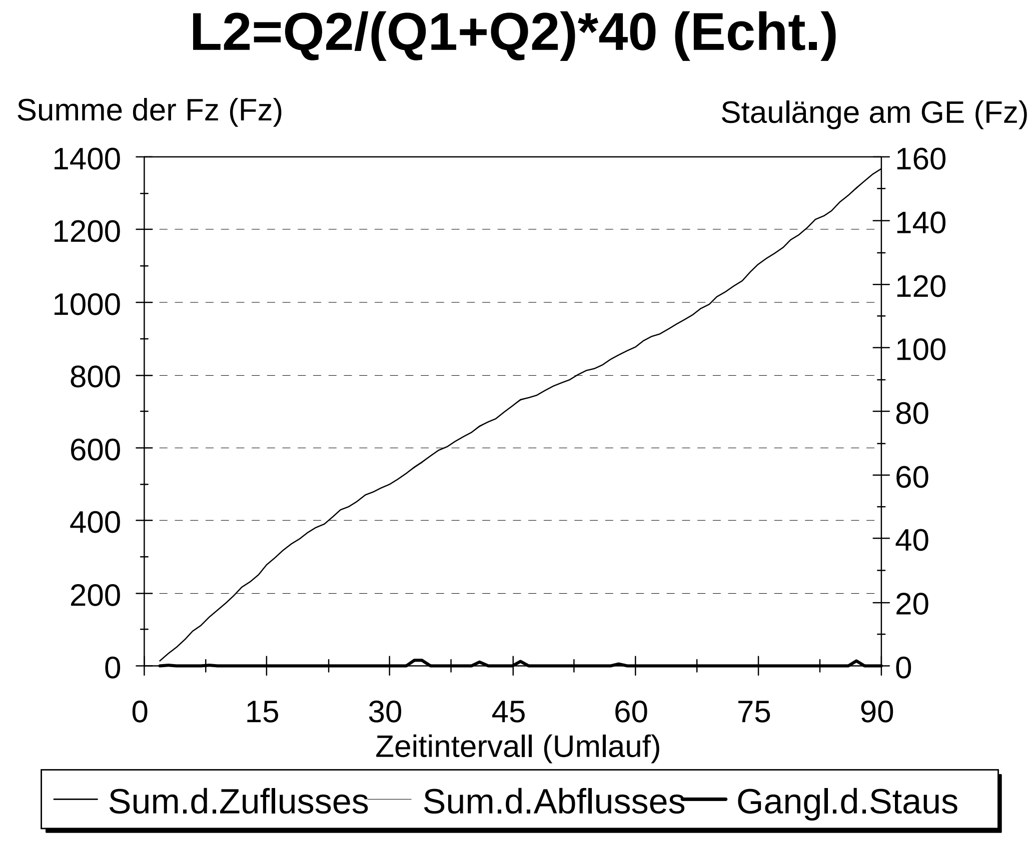
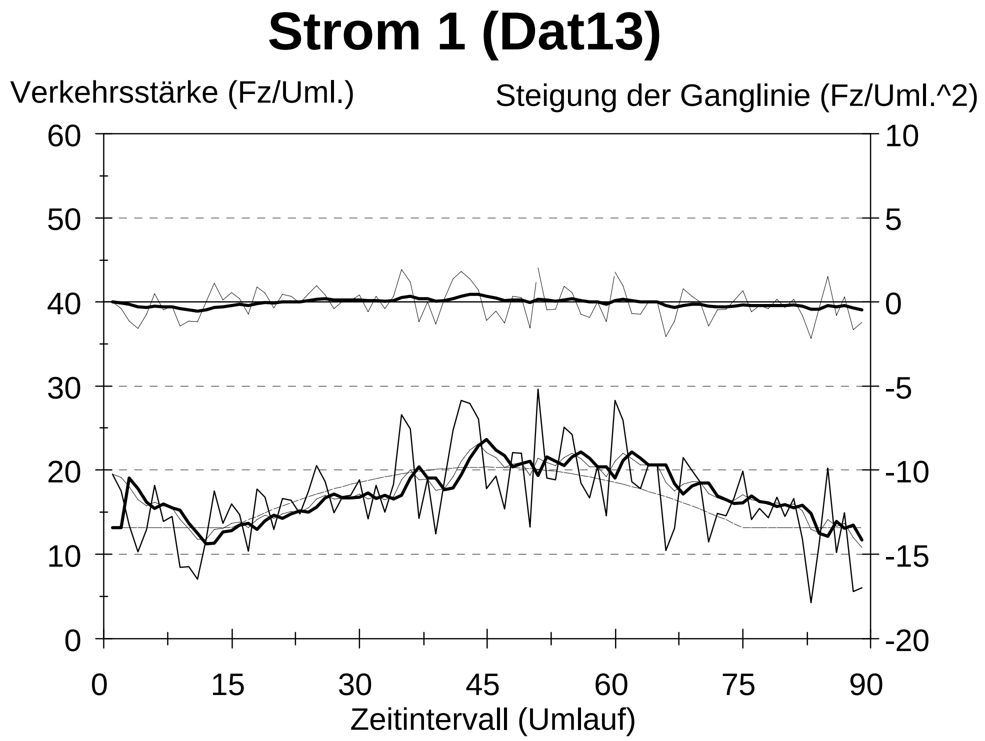


Abb. D-4d (Fall 3: Echtdaten)



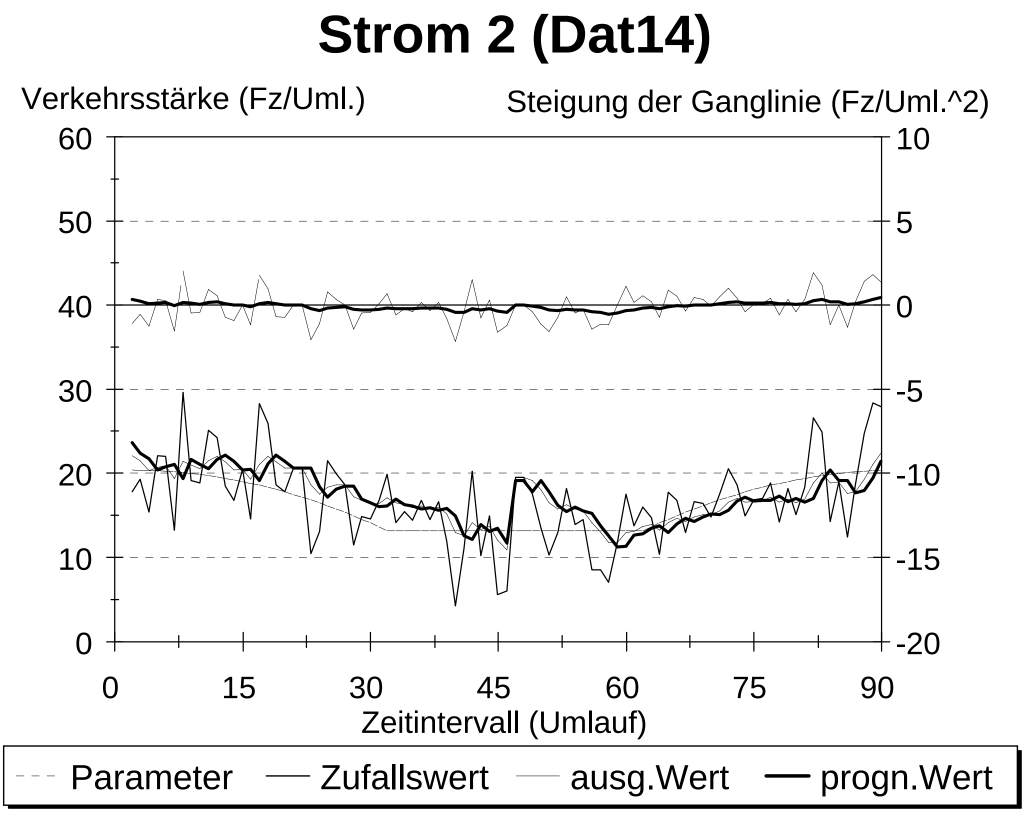
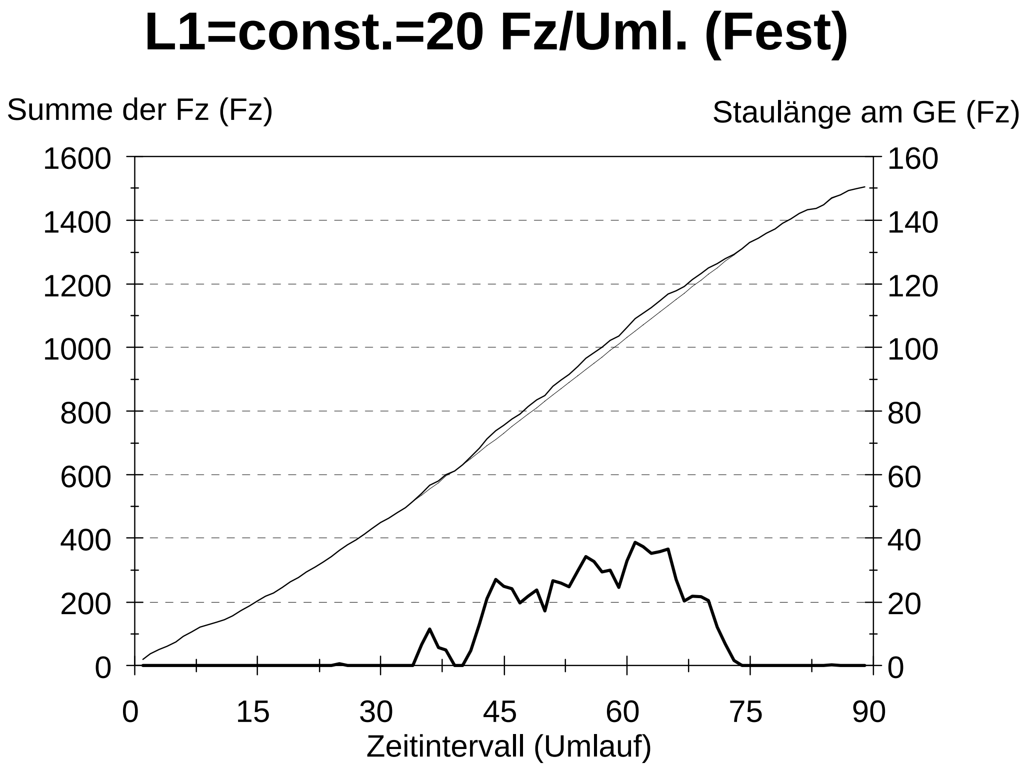


Abb. D-5a (Ganglinien konkurrierender Ströme)



