

Verkehr auf Schnellstraßen im Fundamentaldiagramm

- Ein neues Modell und seine Anwendungen

Ning Wu¹

Mit Korrektur in Gl. (10)

1 Einführung

Der Verkehrsfluss auf freien Strecken von ein- und zweibahnigen Außerortsstraßen wird traditionell mit Hilfe der Parameter Verkehrsstärke q , Verkehrsdichte k und mittlere Geschwindigkeit v beschrieben. Die funktionale Beziehung zwischen diesen 3 Parametern wird als Fundamentaldiagramm bezeichnet. Die 3 Parameter können i.a. durch Messungen bestimmt werden. Dabei müssen die Verkehrsstärke q lokal über die Zeit, die Verkehrsdichte k und die Geschwindigkeit v momentan über die Strecke gemessen werden. Im Fall, dass die Messwerte nur lokal verfügbar sind - z.B. anhand der Messdaten an Dauerzählstellen - lässt sich die momentane Geschwindigkeit auch aus der lokal gemessenen Geschwindigkeit und der Varianz der Geschwindigkeit umrechnen. Diese 3 Parameter werden durch die Fundamentalbeziehung $q = v \cdot k$ miteinander verknüpft. Demnach ist das Fundamentaldiagramm eindeutig definiert, wenn eine Funktion zwischen zwei der 3 Parametern definiert ist. Die Parameter q , v und k sind als statistische Grenzwerte zu betrachten. Sie können theoretisch nur als Mittelwerte über unendlich lange Zeit oder über unendlich lange Strecke unter stationärem Verkehrszustand gemessen werden. Alle realen Messwerte sind nur als Annäherungen zu betrachten.

Das Fundamentaldiagramm wird durch die Kenngrößen Wunschgeschwindigkeit v_0 , maximale Verkehrsdichte bei stehendem Verkehr k_{\max} , maximal mögliche Verkehrsstärke q_{\max} und die zu q_{\max} zugehörige optimale Verkehrsdichte k_{opt} charakterisiert. Die Beziehung zwischen der Verkehrsstärke q und der Geschwindigkeit v - dargestellt im q - v -Diagramm - bildet die Grundlage für die Dimensionierung von Autobahnen und Landstraßen. Die bei einer gegebenen Verkehrsstärke erreichbare mittlere Geschwindigkeit dient als Maß für die Qualität des Verkehrsablaufs. Bei der Analyse des Verkehrsflusses wird jedoch i.a. die k - v -Beziehung

¹ Anschrift des Verfassers: Privatdozent Dr.-Ing. N. Wu
Lehrstuhl für Verkehrswesen, Ruhr-Universität Bochum, D-44780 Bochum
email: ning.wu@ruhr-uni-bochum.de
<http://ningwu.verkehr.bi.ruhr-uni-bochum.de>

verwendet, da hier die funktionale Beziehung monoton fallend ist. Die Geschwindigkeit v nimmt mit sinkender Verkehrsdichte k stetig ab.

Das Fundamentaldiagramm ist eigentlich eine 3 - dimensionale Funktion (Abbildung 1). Diese 3 - dimensionale Funktion weist für die Verkehrsstärke q ein Maximum auf. Dies bedeutet, dass für die Geschwindigkeit v und die Verkehrsdichte k optimale Werte vorhanden sind, bei denen die Verkehrsstärke q ihren maximalen Wert erreicht.

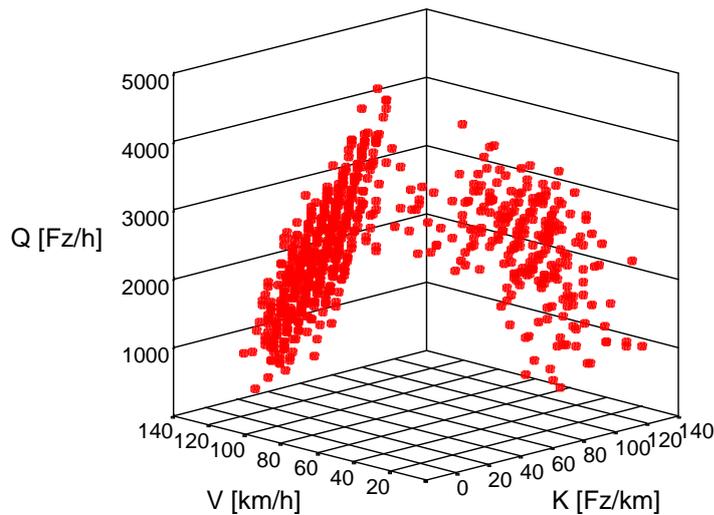


Abbildung 1 - Fundamentaldiagramm in der 3-dimensionalen Darstellung (Daten: A43)

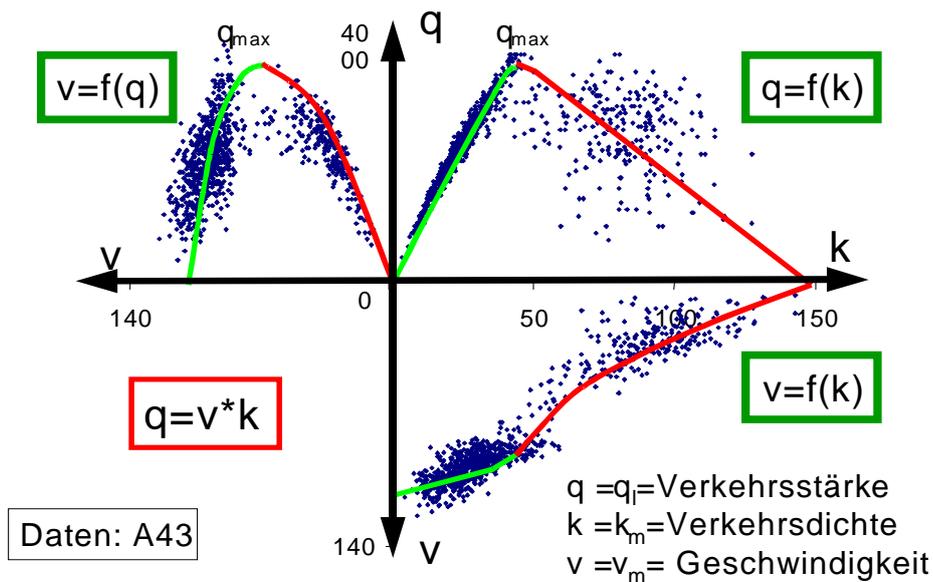


Abbildung 2 - Fundamentaldiagramm zwischen q , k und v (Index: l = lokal, m = momentan, Daten: A43)

Wenn man die drei Projektionen dieses 3-dimensionalen Gebildes betrachtet, erhält man wieder die einzelnen Beziehungen zwischen der Verkehrsstärke q , der Verkehrsdichte k und der Geschwindigkeit v (Abbildung 2). Die Messdaten werden durch jede der 3 paarweise verknüpften Beziehungen vollständig beschrieben. Für die weitere Betrachtung wird hier überwiegend die k - v -Beziehung als Grundlage verwendet.

Im allgemeinen weisen die Messdaten in der k - v -Beziehung zwei konzentrierte Datenwolken auf, die unterschiedliche Charakteristika besitzen. Man kann hier die Verkehrsdichte k in zwei Bereiche aufteilen. Der Bereich der Verkehrsdichte, in dem der Verkehr noch mit hoher Geschwindigkeit fließen kann, ist der Bereich des fließenden Verkehrs. Der Bereich der Verkehrsdichte, in dem sich der Verkehr nur mit "STOP and GO" fortbewegt, ist der Bereich des zähfließenden Verkehrs.

Man kann feststellen (vgl. Abbildung 2), dass zwischen den beiden Datenwolken sehr wenig Daten vorhanden sind. Dies deutet darauf hin, dass in diesem Übergangsbereich der Verkehrszustand labil ist und der Verkehr in diesem Zustand nur in wenigen Fällen als Übergangszustand auftritt.

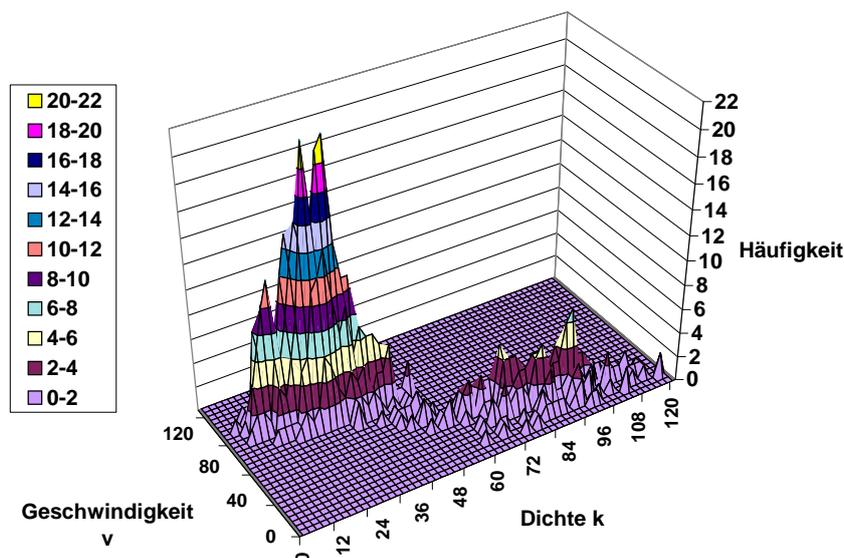


Abbildung 3 - Auftrittshäufigkeit der Messdaten in der k - v -Ebene (Daten: A43)

Abbildung 3 zeigt die Auftrittshäufigkeit der Datenpunkte in der k - v -Beziehung. Sie verdeutlicht noch ein mal die Konzentration der Messdaten im Bereich hoher und niedriger Verkehrsdichte k . Im Übergangsbereich ist die Auftrittshäufigkeit der Datenpunkte sehr gering.

Wenn man die Messdaten als Basis der Regression verwendet - man verwendet i.a. eine 1-teilige oder eine 2-teilige Funktion für die Regression - wird das Fundamentaldiagramm im Übergangsbereich durch die Daten im fließenden und zähfließenden Bereich überstimmt. Man benötigt aber gerade den Übergangsbereich, um die maximale Verkehrsstärke q_{\max} zu ermitteln. Die Verfälschung des Fundamentaldiagramms in diesem Bereich würde die Kapazität der Straßen maßgeblich verfälschen (vgl. Abbildung 4 und Abbildung 5).

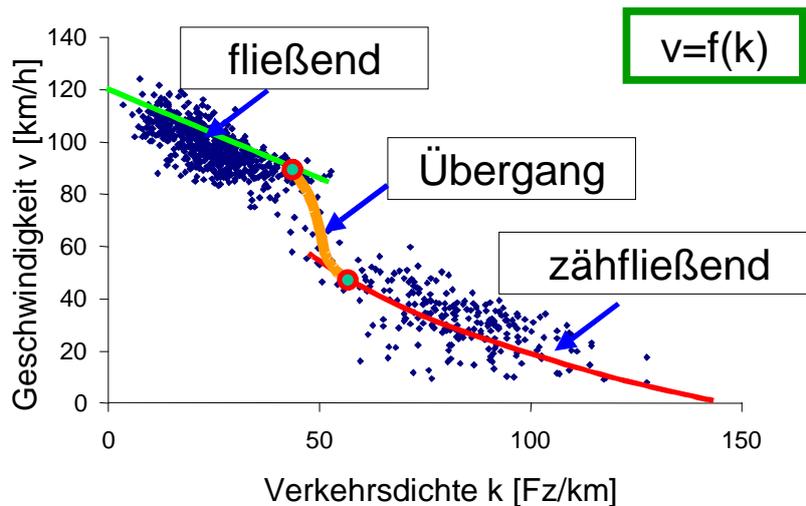


Abbildung 4 - Verkehrszustände in der k-v-Ebene

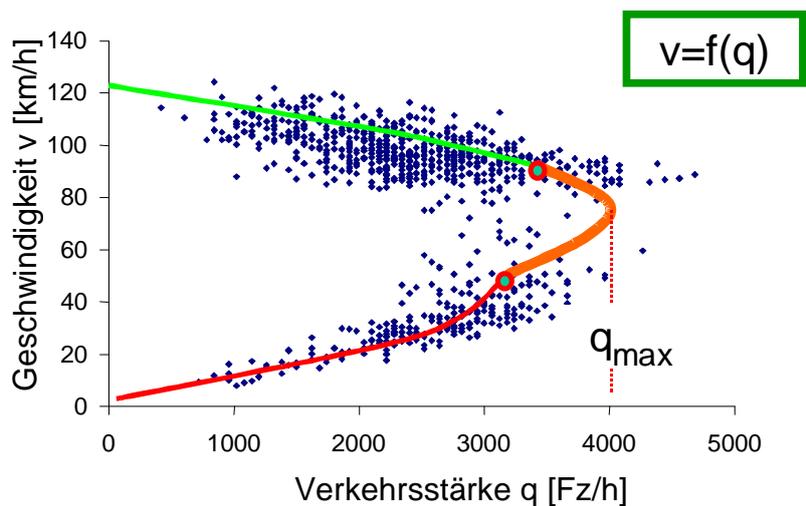


Abbildung 5 - Maximale Verkehrsstärke in der q-v-Ebene

Um den wirklichen Verlauf des Fundamentaldiagramms über den vollen Datenbereich gleichmäßig zu repräsentieren, können anstatt der einzelnen Datenpunkte die Klassenmittel

als Datenbasis verwendet werden - ein Gedanke, den Ponzlet (1996) erfolgreich umgesetzt hat. So erhält man für jeden Wert der Verkehrsdichte k nur einen Wert der Geschwindigkeit v . Die wirkliche Form des Fundamentaldiagramms wird dadurch deutlich hervorgehoben (Abbildung 6).

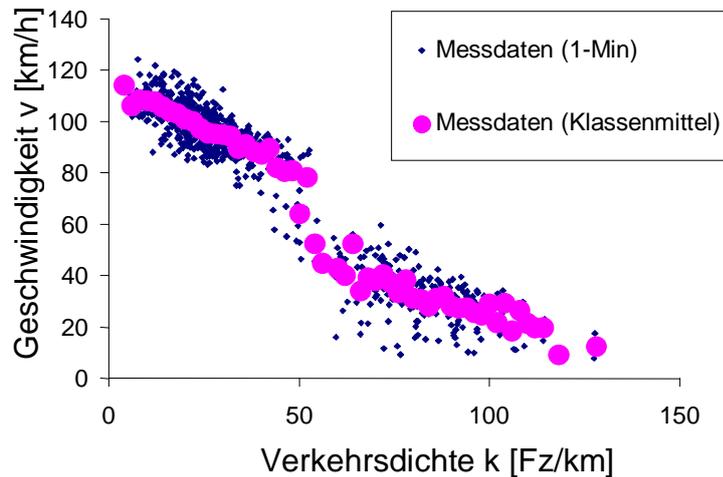


Abbildung 6 - k-v-Beziehung dargestellt mit den Klassenmitteln

2 Traditionelle Ansätze zur Beschreibung des Fundamentaldiagramms

Traditionell wird durch eine Regressionsrechnung die Beziehung zwischen den Verkehrsparametern mit mathematischen Funktionen beschrieben. Die Form dieser mathematischen Funktionen wird i.a. durch Schätzung oder "Trial and Error" ermittelt.