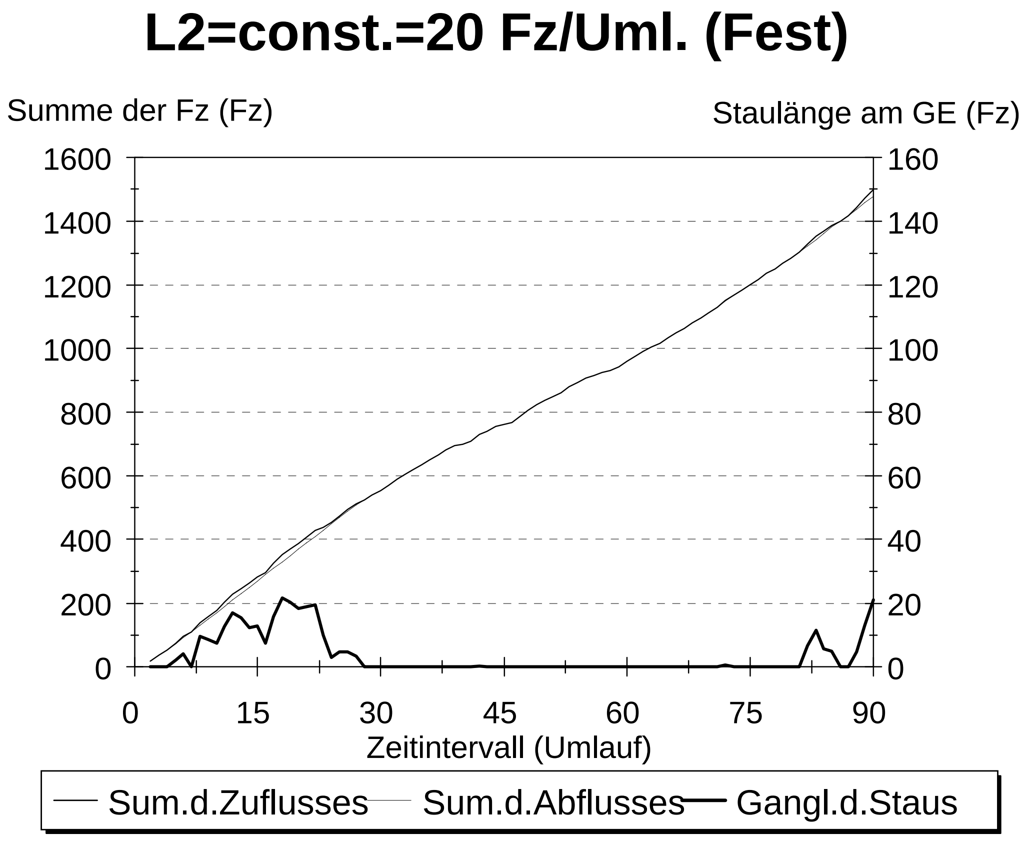
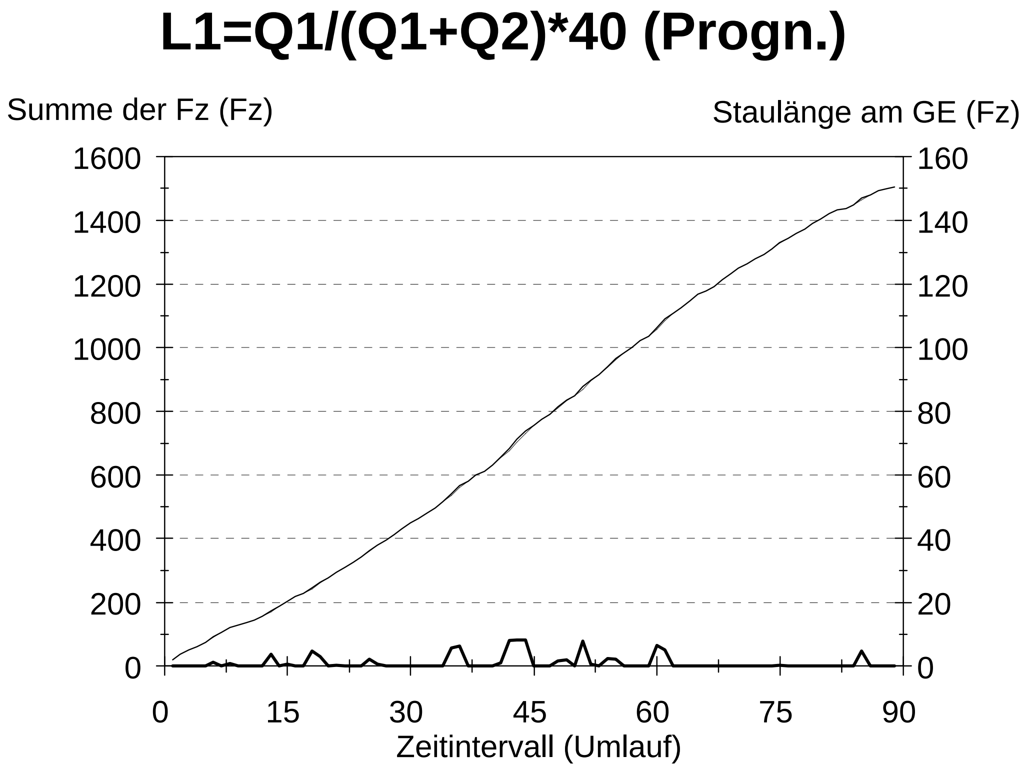


Abb. D-5b (Fall 1: Festzeit)



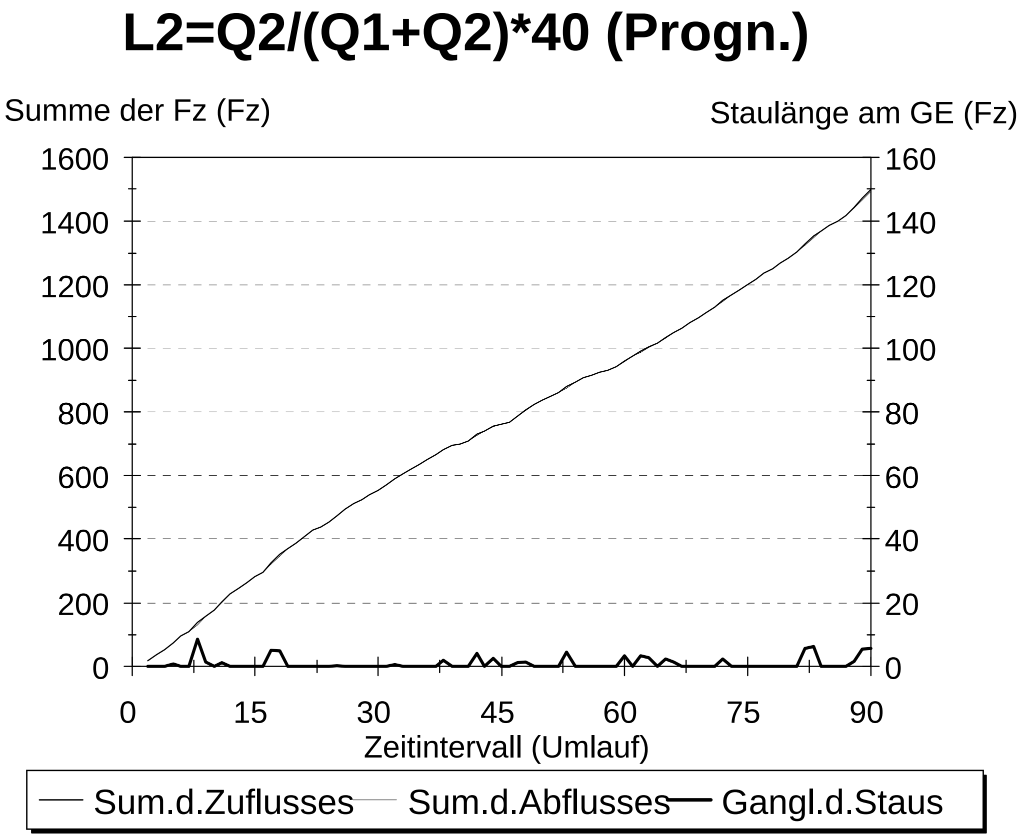
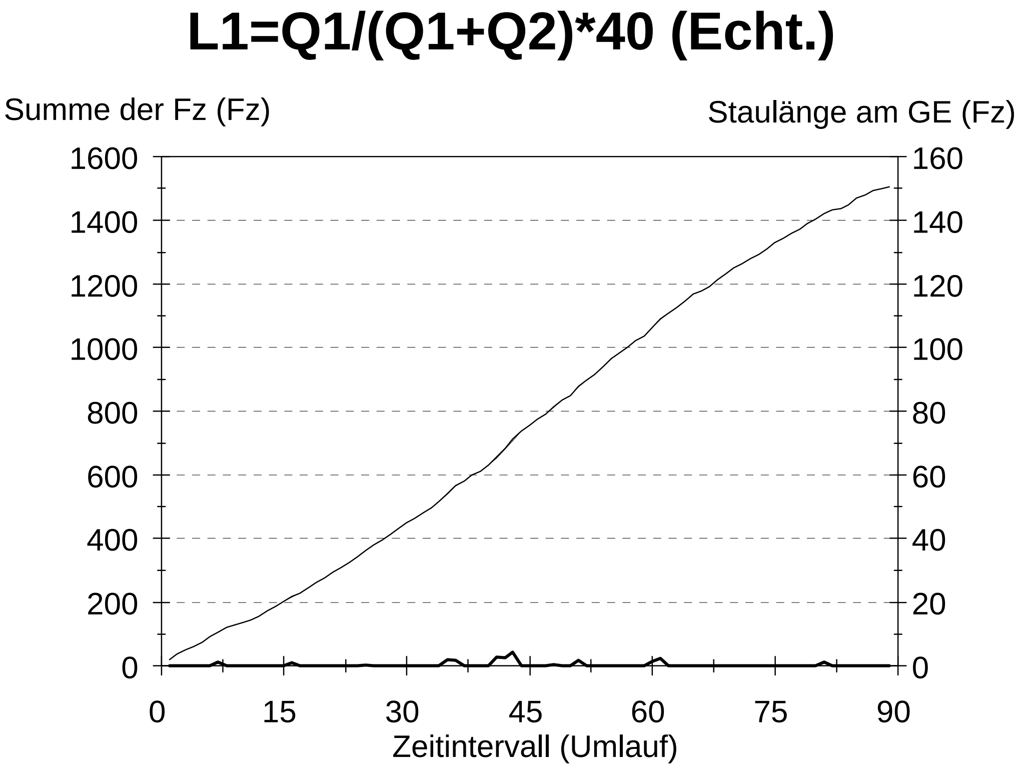


Abb. D-5c (Fall 2: Prognose)