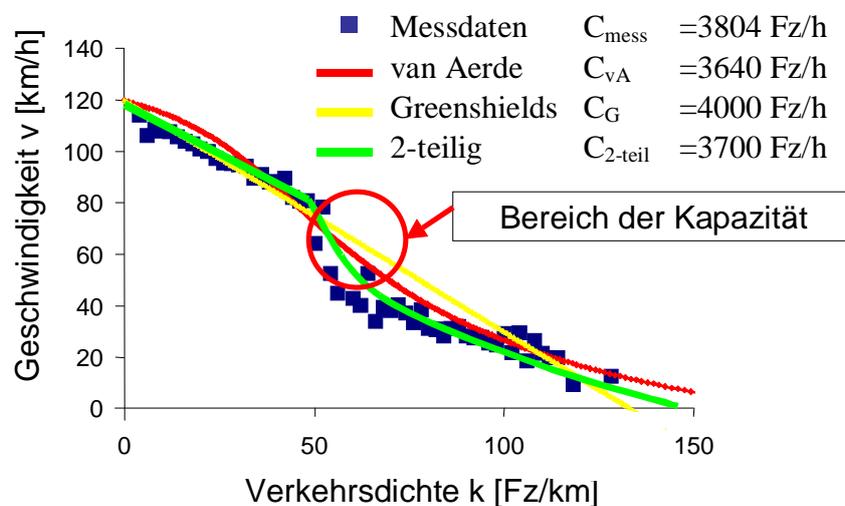


Abbildung 7 - Unterschiedliche Regressionsansätze für die k-v-Beziehung

Der klassische Modellansatz zur Beschreibung der Zusammenhänge zwischen den verkehrlichen Parametern ist das einteilige, lineare k-v-Modell nach Greenshields (1935). Dieser Ansatz scheitert häufig daran, dass im Übergangsbereich nur wenige Messpunkte vorliegen und dadurch das Fundamentaldiagramm in diesem Bereich falsch repräsentiert wird. Die Beschreibung des Verkehrsablaufs bei hohen Verkehrsstärken ist erfahrungsgemäß unrealistisch. Die Kapazität C (=maximale Verkehrsstärke q_{\max}) der Strecke wird durch das Modell überschätzt.

Gerade weil nur sehr wenig Messdaten im Übergangsbereich vorliegen, gibt es die unterschiedlichsten Modelle und Theorien zur Beschreibung der k-v-Beziehung. Dazu zählen u.a. zweiteilige Modelle mit getrennten Ansätzen für den fließenden und zählfließenden Verkehr (z.B. May, Keller, 1969) oder auch das nicht-lineare k-v-Modell nach van Aerde (1995). Unterschiedliche Modelle liefern auch unterschiedliche Kapazitäten für die gleiche Datenbasis (Abbildung 7).

Die traditionellen Modelle sind makroskopischen Modelle. Ihre Nachteile sind die Pauschalierung des Verkehrsflusses innerhalb des Regressionsbereiches. Der Verkehrsfluss im betrachteten Bereich muss immer als homogen angenommen werden. Keine der mikroskopischen Eigenschaften des Verkehrsflusses, z.B. Zeitlücken, Wunschgeschwindigkeit etc., werden ausreichend berücksichtigt. Die Beschreibung der Kapazität durch die traditionellen Modelle ist vom Datenumfang abhängig und deshalb nicht immer zuverlässig. Die Modelle sind auf Verkehrszustände mit zusätzlichen Parametern (z.B. LKW-Anteil, Steigung etc.) nicht übertragbar.

Die Annahme, dass der Verkehrsfluss immer homogen sei, entspricht nicht der Realität, da die Fahrzeuge während der Fahrt Kolonnen bilden und manchmal sogar stehen. Ein vollständig homogener Zustand ist weder für den fließenden noch für den zählfließenden Verkehr gegeben.

3 Ein neuer Ansatz zur Beschreibung des Fundamentaldiagramms

3.1 Aufteilung des Verkehrsflusses in homogene Zustände

In der Tat kann der Verkehrsfluss in beiden Bereichen - fließendem und zählfließendem Verkehr - in homogene Zustände aufgeteilt werden. Für den fließenden Verkehr kann zwischen einzelnen Fahrzeugen mit freier Fahrt und gebundenen Fahrzeugen in Kolonnen

unterschieden werden, für den Bereich des zähfließenden Verkehrs zwischen gebunden fahrenden Fahrzeugen und stehenden Fahrzeugen.

Man kann die vier homogenen Zustände mit den 3 physikalischen Phasen des Wassers vergleichen. Die einzelnen Fahrzeuge mit freier Fahrt sind Moleküle im Gas-Zustand (Wasserdampf), die gebundenen Fahrzeuge in Kolonnen sind Moleküle im Wasser-Zustand. Die stehenden Fahrzeugen sind Moleküle im Eis-Zustand. Demnach ist der fließende Verkehr ein Gas-Wasser-Gemisch, der zähfließende Verkehr ein Wasser-Eis-Gemisch. Für unsere Analogie kann allerdings das Wasser in zähfließendem Verkehr andere Eigenschaften besitzen als im fließenden Verkehr.

Die vier homogenen Zustände können durch wenige einfache Kenngrößen bestimmt werden. Für den Zustand "Frei" ist es allein die Wunschgeschwindigkeit v_0 , für den Zustand "Kolonne" die Geschwindigkeit in Kolonne v_{ko} und die Nettozeitlücke τ_{ko} zwischen zwei Fahrzeugen, für den Zustand "Go" die Nettozeitlücke τ_{go} zwischen zwei Fahrzeugen und für den Zustand "Stop" die maximale Verkehrsdichte k_{max} bei stehendem Verkehr.

Wenn die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die einzelnen Zustände auftreten, bekannt sind, dann ist das Fundamentaldiagramm eindeutig definiert (vgl. Tabelle 1).

Bereich	Homogener Zustand	Abkürzung	Analogie zu den physikalischen Zuständen von Wasser	beschreibende Parameter	zugehörige Wahrscheinlichkeit
Fließender Verkehr	Einzel Fahrzeuge	FREI	Gas (Wasserdampf)	v_0	p_{frei}
	gebundene Kolonne	KOLONNE	Wasser I	v_{ko}, τ_{ko}	$p_{ko}=1-p_{frei}$
Zähfließender Verkehr (Stop and Go)	gebundene Kolonne	GO	Wasser II	τ_{go}	p_{go}
	stehende Fahrzeuge	STOP	Eis	k_{max}	$p_{stop}=1-p_{go}$

Tabelle 1 - Homogene Verkehrszustände und ihre zugehörige Parameter

Der Verlauf der einzelnen Verkehrszustände kann im k-v-Diagramm im einzelnen dargestellt werden: Der Verlauf des Zustands "Frei" ist eine horizontale Gerade ($v=v_0$ für $k < k_{ko}$, mit $k_{ko}=1/(\tau_{ko} \cdot v_{ko} + l_{Fz})$, l_{Fz} = Länge des Fahrzeuges); der Verlauf des Zustands "Kolonne" ist nur

ein Punkt ($v=v_{ko}$ für $k=k_{ko}$); der Verlauf des Zustands "Stop" ist auch ein Punkt ($v=0$ für $k=k_{max}$); der Verlauf des Zustands "Go" ist eine hyperbolische Funktion ($v_{go} \cdot \tau_{go} = 1/k_{ko} - 1/k_{max}$ für $k > k_{ko}$), wenn man die Nettozeitlücke τ_{go} zwischen den hintereinander fahrenden Fahrzeugen als konstant, d.h. nicht abhängig von der Geschwindigkeit, annimmt (Abbildung 8).

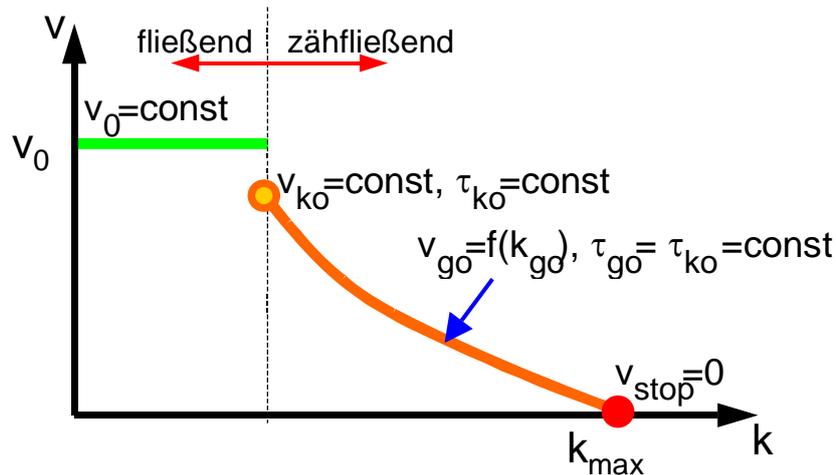


Abbildung 8 - Verlauf der homogenen Zustände in der k-v-Beziehung

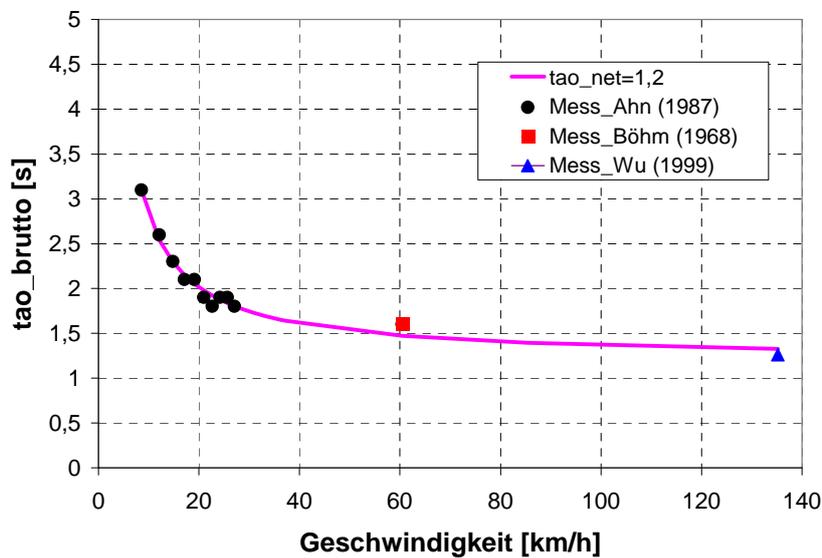


Abbildung 9 - Gemessene Zeitlücken in Kolonne für unterschiedlichen Straßentypen nach verschiedenen Autoren: Ahn (1987) für signalisierten Zufahrten; Böhm (1968) für Strecken auf Hauptstraßen; Wu (1999) für Autobahnen

Diese Annahme kann sich auf zahlreiche Messungen stützen. Abbildung 9 zeigt die gemessenen Bruttozeitlücken in Kolonnen auf einem Fahrstreifen nach verschiedenen Autoren für unterschiedlichen Straßentypen. Wenn man hier von einer Nettozeitlücke von 1,2

s und eine Fahrzeuglänge von 6 m ausgeht, erhält man fast die identischen Bruttozeitlücken im Vergleich zu den Messdaten. Der Sachverhalt, dass die Nettozeitlücken τ zwischen den hintereinander fahrenden Fahrzeugen konstante Werte sind, wurde auch von anderen Autoren beobachtet. Z.B. hat Kerner (1997) bei einer Messung des auflösenden Staus auf Autobahnen ebenfalls konstante Nettozeitlücke in Kolonnen - unabhängig von der Geschwindigkeit - festgestellt. Die konstante Nettozeitlücke in Kolonnen entspricht ebenfalls der Fahrzeugverfolgung nach dem Prinzip des "Relativen Abstands".

Es ist anzunehmen, dass die Nettozeitlücke in fließenden Kolonnen τ_{ko} kürzer ist als die Nettozeitlücke im "Go"-Zustand im zähfließenden Verkehr τ_{go} . Die Differenz liegt zwischen 0 und der Länge der Reaktionszeit $T_{reaktion}$. Man hat demnach hier eine leichte Verschiebung zwischen dem Zustand "Kolonne" und dem Zustand "GO" (Abbildung 10).

Die Parameter der einzelnen Zustände können nach Messungen oder Erfahrungen festgelegt werden. Z.B. man kann für Autobahnen $v_0=130$ km/h, $v_{ko}=80$ km/h $\tau_{ko}=1,5$ s, $\tau_{go}=2,0$ s und $k_{max}=Fz/7,5m=133$ Fz/km (gemittelt über alle Fahrsteifen) als überschlägige Werte verwenden.

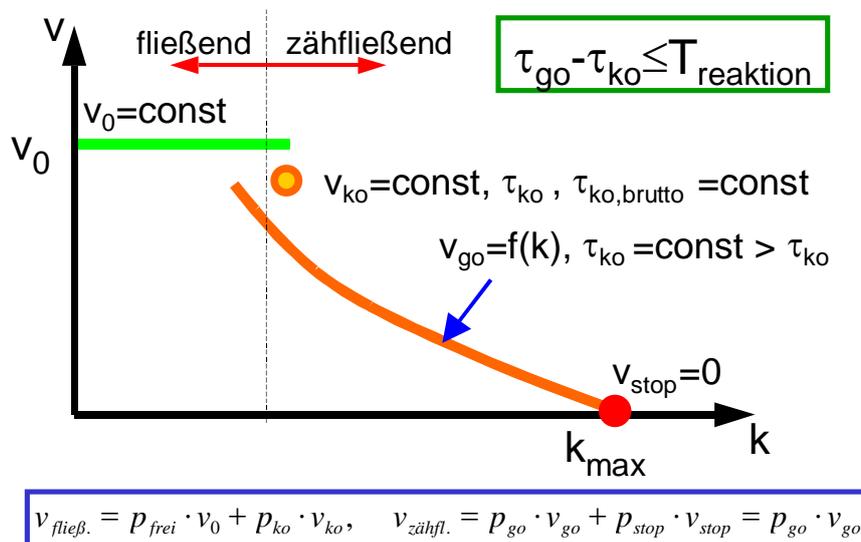


Abbildung 10 - Verlauf der homogenen Zustände in der k-v-Beziehung mit unterschiedlichen Nettozeitlücken für fließenden und zähfließenden Verkehr

Bei bekannten Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Zustände kann jetzt der Verlauf der k-v-Beziehung konstruiert werden. Die k-v-Beziehung für den fließenden Verkehr ist dann der gewogene Mittelwert aus dem Zustand "Frei" und dem Zustand "Kolonne". Die k-v-

Beziehung für den zählfließenden Verkehr ist der gewogene Mittelwert aus dem Zustand "Stop" und dem Zustand "Go".

3.2 Ermittlung der Auftrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen homogenen Zustände

Wie können die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Zustände bestimmt werden? Getrennt nach fließendem und zählfließendem Verkehr kann diese Frage im folgenden beantwortet werden.

Zählfließender Verkehr

Die Verkehrsdichte des zählfließenden Verkehrs $k_{\text{zähf}}$ kann aus k_{go} und k_{stop} zusammengesetzt werden. Es besteht die folgende Beziehung zwischen der Verkehrsdichte im Zustand "GO" k_{go} , im Zustand "STOP" $k_{\text{stop}}=k_{\text{max}}$ und der Verkehrsdichte für den gesamten Bereich des zählfließenden Verkehrs $k_{\text{zähf}}$:

$$\frac{1}{k_{\text{zähf}}} = \frac{p_{\text{go}}}{k_{\text{go}}} + \frac{p_{\text{stop}}}{k_{\text{stop}}} = \frac{p_{\text{go}}}{k_{\text{go}}} + \frac{1 - p_{\text{go}}}{k_{\text{max}}} \quad (1)$$

Daraus ergibt sich die Wahrscheinlichkeit des Zustands "GO" p_{go} als Funktion von $k_{\text{zähf}}$, k_{go} und k_{max} :

$$p_{\text{go}} = \left(\frac{1}{k_{\text{zähf}}} - \frac{1}{k_{\text{max}}} \right) / \left(\frac{1}{k_{\text{go}}} - \frac{1}{k_{\text{max}}} \right) \quad (2)$$

Unter der Annahme, dass die Nettozeitlücke τ in Kolonnen ein konstanter Wert ist, ist die Geschwindigkeit des Zustands "GO" v_{go} eine Funktion von τ_{go} , k_{go} und k_{max} :

$$v_{\text{go}} = \frac{1}{\tau_{\text{go}}} \left(\frac{1}{k_{\text{go}}} - \frac{1}{k_{\text{max}}} \right) \quad (3)$$

Die Geschwindigkeit des zählfließenden Verkehrs $v_{\text{zähf}}$ ist dann eine Funktion von τ_{go} , k und k_{max} :

$$v_{\text{zähf.}} = p_{\text{go}} \cdot v_{\text{go}} = \frac{1}{\tau_{\text{go}}} \left(\frac{1}{k_{\text{zähf}}} - \frac{1}{k_{\text{max}}} \right) \quad (4)$$

Da τ_{go} und k_{max} konstante Werte sind, ist $v_{\text{zähf}}$ eine hyperbolische Funktion von $k_{\text{zähf}}$. Dies gilt für alle Straßentypen, wenn die Nettozeitlücken in Kolonne als konstant betrachtet werden können. Abbildung 11 zeigt die gute Übereinstimmung zwischen den Messdaten auf einer 2-streifigen Richtungsfahrbahn und der Modellrechnung.