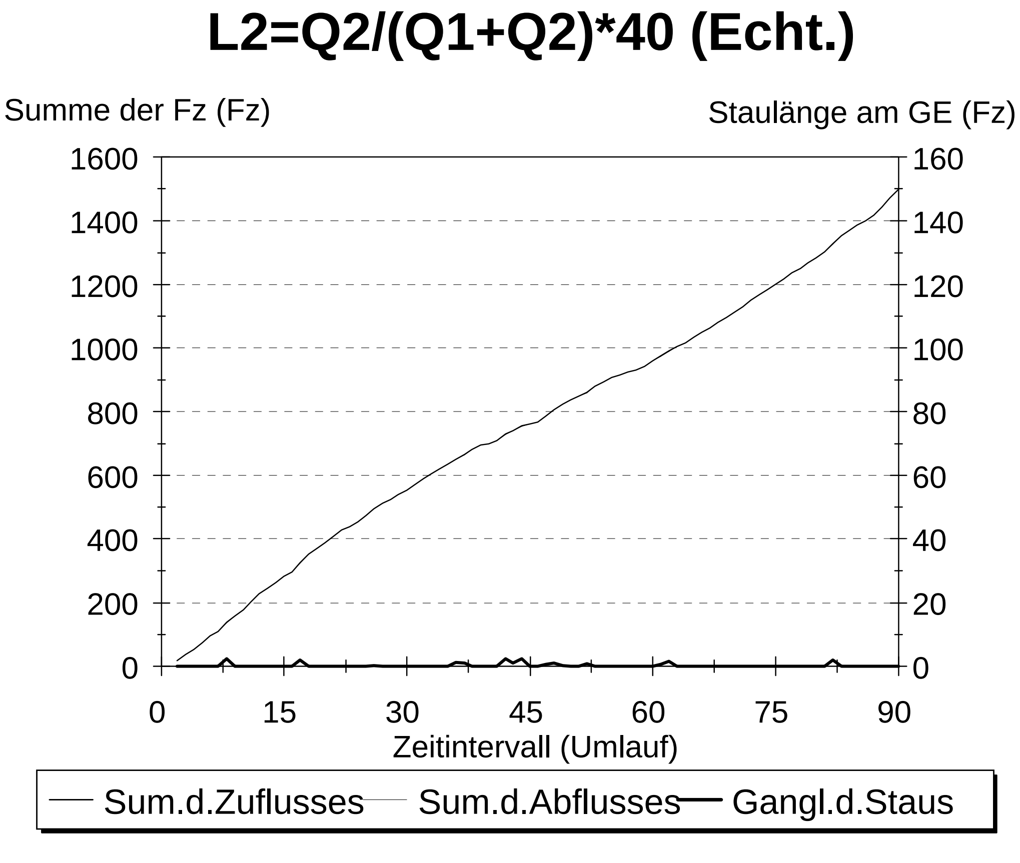
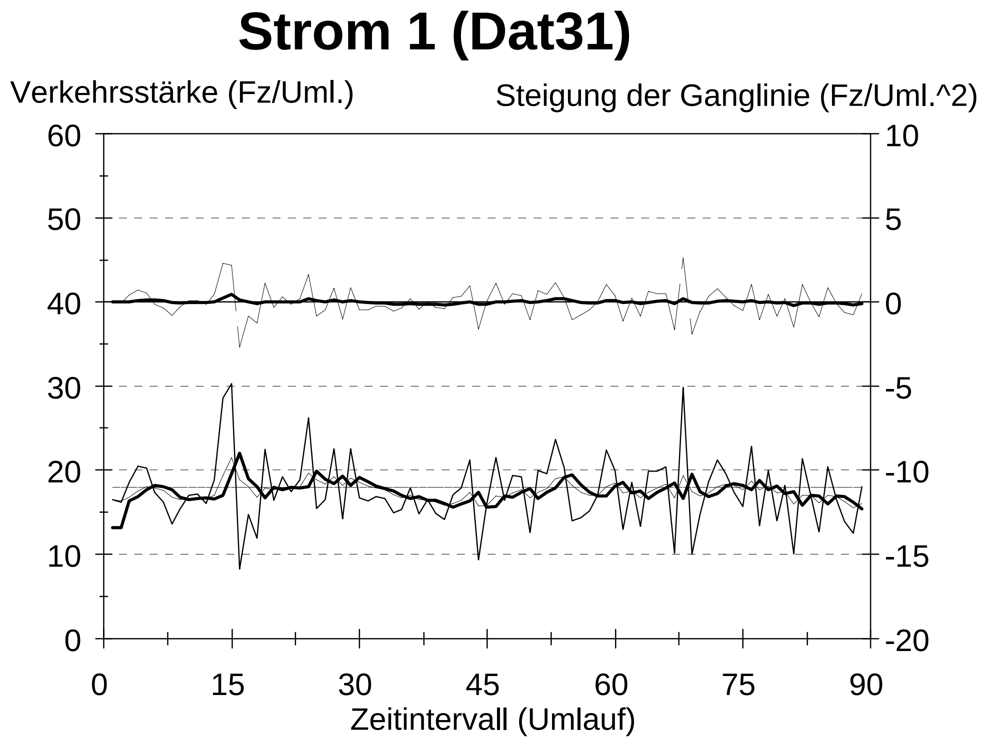


Abb. D-5d (Fall 3: Echtdaten)



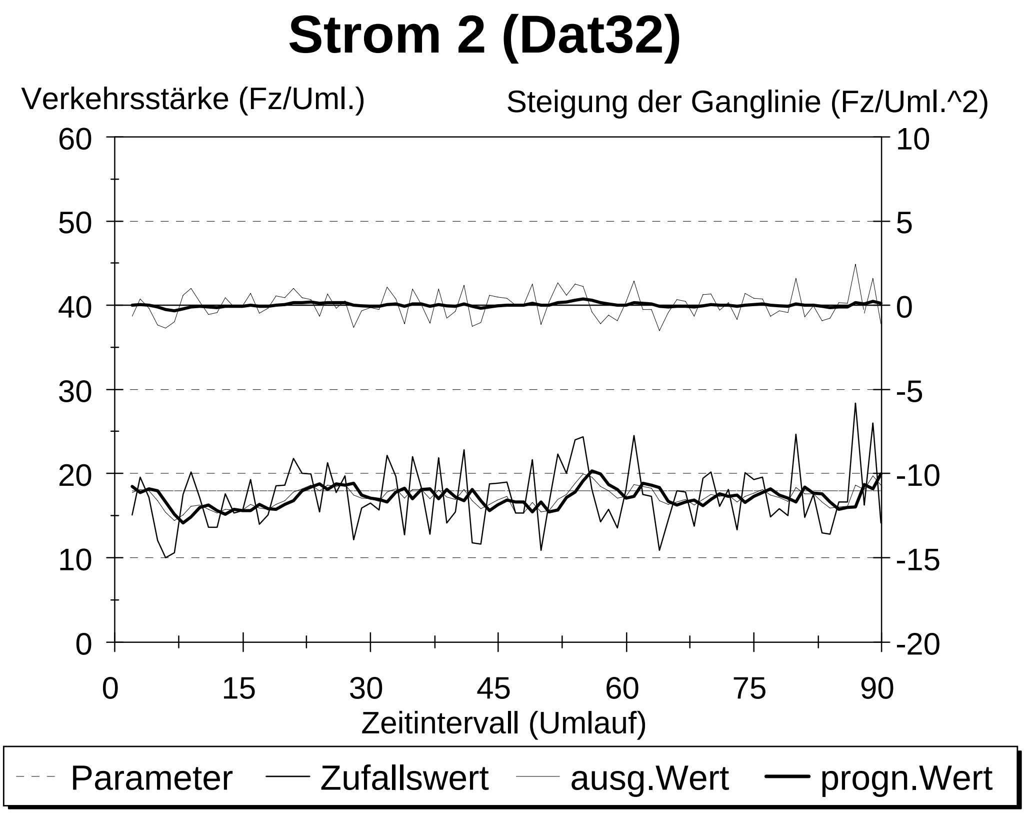
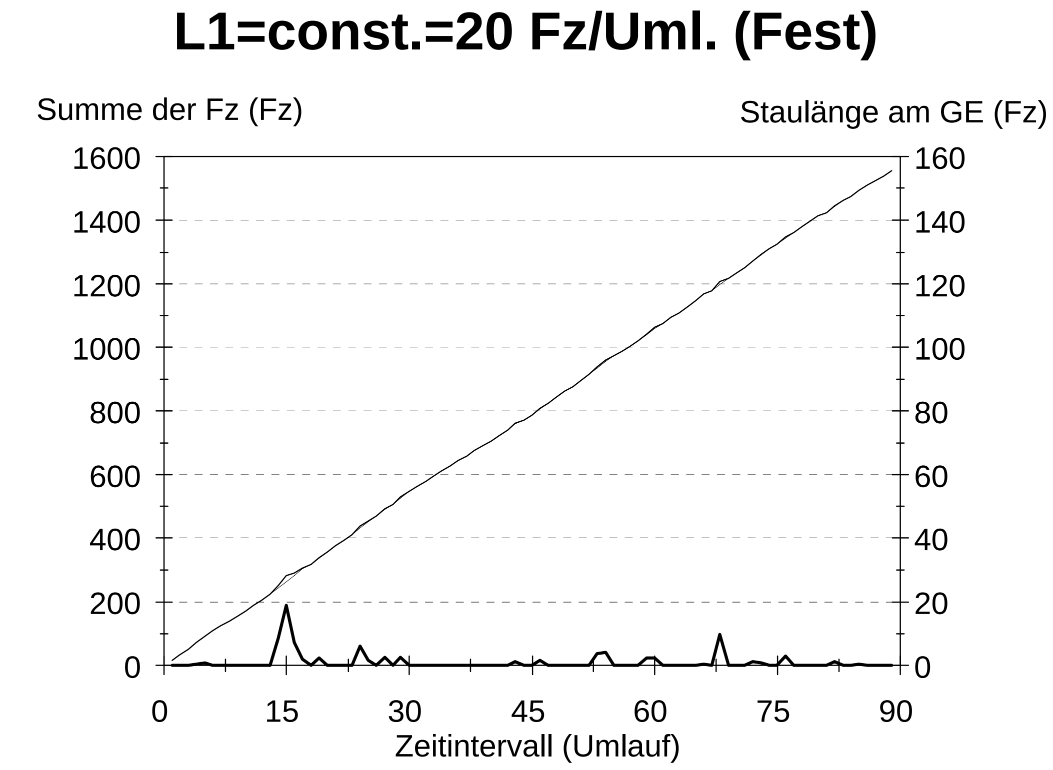


Abb. D-6a (Ganglinien konkurrierender Ströme)



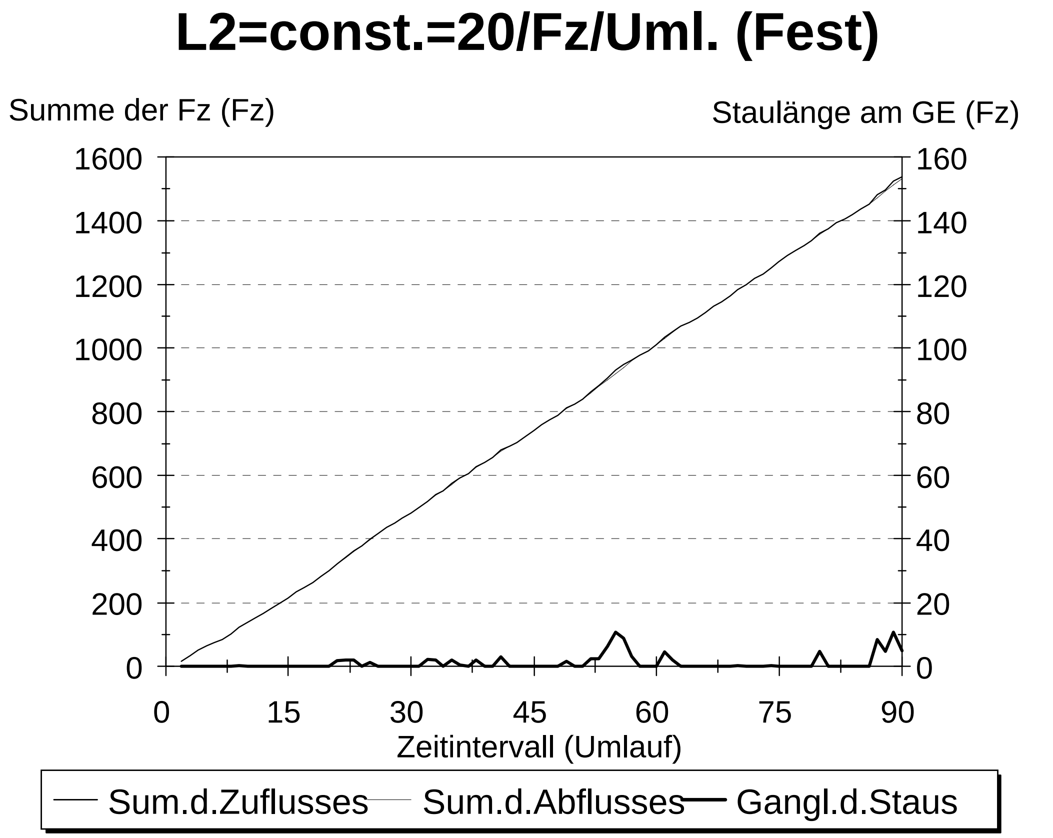
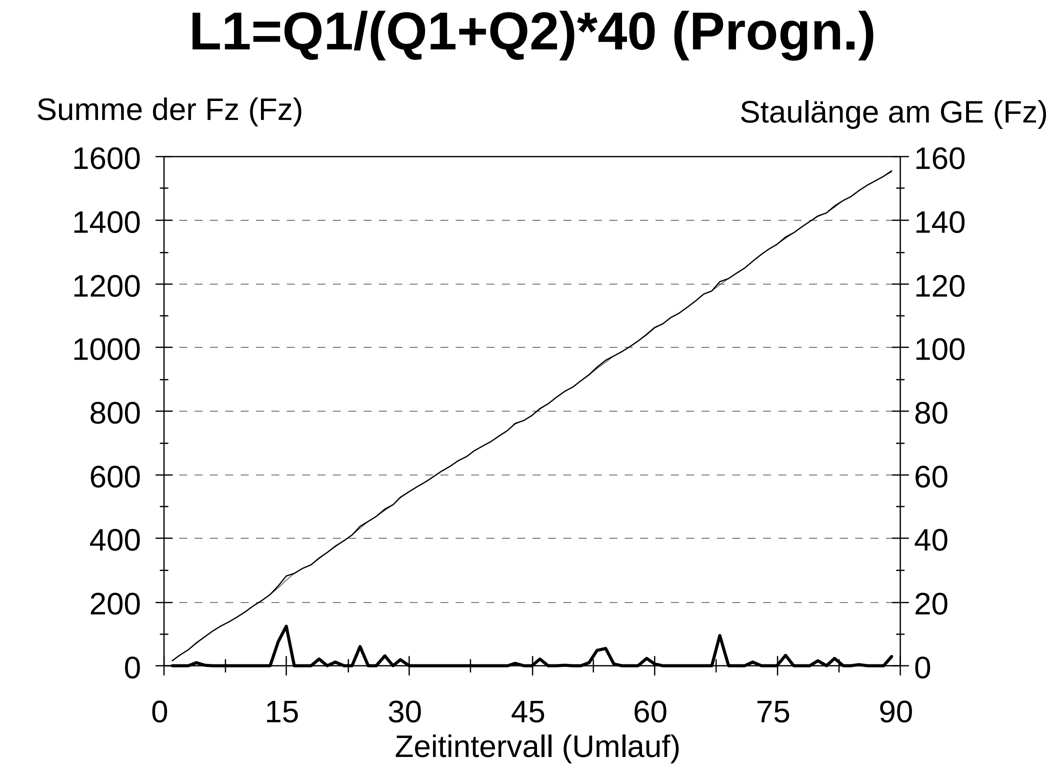