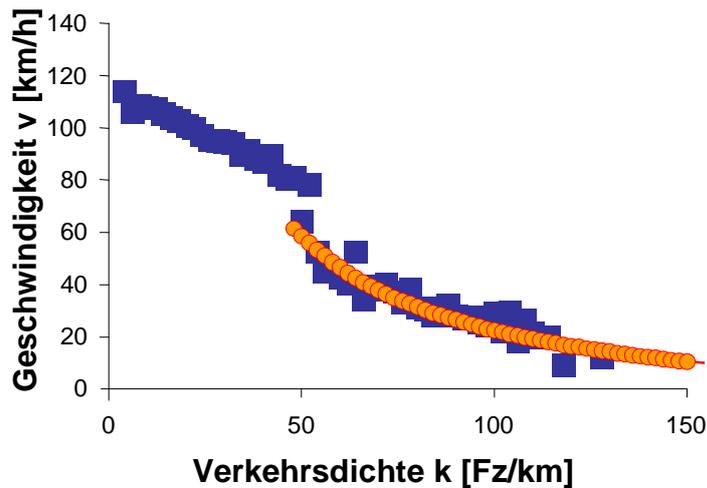


Abbildung 11 - Verlauf der k-v-Beziehung im Bereich des zähfließenden Verkehrs (Daten: A43)

Demnach ist der Verlauf des Fundamentaldiagramms im Bereich des zähfließenden Verkehrs immer eine hyperbolische Funktion in der k-v-Beziehung. Dies entspricht einer Gerade in der k-q-Beziehung. Der Verlauf des Fundamentaldiagramms im Bereich des zähfließenden Verkehrs ist für alle Straßentypen (Autobahnen, Landstraßen, etc.) gleich.

Fließender Verkehr

Betrachtet wird zuerst eine 2-streifige Richtungsfahrbahn einer 4-streifigen Autobahn. Man kann jedes Fahrzeug, das überholt werden muss, als einen fliegenden Schalter im Sinne der Warteschlangentheorie betrachten. Für eine 2-streifige Richtungsfahrbahn handelt es sich demnach um ein M/G/1-Warteschlangensystem (Abbildung 12). Ein Fahrzeug, das wegen hoher Verkehrsstärke nicht überholen kann, muss sich in eine Kolonne einordnen. Die Kapazität des Warteschlangensystems wird erreicht, wenn alle Fahrzeuge in Kolonnen fahren, genau gesagt, bei $k=k_{ko}$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Fahrzeug in einer Kolonne mitfahren muss, ist nach der Warteschlangentheorie gleich dem Auslastungsgrad k/k_{ko} . Man erhält dann $p_{frei} = 1 - k/k_{ko}$. Die daraus errechnete Geschwindigkeit ist eine lineare Gleichung. Die k-v-Beziehung für den fließenden Verkehr auf einer 2-streifigen Richtungsfahrbahn ist daher immer eine lineare Funktion:

$$v_{\text{fließ}} = p_{\text{frei}} \cdot v_0 + (1 - p_{\text{frei}}) \cdot v_{ko} = v_0 - (v_0 - v_{ko}) \cdot \frac{k}{k_{ko}} \quad (5)$$

mit

$$k_{ko} = (v_{ko} \cdot \tau_{brutto})^{-1} = \left[v_{ko} \cdot \left(\tau_{ko} + \frac{l_{Fz}}{v_{ko}} \right) \right]^{-1} = \left[v_{ko} \cdot \left(\tau_{ko} + \frac{1}{v_{ko} \cdot k_{max}} \right) \right]^{-1} \quad (6)$$

Die Messdaten können diese lineare k-v-Beziehung gut bestätigen (vgl. Abbildung 13).

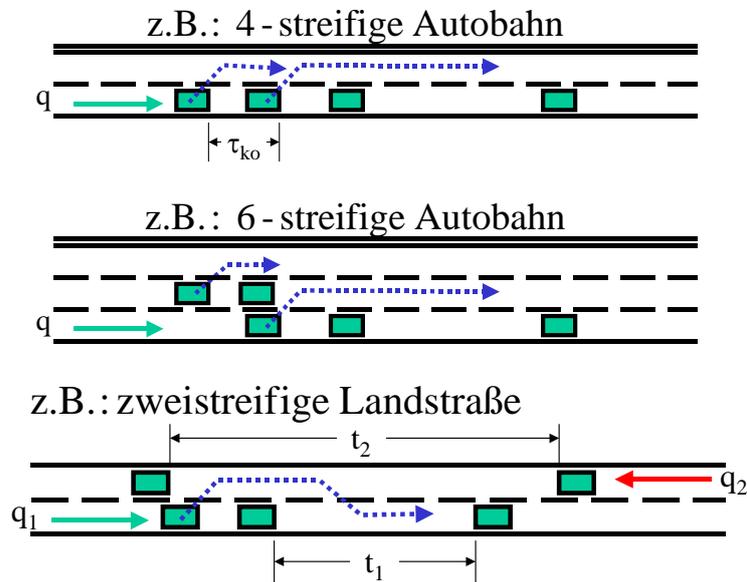


Abbildung 12 - Warteschlangensysteme auf Autobahnen und Landstraßen

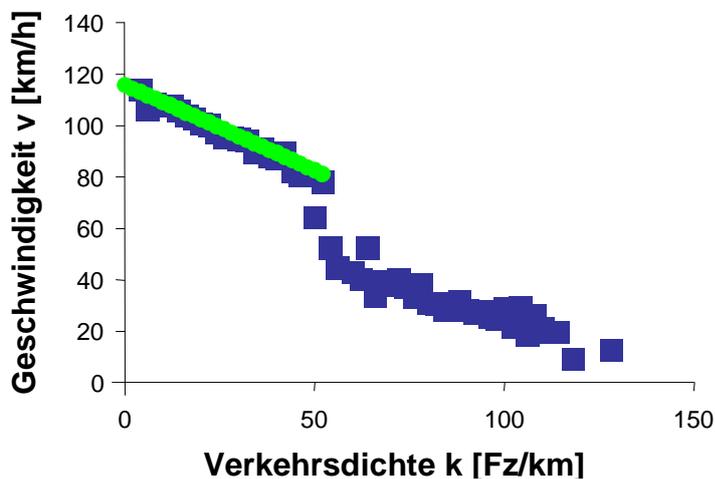


Abbildung 13 - Verlauf der k-v-Beziehung für eine 2-streifige Richtungsfahrbahn im Bereich des fließenden Verkehrs (Daten: A43)

Für eine 3-streifige Richtungsfahrbahn einer 6-streifigen Autobahn kann die Herleitung sinngemäß entsprechend durchgeführt werden. Man hat hier anstatt ein M/G/1-Warteschlangensystem ein M/G/2-Warteschlangensystem (Abbildung 12), da für das Überholen 2 Fahrstreifen zur Verfügung stehen. Demnach ist die Wahrscheinlichkeit dafür,

dass ein Fahrzeug in einer Kolonne mitfahren muss, gleich dem Quadrat des Auslastungsgrads k/k_{ko} . Man erhält entsprechend $p_{ko}=(k/k_{ko})^2$ und $p_{frei}=1-p_{ko}$. Es folgt dann für eine 3-streifige Richtungsfahrbahn

$$v_{\text{fließ}} = p_{\text{frei}} \cdot v_0 + (1 - p_{\text{frei}}) \cdot v_{ko} = v_0 - (v_0 - v_{ko}) \cdot \left(\frac{k}{k_{ko}} \right)^2 \quad (7)$$

Die k-v-Beziehung für den fließenden Verkehr auf einer 3-streifigen Richtungsfahrbahn ist daher immer eine quadratische Funktion. Auch hier zeigen die Messdaten eine gute Übereinstimmung mit der Modellrechnung (vgl. Abbildung 14).

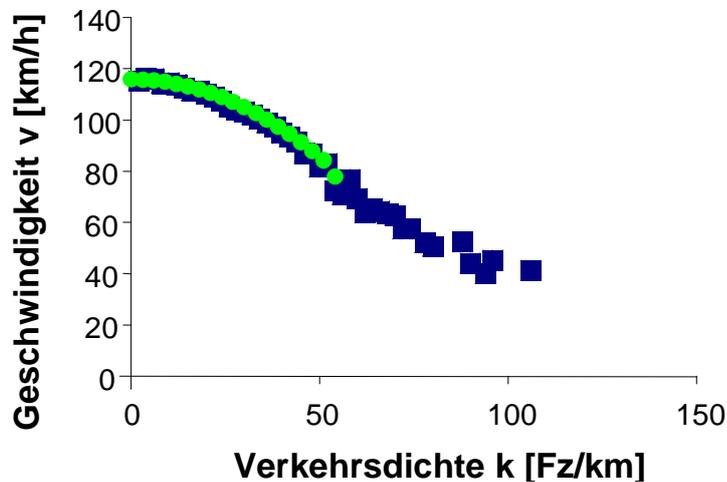


Abbildung 14 - Verlauf der k-v-Beziehung für eine 3-streifige Richtungsfahrbahn im Bereich des fließenden Verkehrs (Daten: A8)

Dem entsprechend können auch für Richtungsfahrbahnen mit mehr als 3 Fahrstreifen k-v-Beziehungen ermittelt werden. Man braucht nur den Auslastungsgrad mit der Anzahl der Fahrstreifen N minus ein zu potenzieren:

$$v_{\text{fließ}} = v_0 - (v_0 - v_{ko}) \cdot \left(\frac{k}{k_{ko}} \right)^{N-1} \quad (8)$$

mit N = Anzahl der Fahrstreifen einer Richtungsfahrbahn

Man kann sogar für Landstraßen die Form der k-v-Beziehung nach der Warteschlangen- und Zeitlückentheorie herleiten. Angenommen, dass ein Fahrzeug beim Überholen eine Zeitlücke $t_{0,2}$ im Gegenverkehr und eine Zeitlücke $t_{0,1}$ zum Wiedereinscheren benötigt, dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Fahrzeug sofort das Überholungsmanöver durchführen

kann, d.h. dass das Fahrzeug sich nicht in eine Kolonne einordnen muss, gleich der Wahrscheinlichkeit, dass im Gegenverkehr die Zeitlücke größer als $t_{0,2}$ und im Richtungsverkehr die Zeitlücke größer als $t_{0,1}$ ist. D.h.:

$$p_{\text{frei}} = P(t_1 > t_{0,1} \cap t_2 > t_{0,2}) \quad (9)$$

Wenn man noch annimmt, dass so wohl im Gegenverkehr als auch im Richtungsverkehr die Zeitlücken exponentiell verteilt sind (angenommene exponentielle Verteilung der Zeitlücken ist hier als ausreichend genau zu betrachten, da auf Landstraßen kaum Richtungsverkehrsstärken auftreten, die größer als 1200 Fz/h sind.), d.h.

$$P(t > t_0) = e^{-k \cdot v_0 \cdot t_0} = e^{-k/k_0} \quad \text{mit } k_0 = 1/(v_0 \cdot t_0) \quad (10)$$

dann erhält man

$$p_{\text{frei}} = e^{-(k_1 \cdot v_{0,1} \cdot t_{0,1} + k_2 \cdot v_{0,2} \cdot t_{0,2})} \quad (11)$$

und

$$v_{\text{fließ}} = p_{\text{frei}} \cdot v_{\text{frei}} + (1 - p_{\text{frei}}) \cdot v_{\text{ko}} \quad (11)^*$$

für eine 2-streifige Landstraße. Dies ist eine exponentielle k-v-Beziehung.

Auch diesmal stimmt die Herleitung mit den Messdaten sehr gut überein (vgl. Abbildung 15).

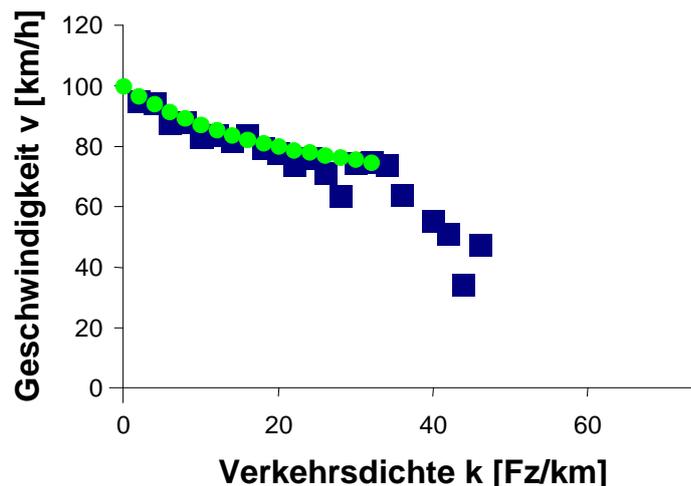


Abbildung 15 - Verlauf der k-v-Beziehung für eine 2-streifige Landstraße im Bereich des fließenden Verkehrs (Daten: Landstraßen in Baden-Württemberg, BW)

Es wurden bis jetzt k-v-Beziehungen für den fließenden und zählfließenden Verkehr separat durchgeführt. Weil i.a. die Nettozeitlücke in fließenden Kolonnen τ_{ko} kleiner als die Nettozeitlücke in zählfließenden Kolonnen τ_{go} ist, gibt es einen Bereich, in dem sich die beiden k-v-Funktionen überlappen (vgl. Abbildung 16). In diesem Bereich ist der Zustand des Verkehrs nicht eindeutig zu bestimmen. Der Verkehr kann sowohl in fließenden Kolonnen als auch in zählfließenden Kolonnen erfolgen. Der Zustand des Verkehrs kann sozusagen hin und her springen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Verkehr von fließenden Kolonnen in zählfließende Kolonnen springt, nimmt mit wachsender Verkehrsdichte zu. Umgekehrt nimmt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Verkehr von zählfließenden Kolonnen in fließende Kolonnen zurückkehrt, mit sinkender Verkehrsdichte zu.

Man kann annehmen, dass bei $k=k_{ko}$, d.h. alle Fahrzeug fahren mit der Zeitlücke τ_{ko} , der Verkehr sofort nach unten springt und dass bei $k=k_{go,min}$, d.h. alle Fahrzeug fahren mit der Zeitlücke τ_{go} , sofort nach oben zurückkehrt. Bezeichnet man die Rückkehrwahrscheinlichkeit von unten nach oben (von zählfließenden Kolonnen in fließende Kolonnen) als $P_{\bar{u}}$, dann ist $P_{\bar{u}}$ bei $k = k_{go,min}$ gleich 1 und bei $k = k_{ko}$ gleich 0. Der Verlauf von $P_{\bar{u}}$ kann vereinfachend als linear angenommen werden. Demnach kann der Verlauf der k-v-Beziehung im Übergangsbereich als Mittelwert der fließenden Kolonnen und der zählfließenden Kolonnen ermittelt werden.