Abb. D-6b (Fall 1: Festzeit)



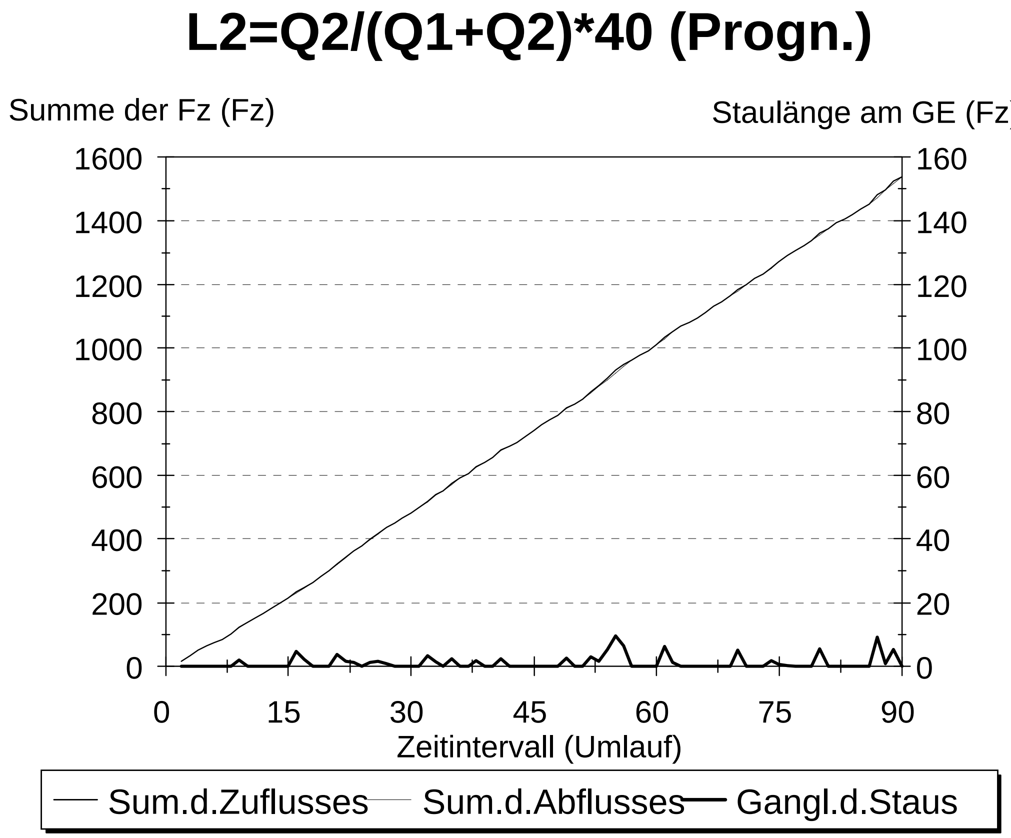
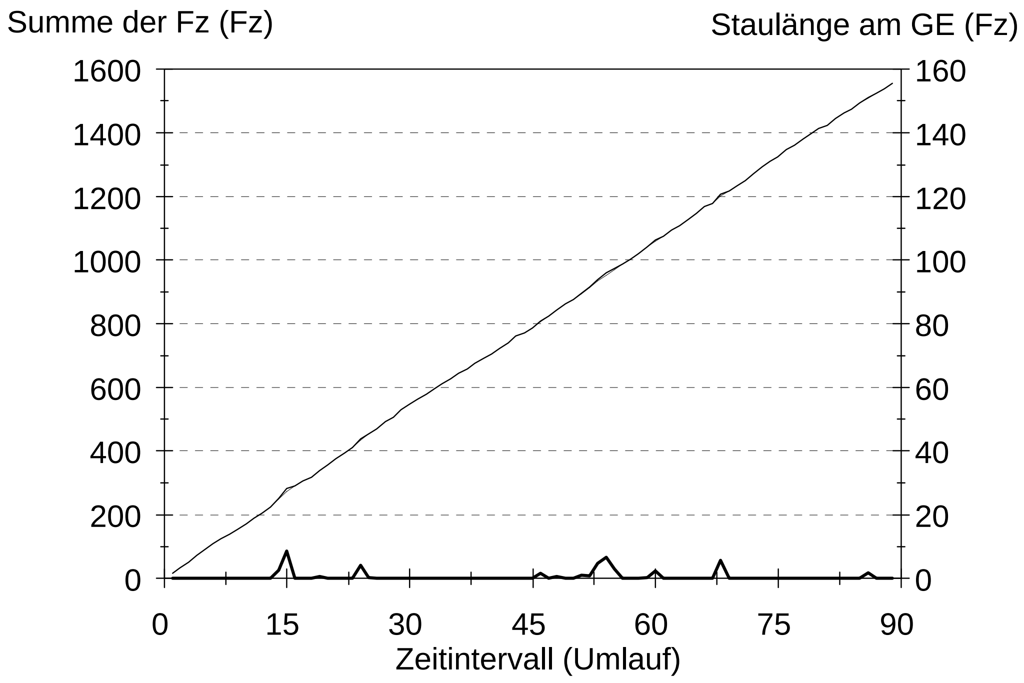


Abb. D-6c (Fall 2: Prognose)

L1=Q1/(Q1+Q2)*40 (Echt.)



L2=Q2/(Q1+Q2)*40 (Echt.)

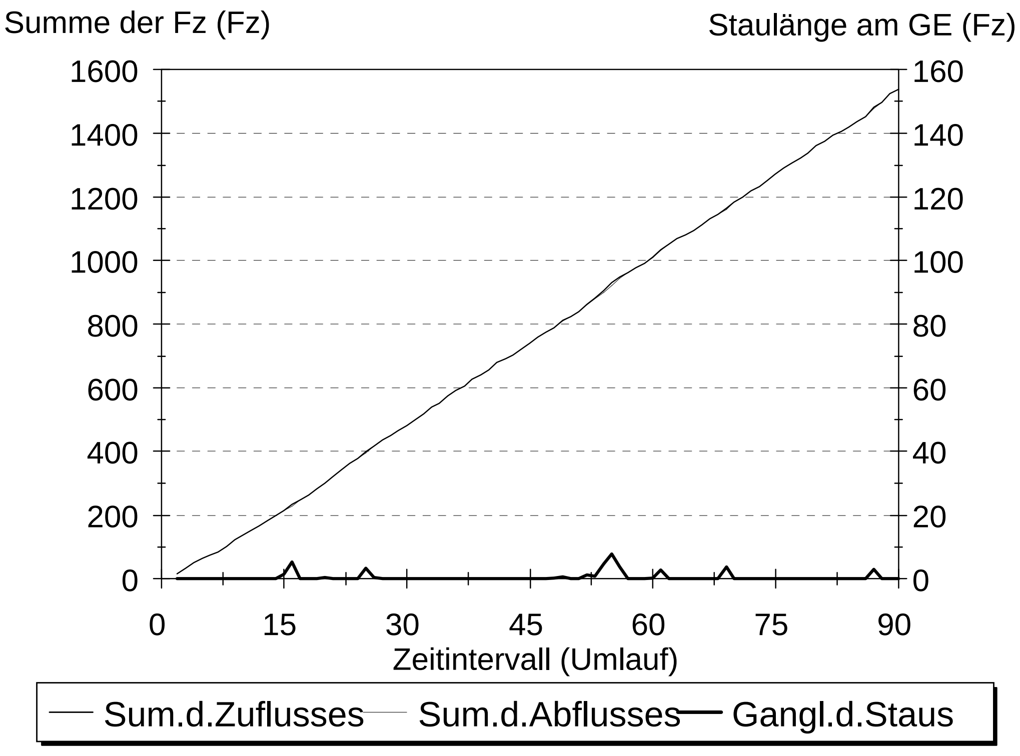


Abb. D-6d (Fall 3: Echtdaten)

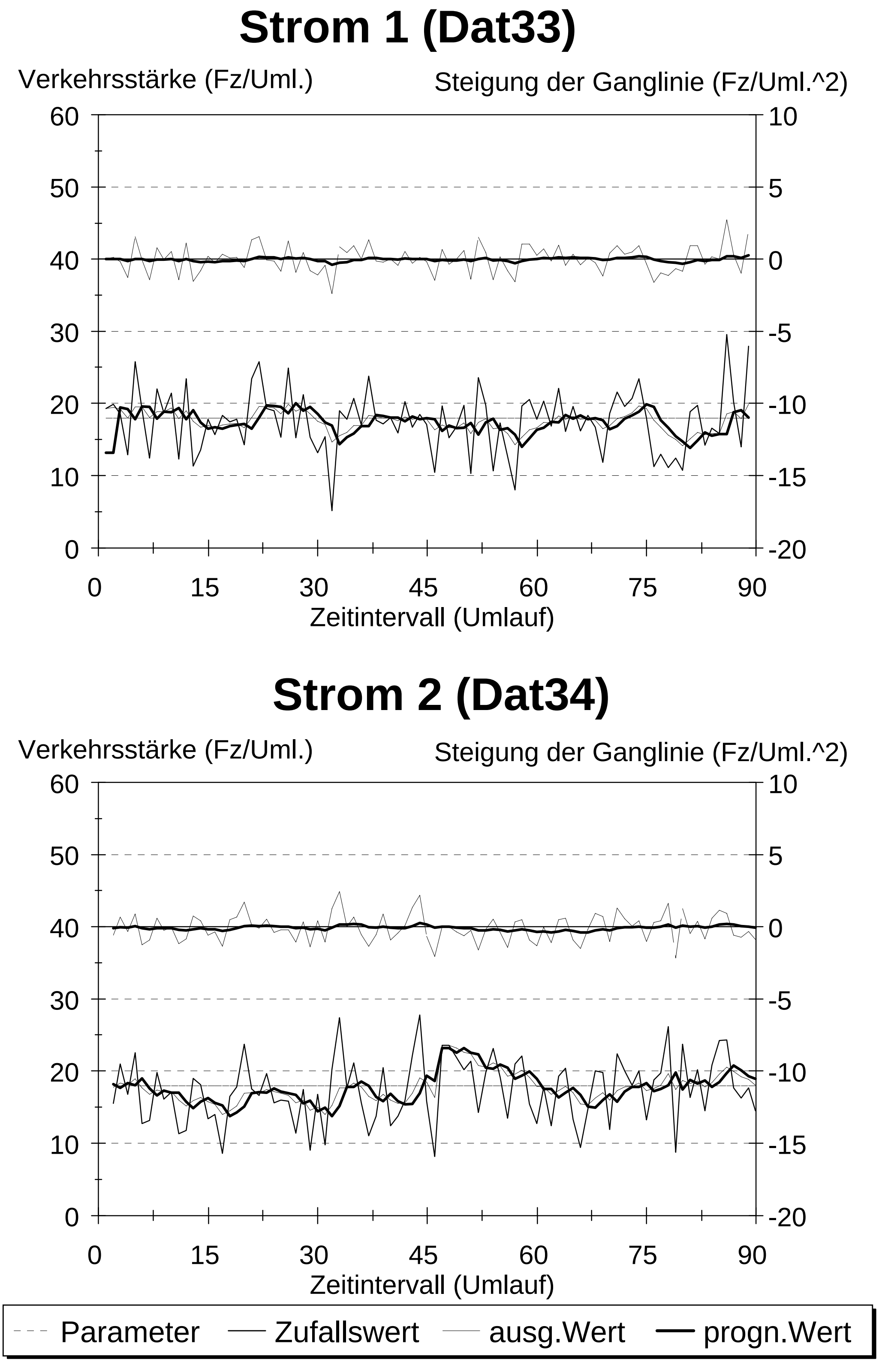
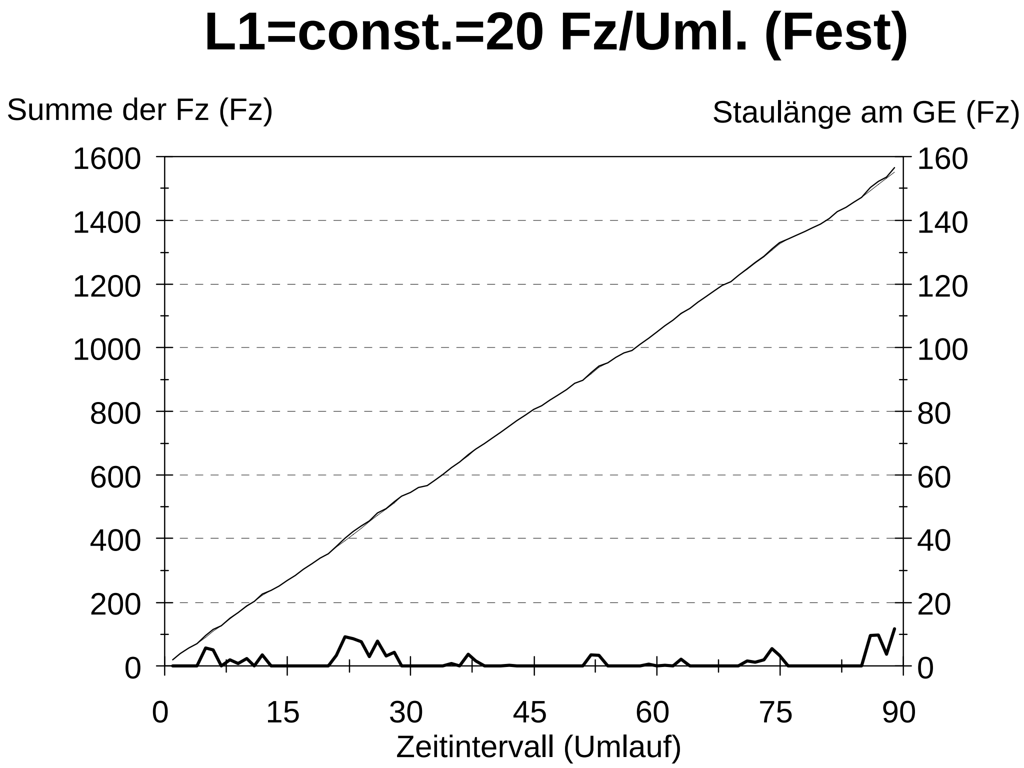


Abb. D-7a (Ganglinien konkurrierender Ströme)



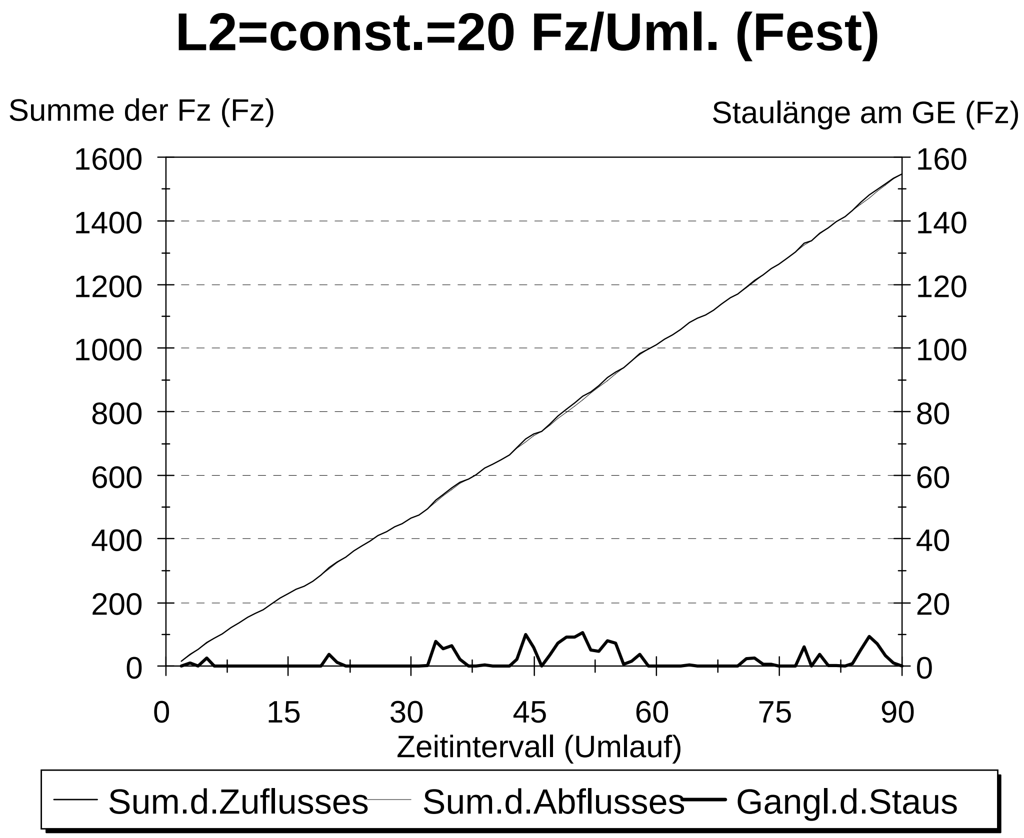
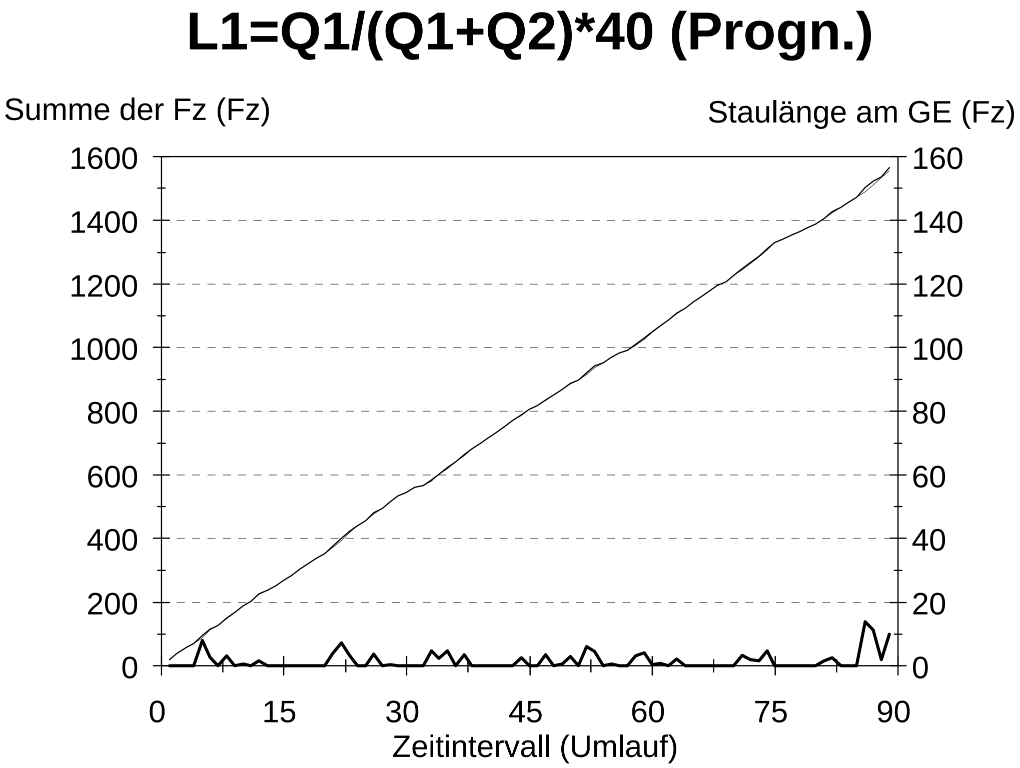


Abb. D-7b (Fall 1: Festzeit)



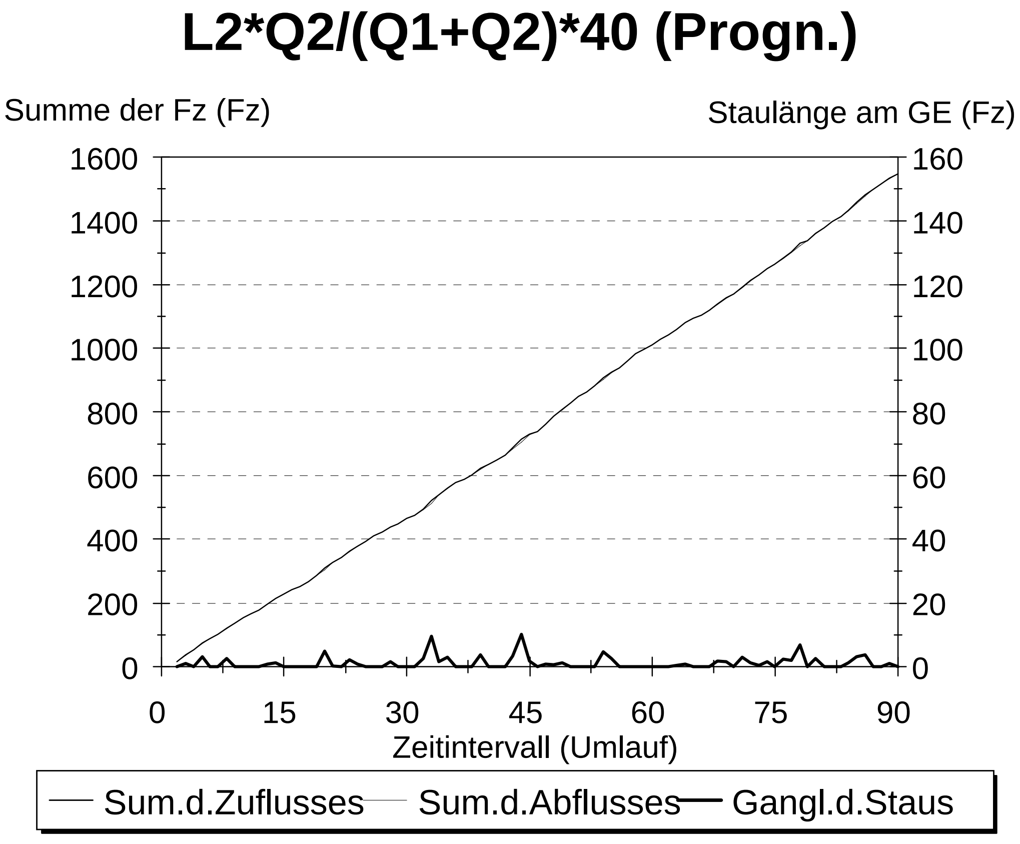
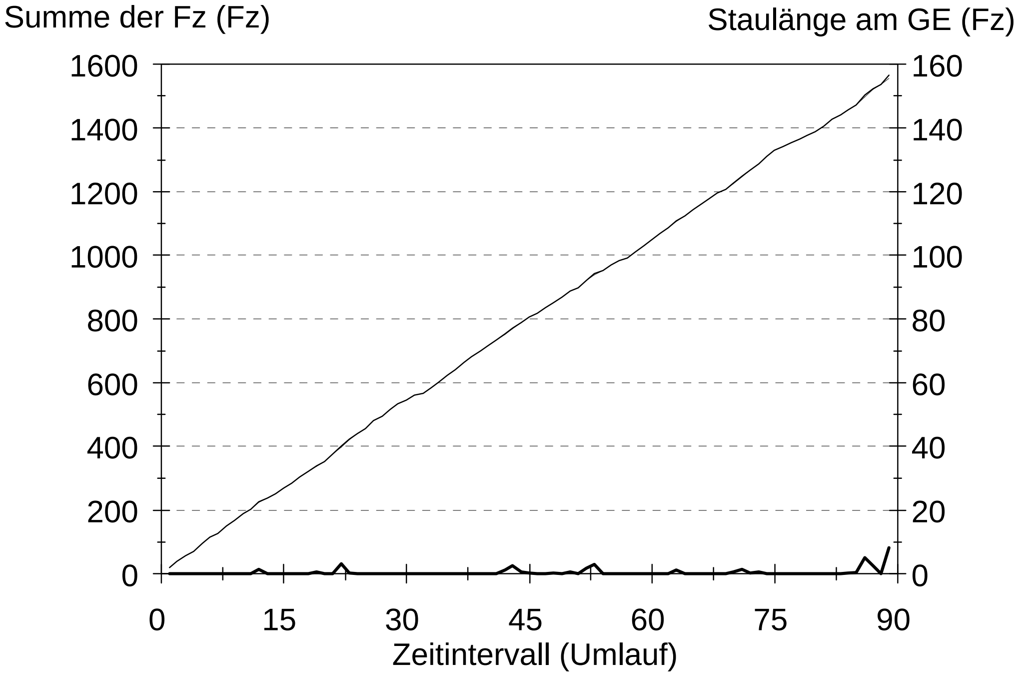