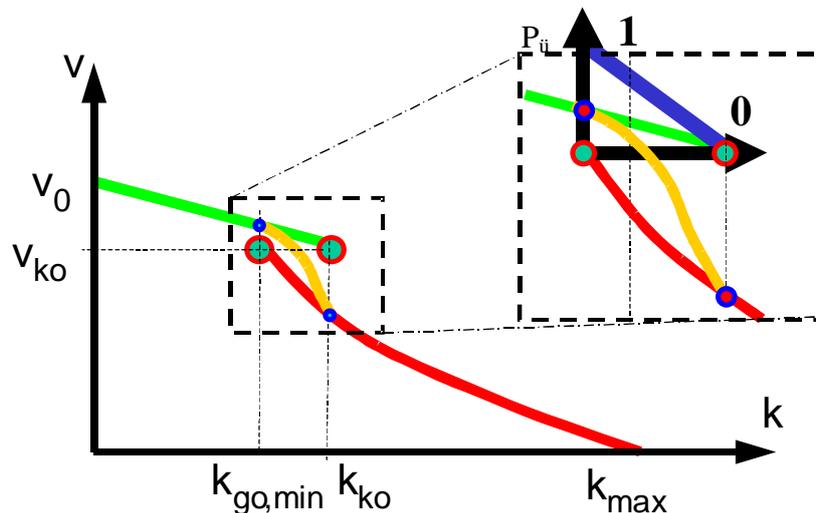


Abbildung 16 - Verlauf der k-v-Beziehung im Übergangsbereich

Das Fundamentaldiagramm kann jetzt als eine Komposition vierer homogener Verkehrszustände dargestellt werden:

$$v(k) = \begin{cases} v_{\text{fließ}}, \text{ Gl.8 oder Gl.11} & \text{for } k \leq k_{\text{ko}} & \text{fließender Verkehr} \\ v_{\text{über}}, v_{\text{fließ}} \cdot p_{\text{ü}} + v_{\text{zähf}} \cdot (1 - p_{\text{ü}}) & \text{for } k_{\text{ko}} \geq k \geq k_{\text{go,min}} & \text{Übergang} \\ v_{\text{zähf}}, \text{ Gl.4} & \text{for } k \geq k_{\text{go,min}} & \text{zähfließender Verkehr} \end{cases} \quad (12)$$

mit

$$p_{\text{ü}} = 1 - (k - k_{\text{go,min}}) / (k_{\text{ko}} - k_{\text{go,min}})$$

$$k_{\text{ko}} = \left[v_{\text{ko}} \cdot \left(\tau_{\text{ko}} + \frac{1}{v_{\text{ko}}} \right) \right]^{-1} = \left[v_{\text{ko}} \cdot \left(\tau_{\text{ko}} + \frac{1}{v_{\text{ko}} \cdot k_{\text{max}}} \right) \right]^{-1}$$

$$k_{\text{go,min}} = \left[v_{\text{ko}} \cdot \left(\tau_{\text{go}} + \frac{1}{v_{\text{ko}}} \right) \right]^{-1} = \left[v_{\text{ko}} \cdot \left(\tau_{\text{go}} + \frac{1}{v_{\text{ko}} \cdot k_{\text{max}}} \right) \right]^{-1}$$

Das Fundamentaldiagramm wird durch 5 Parameter v_0 , τ_{ko} , v_{ko} , τ_{go} und k_{max} vollständig beschrieben. Die Form des Fundamentaldiagramms in der k - v -Beziehung ist im Bereich des fließenden Verkehrs exponentiell, linear, quadratisch, kubisch und so weiter, je nachdem wie viele Fahrstreifen zur Verfügung stehen, im Bereich des zähfließenden Verkehrs hyperbolisch für alle Straßentypen und im Übergangsbereich eine Überlappung der o.g. zwei Funktionen. Der Übergangsbereich wird durch k_{ko} und $k_{\text{go,min}}$ begrenzt. Die optimale Verkehrsdichte k_{opt} liegt zwischen k_{ko} und $k_{\text{go,min}}$ (vgl. Abbildung 17).

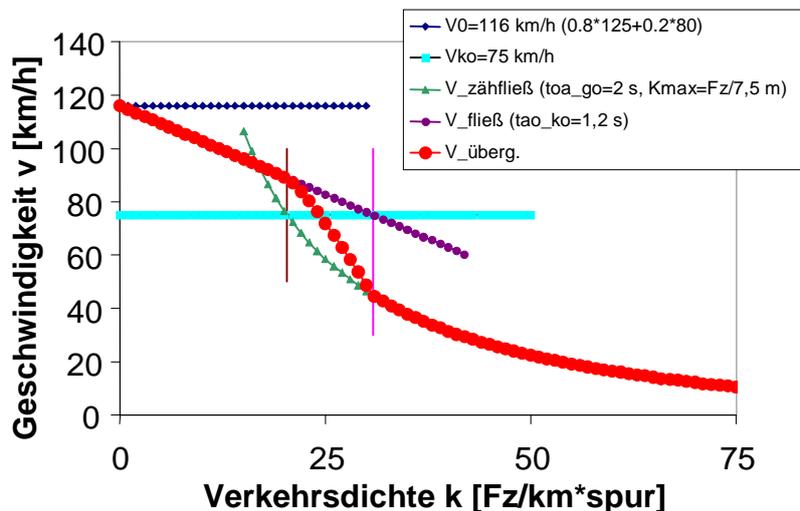


Abbildung 17 - Beispiel einer realen k - v -Beziehung (Daten: A43)

In Abbildung 18 ist die entsprechende q - v -Beziehung des Fundamentaldiagramms als Komposition der vier homogenen Verkehrszustände dargestellt. Man sieht hier deutlich den

Übergang zwischen fließendem und zähfließendem Verkehr. Die blauen und gelben Linien stellen die Grenzen der Übergansbereiches dar. Das Phänomen des "Capacity Drops" ist deutlich zu erkennen. Dieses Phänomen kann mit τ_{ko} und τ_{go} modelliert werden.

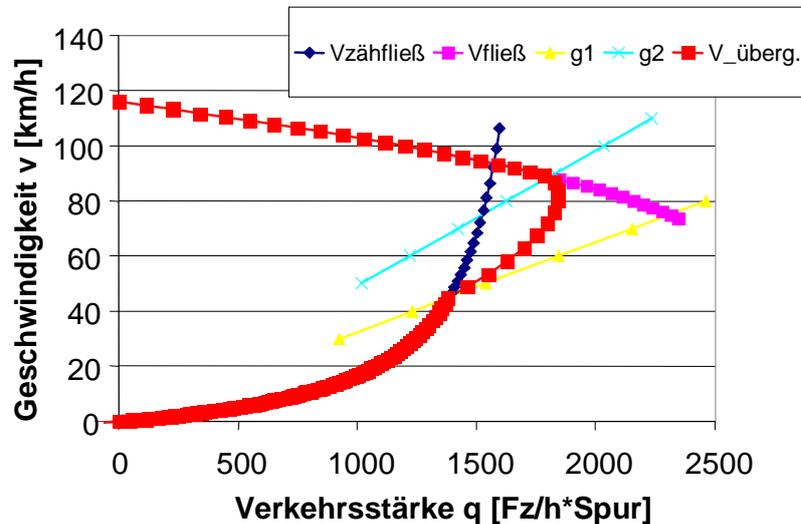


Abbildung 18 - Beispiel einer realen q-v-Beziehung (Daten: A43)