Abb. D-7c (Fall 2: Prognose)

L1=Q1/(Q1+Q2)*40 (Echt.)



L2=Q2/(Q1+Q2)*40 (Echt.)

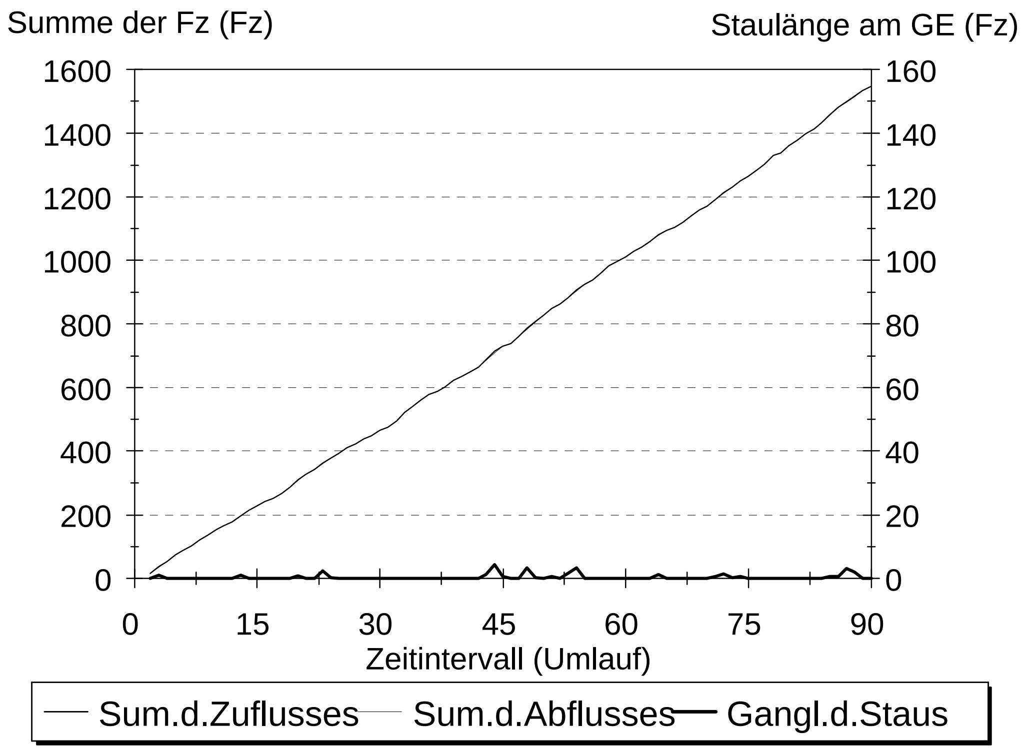


Abb. D-7d (Fall 3: Echtdaten)

ANHANG E: BEGRIFFSBESTIMMUNGEN

(Quelle: Begriffsbestimmungen, *Verkehrsplanung, Straßenentwurf und Straßenbetrieb*, Forschungsgesellschaft für Straßen und Verkehrswesen, Entwurf März 1998)

Abbiegefahrstreifen
Ausschließlich für den Abbiegeverkehr bestimmter Fahrstreifen (Rechtsabbiegefahrstreifen, Linksabbiegefahrstreifen).

Abbiegen
Ausfahren eines Fahrzeuges aus einer betrachteten Straße oder Fahrtrichtung nach rechts oder links.

Alles-Rot
Grundstellung bei einer verkehrsabhängigen Signalsteuerung mit gleichzeitiger Sperrung für alle Verkehrsströme, in die nach Beendigung angeforderter Phasen zurückgeschaltet wird.

Auslastungsgrad, Ausnutzungsgrad
In Anspruch genommener Anteil der Kapazität .

Bahnkörper, besonderer
Baulich abgegrenzte Gleisanlage im Verkehrsraum öffentlicher Straßen.

Bahnkörper, straßenbündiger
Baulich nicht abgesetzte Gleisanlage im Verkehrsraum öffentlicher Straßen.

Bedarfsphase
Phase, die auf Anforderung zu einem geeigneten Zeitpunkt in die gegebene Phasenfolge eingeschoben wird.

Belastungsquotient
Verhältnis der Summe der Fahrzeuge, die zu Beginn eines Zeitintervalles vor dem Abflußquerschnitt warten oder während dieses Zeitintervalles ankommen, zur Anzahl der Fahrzeuge, die im gleichen Zeitintervall den Abflußquerschnitt passieren könnten.

Belegungsgrad
Verhältnis der Summe der Verweilzeiten der Fahrzeuge im Wahrnehmungsbereich eines Detektors während eines Zeitintervalles zur Länge dieses Zeitintervalles.

Bemessungsverkehrsstärke
Verkehrsstärke, für die der Querschnitt eines Straßenabschnittes bemessen werden soll.

Bewegungslinie
Darstellung einer Ortsveränderung in einem Zeit-Weg-Diagramm.

Busfahrbahn
Fahrbahn, die nur von Linienomnibussen, ggf. auch von Taxen befahren werden darf.

Busfahrstreifen [Busfahrspur, Busspur]
Fahrstreifen, der zeitweise oder ständig der Benutzung durch Linienbusse, ggf. auch Taxen und Radfahrern vorbehalten ist.

Dauergrün
Grundstellung bei einer verkehrsabhängigen Signalsteuerung mit Freigabe für einen oder mehrere Verkehrsströme, in die nach Beendigung anderer angeforderter Phasen zurückgeschaltet wird.

Detektor
Einrichtung zur Erfassung von Anwesenheit und Bewegungsverhalten von Fahrzeugen oder Fußgängern sowie von Abmessungen oder Art von Fahrzeugen

Dreiecksinsel
Dreieckförmige Verkehrsinsel.

Einbahnstraße (Einrichtungsstraße)
Straße, auf der sich die Verkehrsteilnehmer nur in einer Richtung bewegen dürfen und auf der für das Überholen schienengebundener Fahrzeuge sowie das Einordnen, Halten und Parken besondere Vorschriften gelten.

Einbiegen
Einfahren eines Fahrzeugs in eine betrachtete Straße oder Fahrtrichtung nach rechts oder links.

Einfahrweg
Weg zwischen Haltlinie und Beginn der Konfliktfläche.

Einfahrzeit
Zeitdauer für das Zurücklegen des Einfahrweges.

Einmündung
Knotenpunkt, bei dem eine Straße an eine durchgehende Straße angeschlossen ist.

Einsatzpunkt
Zeitpunkt innerhalb eines Signalprogrammes, zu dem eine Änderung des Signalisierungszustandes erfolgt.

Einsatzpunktsteuerung
Lichtsignalsteuerung, bei der die Signalisierungszustände über festgelegte Einsatzpunkte geschaltet werden.

Einschaltprogramm
Signalprogramm für den Übergang von der Vorfahrtegelung zur Signalregelung mit einer verkehrstechnisch unbedenklichen Folge von Signalisierungszuständen.

Einschaltzeitpunkt
Zeitpunkt, zu dem ein Signalprogramm eingeschaltet wird.

Einzelsteuerung
Steuerung des Verkehrsablaufs mit Hilfe einer Lichtsignalanlage ohne Abstimmung mit anderen Lichtsignalanlagen.

Emissionen
Von einer örtlichen Quelle ausgehende Wirkungen auf die Umwelt.

Ersatzsignalprogramm
Bei Ausfall oder Störung von übergeordneten Steuerungseinrichtungen oder von Teilen der Lichtsignalanlage automatisch geschaltetes Signalprogramm.

Fahrbahn
Aus Fahrstreifen und Randstreifen bestehender zusammenhängend befestigter Teil der Straße.

Fahrdynamik
Wissenschaft von den am fahrenden Fahrzeug auftretenden Kräften und Momenten sowie den von ihnen verursachten translatorischen, rotatorischen und schwingenden Bewegungen.

Fahrplan
Festgelegte zeitliche Ordnung des Fahrbetriebes.

Fahrstreifen
Teil der Fahrbahn, der für die Fortbewegung einer Fahrzeugreihe bestimmt ist.

Fahrzeugschlange
Dem ersten Fahrzeug folgende Fahrzeuge einer Fahrzeugkolonne.

Fahrzeugstrom
Auf einer Fahrbahn in der gleichen Richtung verkehrende Fahrzeuge.

Feindliches Grün
Fehlerhafter Signalisierungszustand, bei dem wegen gleichzeitiger Freigabe nicht verträglicher Verkehrsströme mit Kollisionen zu rechnen ist.

Festzeitsteuerung
Lichtsignalsteuerung mit festgelegten Signalzeiten ohne Einwirkungsmöglichkeit durch Verkehrsteilnehmer.

Festzeit-Signalsteuerung
Siehe Festzeitsteuerung

Folgewegabstand, Folgeweglücke
Bruttoweglücke zwischen aufeinanderfolgenden Fahrzeugen derselben Fahrzeugkolonne.

Freigabeanforderung
Anmelden des Bedarfs an Freigabezeit durch Verkehrsteilnehmer über Detektoren.

Freigabeauslaufzeit
Zeitdauer zwischen der ersten Anforderung aus der gesperrten Verkehrsrichtung und dem Ende der Freigabezeit der laufenden Phase.

Freigabefolgezeit
Zeitdauer, um welche die Freigabezeit der laufenden Phase bei einer verkehrsabhängigen Signalsteuerung nach einer Anforderung aus der freigegebenen Verkehrsrichtung jeweils verlängert werden kann.

Freigabesignal
Lichtsignal, welches das Befahren bzw. Betreten einer Verkehrsfläche erlaubt, die in der Regel mindestens eine Konfliktfläche enthält.

Freigabeverlängerungszeit
Zeitdauer zwischen dem Ende der im Signalprogramm vorgegebenen unteren Grenze der Freigabezeit und dem tatsächlichen Ende der Freigabezeit.

Freigabezeit <Grünzeit>
Zeitdauer, während der ein Freigabesignal gegeben wird.

Freigabezeitanpassung
Vorübergehendes Verkürzen oder Verlängern von Freigabezeiten innerhalb eines sonst gleichbleibenden Signalprogrammes.

Freigabezeitbedarf
Freigabezeit, die eine bestimmte Anzahl von Fahrzeugen für das Überfahren der Haltlinie oder die eine bestimmte Anzahl von Fußgängern für das Betreten der Fußgängerfurt benötigt.

Freigabezeitverlängerung
Vom Signalsteuergerät aufgrund von Meßdaten bewirkte Verlängerung der Freigabezeit über die Mindestfreigabezeit hinaus.

Freigabezeitversatz
Zeitunterschied des Beginns der Freigabezeiten an jeweils zwei Lichtsignalgebern, an denen ein bestimmter Verkehrsstrom nacheinander vorbeifließt.

Fußgängerfurt
Für Fußgänger an einer Lichtsignalanlage durch Markierung auf der Fahrbahn gekennzeichnete Übergangsstelle.

Fußgängerüberweg
Für kreuzende Fußgänger auf einer Fahrbahn mit einem "Zebrastreifen" (Zeichen 9 StVO) gekennzeichnete Übergangsstelle, die außer gegenüber Schienenfahrzeugen ein Vorrecht begründet.

Gegenfahrbahn
Bei zweibahnigen Straßen die Fahrbahn, deren Verkehrsrichtung der betrachteten entgegenläuft.

Gehweg
Vornehmlich für den Fußgängerverkehr bestimmter Teil einer Straße.

Gelbzeit
Siehe Übergangszeit.

Grünband
Siehe Weg-Zeit-Band.

Grüne Welle
Koordinierte Signalsteuerung, bei der die Mehrzahl der Fahrzeuge bei Einhaltung einer empfohlenen Geschwindigkeit mehrere Knotenpunkte ohne Halt passieren kann.

Grünzeit
Siehe Freigabezeit.

Grünzeitführung, nichtstetige
Durch zusätzliche Freigabezeiten in Form von Vorlaufzeiten und/oder Nachlaufzeiten modifizierte Grünzeitführung.

Grünzeitführung, stetige
Zuteilung der Freigabezeiten innerhalb einer Grünen Welle entsprechend dem durchgehenden Grünband.

Gruppensteuerung
Steuerung des Verkehrsablaufes mit Hilfe mehrerer Lichtsignalanlagen unter gegenseitiger festgelegter Abstimmung.

Haltestelle
Gekennzeichneter Ort für den planmäßigen Halt von Fahrzeugen des öffentlichen Personennahverkehrs.

Haltlinie
Durchgehender breiter Querstrich, an dem der Verkehr aufgrund von Verkehrszeichen oder Lichtsignalen anhalten muß.

Hilfssignal
Gelb blinkendes Signal zur Warnung vor Gefahren.

Höchstgeschwindigkeit, zulässige
Durch Verkehrsvorschriften oder Verkehrszeichen für alle Fahrzeuge oder für bestimmte Fahrzeugarten beschränkte Geschwindigkeit.

Immissionen
Auf einen Standort einwirkende anthropogen verursachte Umwelteinflüsse.

Kapazität eines Querschnittes
Summe der Kapazitäten der an diesem Querschnitt zugelassenen Verkehrsströme.

Kapazität eines Verkehrsstroms
Größte Verkehrsstärke, die ein Verkehrsstrom bei gegebenen Weg- und Verkehrsbedingungen an dem für ihn bestimmten Querschnitt erreichen kann.

Knotenpunkt
Bauliche Anlage, die der Verknüpfung von Verkehrswegen dient.

Knotenpunktarm
An einen Knotenpunkt anschließender Straßenabschnitt.

Knotenpunktzufahrt
Teil eines Knotenpunktarmes, auf dem sich der Straßenverkehr dem Knotenpunkt nähert.

Konfliktfläche
Begrenzte Grundfläche auf einer Straßenverkehrsanlage, die aus der Überlagerung der Bewegungsstreifen nicht verträglicher Verkehrsströme entsteht.

Kreuzung
Knotenpunkt mit mehr als drei Knotenpunktarmen, die mindestens zwei durchgehend befahrbare Straßen bilden.

Kreuzungsvorgang
Verkehrsvorgang, bei dem Verkehrsströme einander in einer Ebene ohne Verflechten durchsetzen.

Lageplan
Geographisch orientierte, zeichnerische Darstellung eines Objektes in der Draufsicht.

Lärm
Schall, der stört oder schädigt.

Lichtsignal
Von einer Einrichtung durch Lichtzeichen den Verkehrsteilnehmern gegebene Information für bestimmte Verhaltensweisen.

Lichtsignalanlage
Kombination von Lichtsignalgebern und erforderlichen Betriebseinrichtungen zur Steuerung des Verkehrsablaufs.

Lichtsignalgeber
Gerät, das über Leuchtfelder Lichtsignale gibt.

Lichtsignalsteuerung
Planmäßige Beeinflussung (Steuerung) des Verkehrsablaufs durch Lichtsignale.

Linienverkehr
Regelmäßige Verkehrsverbindung durch ein öffentliches Verkehrsmittel auf einer vorgegebenen Route mit festgelegten Haltestellen.

Mindestfreigabezeit
Kleinste, unabhängig von der Verkehrsstärke zu gebende Freigabezeit.

MIV
Motorisierter Individualverkehr

Nachlaufzeit
Zeitdauer, um die bei koordinierter Signalsteuerung die Freigabezeit für einen Verkehrsstrom später endet, als es nach dem Zeit-Weg-Band erforderlich wäre.

ÖPNV
Öffentlicher Personennahverkehr, Beförderung von Personen im Orts- oder Regionalverkehr mit allgemein zugänglichen Verkehrsmitteln.

Phase
Teil eines Signalprogrammes, während dessen ein bestimmter Grundzustand der Signalisierung unverändert bleibt.

Phasenfolge
Zeitliche Folge der verschiedenen Phasen eines Signalprogrammes.

Phasensprung
Überspringen einer oder mehrerer Phasen einer sonst festgelegten Phasenfolge.

Phasenübergang
Teil eines Signalprogramms für den Wechsel von einer Phase zur nachfolgenden.

Prognoseverkehrsstärke
Geschätzte Stärke eines Verkehrsstromes zu einem zukünftigen Zeitpunkt.

Progressionsgeschwindigkeit
Dem Entwurf von Grünen Wellen zugrundegelegte Geschwindigkeit.

Progressionssystem, Progressivsystem
Grüne Welle, bei der an aufeinanderfolgenden Knotenpunkten der Freigabezeitversatz der rechnerischen Fahrzeit für das Passieren der Strecke zwischen den zugehörigen aufeinanderfolgenden Haltlinien entspricht.

Querschnitt
Vertikaler Schnitt rechtwinklig zur Straßenachse.

Radfahrerfurt
Für den Radverkehr an einer Lichtsignalanlage oder an einer Stelle mit Bevorrechtigung des Radverkehrs durch Markierung auf der Fahrbahn gekennzeichnete Überquerungsstelle.

Radfahrstreifen
Von der Fahrbahn abmarkierter und durch Verkehrszeichen ausgewiesener Teil der Straße mit Benutzungspflicht für Radfahrer.

Räumweg
Weg zwischen Haltlinie bzw. Anfang der Fußgängerfurt und Ende der Konfliktfläche, bei Fahrzeugen verlängert um die Fahrzeuglänge.

Räumzeit
Zeitdauer für das Zurücklegen des Räumweges.

Rotgelbzeit
Siehe Übergangszeit.

Rotzeit
Siehe Sperrzeit.

Sättigungsverkehrsstärke
Maximale Verkehrsstärke eines Fahrstreifens während der Freigabezeit.

Signalbevorrechtigung
Bevorzugte Freigabe für Fahrzeuge des öffentlichen Personennahverkehrs an Lichtsignalanlagen.

Signalfolge
Zeitliche Reihenfolge der Lichtsignale eines Lichtsignalgebers, die für Hauptsignale fest vereinbart wird.

Signalgruppe
Signale, die zu jedem Zeitpunkt übereinstimmen.

Signalisierungszustand
Alle zu ein- und demselben Zeitpunkt an einer Lichtsignalanlage gegebenen Lichtsignale.

Signalprogramm
Hinsichtlich Dauer und Zuordnung festgelegte Signalzeiten einer Lichtsignalanlage.

Signalprogrammauswahl
Auswahl eines Signalprogrammes aus vorgegebenen Signalprogrammen.

Signalprogrammbildung
Festlegung eines Signalprogrammes unter Beeinflussung durch Verkehrsteilnehmer.

Signalsteuerung, automatische
Steuerung des Verkehrsablaufs mit Hilfe einer selbsttätig schaltenden Lichtsignalanlage.

Signalsteuerung, koordinierte
Lichtsignalsteuerung mit Abstimmung der Signalzeiten an benachbarten Knotenpunkten oder Teilknotenpunkten zur Berücksichtigung gegenseitiger verkehrstechnischer Abhängigkeiten.

Signalsteuerung, verkehrsabhängige
Lichtsignalsteuerung, bei der das Signalprogramm von Verkehrsteilnehmern beeinflußt wird.

Signaltrichter
Zeitlich-räumliche Folge von Signalen (vor einem Knotenpunkt mit Lichtsignalanlage), die durch Geschwindigkeitsanpassung ein Einfahren der Fahrzeuge in den Knotenpunkt ohne Halt bewirken soll.

Signalzeit
Zeitdauer, während der ein bestimmtes Lichtsignal gegeben wird.

Signalzeitenplan
Graphische Darstellung des Signalprogrammes im Zeitmaßstab.

Sperrsignal
Lichtsignal, welches das Befahren bzw. Betreten einer Verkehrsfläche verbietet, die in der Regel mindestens eine Konfliktfläche enthält.

Sperrzeit <Rotzeit>
Zeitdauer, während der ein Sperrsignal gegeben wird.

Sperrzyklus
Sequenz von Signalgruppen, die die Länge der Umlaufzeit festlegt

Stauraum
Fahrbahnfläche, die Fahrzeugen während des Wartens auf Fahrtfreigabe oder Abfertigung zur Verfügung steht.

Steuerungsebene, makroskopische
Signalsteuerungsverfahren zur Berücksichtigung langfristiger Änderungen des Verkehrszustandes am Knotenpunkt oder im Straßennetz.

Steuerungsebene, mikroskopische
Signalsteuerungsverfahren zur Berücksichtigung kurzfristiger Änderungen des Verkehrszustandes am Knotenpunkt.

Straßennetz
System von Straßen und deren Knotenpunkten.

Strombelastung
Nach Anfangs- und Endpunkten getrennt ausgewiesene Verkehrsstärken auf den Strecken eines Netzes.

Strombelastungsplan
Lageplangerechte Darstellung der Verkehrsströme an Knotenpunkten als Bänder, deren Breite der jeweiligen Verkehrsstärke entspricht.

Teilpunkt
Schnittpunkt der Mittellinie zweier gegenläufiger Grünbänder im Zeit-Weg-Diagramm von Grünen Wellen.

Trendprognose
Schätzung einer Größe für einen zukünftigen Zeitpunkt aus ihrer bisherigen zeitlichen Entwicklung.

Überfahrzeit
Für die Berechnung der Zwischenzeit gewählte bzw. festgesetzte Zeitdauer zwischen Ende der Freigabezeit und Beginn der Räumzeit.

Übergangssignal
Lichtsignal zur Vorbereitung auf ein nachfolgendes Signal („gelb„, „rot und gelb„ oder „Halt zu erwarten„ nach BOStrab).

Übergangszeit
Zeitdauer, während der ein Übergangssignal gegeben wird (Gelbzeit und Rotgelbzeit).

Umlauf
Einmaliger Ablauf eines Signalprogrammes.

Umlaufzeit
Zeitdauer des einmaligen Ablaufes eines Signalprogrammes.

Umschaltzeitpunkt
Ausgewählter Zeitpunkt für einen Signalprogrammwechsel, zu dem die Signalisierungszustände zweier aufeinanderfolgender Signalprogramme übereinstimmen.

Verkehrsbeeinflussung
Gesamtheit aller Maßnahmen und Einrichtungen zur Führung der Verkehrsströme im Netz sowie zur Steuerung des Verkehrsablaufs.

Verkehrsbeeinflussungsanlage
Netzbezogene oder linienbezogene Anlage an einer Straße, die zur Verkehrsbeeinflussung mit Hilfe von Wechselverkehrszeichen dient.

Verkehrserhebung
Gewinnung von Daten eines bestehenden Verkehrszustandes.

Verkehrsprognose
Schätzung eines künftigen Verkehrszustandes.

Verkehrsqualität
Zusammenfassende Gütebeurteilung des Verkehrsflusses.

Verkehrsregelung
Gesamtheit aller Vorschriften, Maßnahmen und Einrichtungen zur Ordnung und Sicherung des Verkehrs.

Verkehrsstärke
Anzahl der Verkehrselemente eines Verkehrsstromes je Zeiteinheit an einem Querschnitt.

Verkehrsstrom
Auf einem Verkehrsweg in der gleichen Richtung sich bewegende Verkehrselemente.

Verkehrsstromführung
Führung von Fahrzeug- bzw. Fußgängerströmen über einen Knotenpunkt mit Hilfe von Verkehrsinseln und Leitrichtungen.

Verkehrswegenetz
System von Verkehrswegen und deren Knotenpunkten.

Vorgabezeit
Zeitdauer, um die für einen oder mehrere Verkehrsströme die Freigabezeit eher beginnt als für andere in der gleichen Phase freigegebene Verkehrsströme.

Vorlaufzeit
Zeitdauer, um die bei koordinierter Signalsteuerung die Freigabezeit für einen Verkehrsstrom früher beginnt als es nach dem Weg-Zeit-Band erforderlich wäre.

Vorsignalgeber
Lichtsignalgeber im räumlichen Abstand vor mindestens einem weiteren Lichtsignalgeber, der dazu dient, mit Hilfe koordinierter Signale den Verkehrsstrom bei der Annäherung an den nächsten Lichtsignalgeber zu beeinflussen (siehe auch Signaltrichter).

Weg-Zeit-Band, Zeit-Weg-Band
Band im Weg-Zeit-Diagramm, das die Bewegung abgegrenzter Teilmengen von Verkehrselementen in einer bestimmten Richtung darstellt.

Zeitinsel
Einrichtung, durch die an Haltestellen ohne Haltestelleninsel mit Hilfe einer Lichtsignalanlage die für den Fahrgastwechsel erforderliche Fahrbahnfläche freigehalten wird.

Zeitlücke
Zeitunterschied zwischen den Durchgängen der Bezugspunkte aufeinander folgender Fahrzeuge eines Fahrzeugstromes an einem Querschnitt.

Zeitschritt
Zeitlicher Mindestabstand zweier Einsatzpunkte im Signalprogramm.

Zentralsteuerung
Lichtsignalsteuerung auf Grund zentraler Informationssammlung, Entscheidungsfindung, Befehlsübermittlung und Betriebsüberwachung.

Zugabezeit
Zeitdauer, um die für einen oder mehrere Verkehrsströme die Freigabezeit später endet als für andere in der gleichen Phase freigegebene Verkehrsströme.

Zwischenzeit
Zeitdauer zwischen dem Ende der Freigabezeit und dem Beginn der Freigabezeit für zwei dieselbe Konfliktfläche nacheinander benutzende Verkehrsströme.

ANHANG F: VERZEICHNIS VERWENDETER SYMBOLE

$\mathbf{A}_{\max}$	=	Matrix der maximalen Abstände zwischen den Freiheitsgraden (Einspannungen)
$\mathbf{A}_{\min}$	=	Matrix der minimalen Abstände zwischen den Freiheitsgraden (Einspannungen)
$p(i)$	=	Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einem Umlauf genau *i* Fahrzeuge ankommen
0, I, II, II,...	=	a) Index für Phasen b) Index für Freiheitsgrade (Einspannungen)
a_{i}	=	Auslastungsgrad der Signalgruppe *i*
$a_{i,critical}$	=	Auslastungsgrad der maßgebenden Signalgruppe *i*
B	=	a) Grünzeitbedarf (Grünzeitwunsch) b) Versatzbedarf der Fahrlinie (Bewegungslinie)
B_d	=	Hilfsparameter =-*B*
C	=	Länge der Grünzeit
C_{opt}	=	optimaler Umlaufzeit mit optimal verteilten Grünzeiten $G_{i,opt}$
D	=	Dauer der Optimierungszeit *D*
D, **D(x)**	=	Flexiblitätsmatrix
E	=	Materialparameter, der die Materialeigenschaft darstellt
EJ	=	Biegesteifigkeit
F	=	Federkraft
$\tilde{F}_a$	=	aktuelle Kraft einer Feder
F, **F(x)**	=	Kraftvektor
F1, F2,...	=	Bezeichnung der Signalgruppe für Fußgänger
F_a	=	Längskraft, die von außen auf die Feder ausgeübt wird
F_d	=	Hilfsparameter =-*F*
F_i	=	innere Kraft, die von einer Feder nach außen ausgeübt wird
G	=	Länge der Grünzeit
G_i	=	Länge der Grünzeit der Signalgruppe *i*
G_0	=	Bezugspunkt der Grünzeit *G*
G1, G2,...	=	Bezeichnung der Grünzeiten
GB	=	Grünbeginn der Signalgruppe
GE	=	Grünende der Signalgruppe
$g_i^{*}{}_{,\mathrm{ausgleich}}$	=	ausgeglichene Steigung der Ganglinie des *i*-ten Zeitintervalls
$G_{i,opt}$	=	optimale Grünzeiten bei festgelegter Umlaufzeit *C*
h	=	Versatz der Grünzeiten in der Koordinierung
h_0	=	a) Wunschversatz b) Bezugspunkt des Versatzes
$h_i(q_i,G_i,C)$	=	Anzahl der Halte pro Fahrzeug an der Signalgruppe *i*

$H_i(q_i,G_i,C)$	=	Summe der Halte der Signalgruppe $i = h_i(q_i,G_i,C) \cdot q_i$
K	=	Steifigkeitszahl (auch Federzahl genannt)
$\mathbf{K}$, $\mathbf{K(x)}$	=	Steifigkeitsmatrix
$k1$	=	Gewichtungsfaktor der Wartezeit
$k2$	=	Gewichtungsfaktor der Halte
K1, K2,...	=	Bezeichnung der Signalgruppe für Kraftfahrzeuge
K_k	=	Steifigkeitszahl des Träger
L	=	a) Grenze für die Klassifizierung der relativen Änderung der Verkehrsstärke in MEXWA b) Mindestentfernung zwischen der Haltelinie und der Position des Detektors
L	=	gesamte Länge des Feder-Systems
l_k	=	Knotenpunktabstand
L_k	=	Länge des Trägers in der Waagrechten Richtung
lz	=	starre oder verschiebbare Verbindungen zwischen den Federn
m	=	mittlere Anzahl der ankommenden Fahrzeuge in der Spitzenperiode
M	=	a) Länge des Bemessungsintervalls b) Signalsteifigkeitszahl = negativen Gradienten des Grünzeitbedarfs B (entspr. der Steifigkeitszahl K bei der Feder)
$M1$, $M2$,...	=	Bezeichnung der Biegemomente
$\max(a_i)$	=	Maximum des Auslastungsgrades über alle Signalgruppen
MIV	=	motorisierter Individualverkehr
M_k	=	"Steifigkeitszahl" der Bewegungslinie
m_p	=	$2,3,...\infty$
n, n_G	=	Anzahl der Signalgruppen
n_l	=	Anzahl der Fahrstreifen
ÖPNV	=	öffentlicher Personalnahverkehr
p1, p2,...	=	Bezeichnung für die "Pfade".
q	=	Verkehrsstärke (entspricht der Materialparameter E der Feder)
Q1, Q2,...	=	Bezeichnung der Verkehrsströme
q_i	=	Verkehrsstärke der Signalgruppe i
$q_{i,\text{ausgleich}}$	=	ausgeglichene Verkehrsstärke des i-ten Zeitintervalls
$q_{s,i}$	=	Sättigungsverkehrsstärke der Signalgruppe i
R	=	Länge der Rotzeit
s	=	Länge einer Feder
$\tilde{s}$	=	aktuellen Länge einer Feder
s_0	=	Bezugspunkt der Länge der Feder s
s_0, l_F	=	ursprünglichen Länge einer Feder
S1, S2, ...	=	Bezeichnung der Signalgruppe für Straßenbahnen
T	=	Länge der Spitzenperiode
t_z	=	Länge der Zwischenzeit

tz	=	Zwischenzeiten zwischen den Signalgruppen
U	=	a) innere Potentialenergie der Feder b) Verformungs- (Potential-) energie des Trägers
U1, U2, ...	=	Bezeichnung der Umläufe
U_g	=	Summe der Potentialenergie aller Feder
v	=	Geschwindigkeit der Fahrzeuge im Annäherungsbereich des Knotenpunktes
v_1	=	Progressivgeschwindigkeit der Fahrtrichtung 1
v_2	=	Progressivgeschwindigkeit der Fahrtrichtung 2
$\mathbf{v_e}$	=	Einheitsvektor
v_k	=	Progressionsgeschwindigkeit
W	=	Wartezeit
W_a	=	Arbeit, die die äußere Kraft $\tilde{F}_a$ geleistet hat
W_g	=	Summe der Wartezeiten aller Signalgruppen
$w_i(q_i,G_i,C)$	=	mittlere Wartezeit pro Fahrzeug der Signalgruppe i
$W_i(q_i,G_i,C)$	=	$w_i(q_i,G_i,C)\cdot q_i$ = Summe der Wartezeiten der Signalgruppe i
W_k	=	Wartezeit in der Koordinierung
x	=	a) Abstand zwischen den Knotenpunkten b) Koordinaten der unabhängigen Freiheitsgrade
x_i	=	Koordinaten der Freiheitsgrade i
$\mathbf{x}$	=	Koordinatenvektor der Freiheitsgraden (Einspannungen)
$\mathbf{x_A}$	=	Koordinatenvektor der Freiheitsgrade (Einspannungen) beim Ausgangszustand
$\mathbf{x_G}$	=	Koordinatenvektor der Freiheitsgraden (Einspannungen) beim Gleichgewichtszustand
z	=	Spanne der Spitzenperiode
$\Delta\tilde{s}$	=	aktuelle Verformung einer Feder $=(\tilde{s}-s_0)$
Δ	=	a) Verstärkungsbeiwert für den Ausgleichsfaktor bei steigendem Verkehr in MEXWA b) vorgegebenen Toleranz
Δh	=	Differenz zwischen dem aktuellen Versatz h und dem Wunschversatz h_0 in der Koordinierung
ΔL	=	Verschiebung der Freiheitsgrade (Einspannungen)
Δs	=	Verschiebung eines Lagers
ΔU	=	Änderung der Gesamt-Potentialenergie
$\Delta\mathbf{x}$	=	Versetzungsvektor
Δx_i	=	Versetzung der Einspannung i
α	=	Neigung eines Trägers
α_ι	=	Ausgleichsfaktor für Gelätterungsverfahren
β_i	=	Ausgleichsbeiwert in MEXWA
τ	=	Mindestzeitlücke zwischen den hintereinander fahrenden Fahrzeugen