Parameter	Messwert	Quelle	Empfehlung	Bemerkung
v_0 [km/h]	Pkw: 130-140 Lkw: 80-90	HBS (1994) + Eigene	130	mittl. Wunschgeschwindigkeit
v_{ko} [Km/h]	75-80	HBS (1994) + Eigene	80	V in fließender Kolonne $\approx V_{Lkw}$
τ_{ko} [s/Pkw-E]	1.1-1.4	Kosonen (1996) + Eigene	1.2	Zeitlücke in fließender Kolonne
τ_{go} [s/Pkw-E]	1.5-2.0	RiLSA (1992) + Ressel	1.6	Zeitlücke in "Go" bei "STOP and GO"
$k_{max} = 1000/l_{Fz}$ [Pkw-E/km]	100-160	Ressel (1994) + Eigene	155	l_{Fz} = Abstand zw. Fz im Stau [m/Pkw-E]
$f_{Lkw,k}$ [-]	1.61	Ressel (1994)	1.6	$f_{Lkw,k} = l_{Fz,Lkw}/l_{Fz,Pkw}$
$f_{Lkw,\tau}$ [-]	1.7-1.9	Ressel (1994) + Eigene	1.8	$f_{Lkw,\tau} = \tau_{Lkw}/\tau_{Pkw}$
$f_{flow-split,\tau,ko}$ [-]	2 Spur: 1.2-1.4 3 Spur: 1.2-1.5	Heidemann (1989) + Eigene	1.2	$f_{flow-split,\tau,ko} = \tau_{Richtung,ko} / \tau_{Spur,ko}$
$f_{flow-split,\tau,go}$ [-]	1.0-1.2	Eigene	1.1	$f_{flow-split,\tau,go} = \tau_{Richtung,go} / \tau_{Spur,go}$

Tabelle 2 - Parameter zur Ermittlung des Fundamentaldiagramms und die Empfehlungen für ideale Bedingungen

Nach dem neuen Modell lässt sich das Fundamentaldiagramm in der k-v-Beziehung mit wenigen Kenngrößen vollständig beschreiben, da die Formen der k-v-Beziehung durch die Warteschlangentheorie vorgegeben wurden. Diese Kenngrößen sind die Wunschgeschwindigkeit v_0 , die Geschwindigkeit der Kolonnen k_{ko} , die Nettozeitlücke in fließenden Kolonnen τ_{ko} , die Nettozeitlücke in zähfließenden Kolonnen τ_{go} und die maximale Verkehrsdichte im Stau k_{max} . Zur Berücksichtigung des Lkw-Anteils und anderer Einflussgrößen können weitere Parameter eingeführt werden, die vor allem die Nettozeitlücke in Kolonnen τ beeinflussen.

Alle hier genannten Kenngrößen sind mikroskopisch zu bestimmen. Manche Kenngrößen richten sich sogar nach der Straßenverkehrsordnung. Wenn keine Messwerte bekannt sind, können die empfohlenen Werte eingesetzt werden (vgl. Tabelle 2).

Man kann erkennen, dass die k-v-Beziehung von allem durch die Nettozeitlücke τ (gemittelt über alle Fahrstreifen) bestimmt wird. Die Nettozeitlücke τ ist wieder von vielen anderen Einflussgrößen abhängig. Diese Einflussgrößen sind im Einzelnen 1) die Zeitlücke in fließenden Kolonnen, 2) die Abflusszeitlücke vom Stau, 3) die Zeitlücke im "Stop and Go", 4) der Anteil des Schwerverkehrs, 5) die Umfeldbedingungen, z.B. Nässe und Dunkelheit, 6) die Fahrstreifenaufteilung der Verkehrsstärke, 7) Steigung und Gefälle, 8) die Kurvigkeit und 9) die Regelung des Tempolimits. Auch die Länge der Messintervalle spielt eine Rolle bei der Ermittlung der Nettozeitlücken in Kolonnen. Die mittlere Nettozeitlücke in Kolonnen lässt sich dann mit der folgenden Gleichung errechnen:

$$\begin{aligned}\tau_x^* &= \tau_x \cdot f_{Lkw,\tau} \cdot f_{flow-split,\tau,x} \\ l_{Fz}^* &= l_{Fz,Pkw-E} \cdot f_{Lkw,k}\end{aligned}\quad (13)$$

Hier steht x für den Index Ko oder Go. Mit den Werten τ_x^* und l_{Fz}^* können Fundamentaldiagramme generiert werden, bei denen der Anteil des Schwerverkehrs, die Aufteilung der Verkehrsstärke auf den Fahrstreifen berücksichtigt werden.

Mit den empfohlenen Werten aus Tabelle 2 ergeben sich eine maximale und eine minimale potenzielle Kapazität für einen Fahrstreifen:

$$C_{max,spur} = \frac{3600}{\tau_{ko} + 3600/(v_{ko} \cdot k_{max})} = \frac{3600}{1.2 + 3600/(80 \cdot 155)} = 2415 \text{ Pkw-E/h} \quad (14)$$

$$C_{min,spur} = \frac{3600}{\tau_{go} + 3600/(v_{ko} \cdot k_{max})} = \frac{3600}{1.6 + 3600/(80 \cdot 155)} = 1904 \text{ Pkw-E/h} \quad (15)$$

Für eine 2-streifige Richtungs-fahrbahn lauten die maximale und die minimale potentielle Kapazität:

$$C_{\max,2\text{-spur}} = \frac{3600 \cdot N}{\tau_{\text{ko}} \cdot f_{\text{flow-split,ko}} + 3600 / (v_{\text{ko}} \cdot k_{\max})} = \frac{3600 \cdot 2}{1.1 \cdot 1.2 + 3600 / (80 \cdot 155)} = 4161 \text{ Pkw-E/h} \quad (16)$$

$$C_{\min,2\text{-spur}} = \frac{3600 \cdot N}{\tau_{\text{ko}} \cdot f_{\text{flow-split,go}} + 3600 / (v_{\text{ko}} \cdot k_{\max})} = \frac{3600 \cdot 2}{1.6 \cdot 1.1 + 3600 / (80 \cdot 155)} = 3512 \text{ Pkw-E/h} \quad (17)$$

Die mittlere Kapazität C liegt zwischen C_{\max} und C_{\min} . Der Faktor $f_{\text{flow-split},\tau}=1,1$ bzw. 1.2 repräsentiert den Sachverhalt, dass im Bereich der Kapazität 55% bis 60% aller Fahrzeuge auf dem linken Fahrstreifen fahren.

Durch Variation der Kenngrößen können verschiedene Fundamentaldiagramme generiert werden. Dabei können unterschiedliche Umfeldbedingungen berücksichtigt werden. Abbildung 19 zeigt die Variation zur Berücksichtigung des Lkw-Anteils und der Steigung für eine 4-streifige Autobahn. Dabei werden nur die Geschwindigkeit in Kolonnen v_{ko} und die Nettozeitlücke τ variiert. Man kann feststellen, dass realistische Kapazitäten bereits bei dieser einfachen Berechnung erreicht werden können.

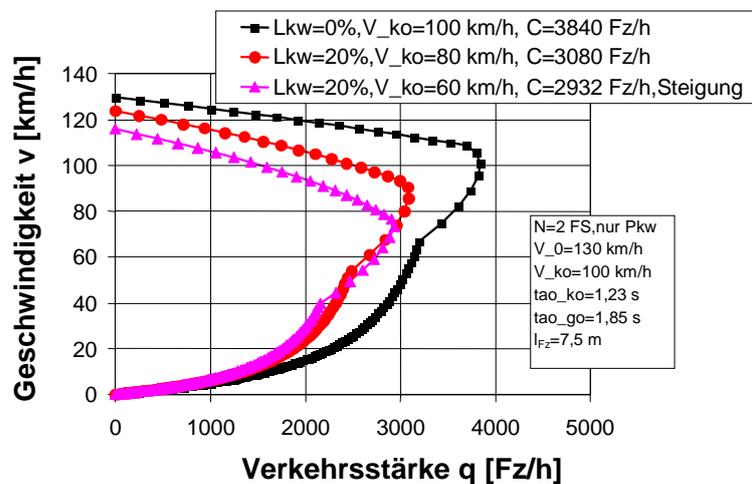


Abbildung 19 - Variation zur Berücksichtigung des Lkw-Anteils und der Steigung für eine 4-streifige Autobahn

Abbildung 20 zeigt die Variation zur Berücksichtigung der Steigung für eine Landstraße. Auch hier stimmen die errechneten Kapazitäten mit den Erfahrungswerten gut überein.

Durch Feinjustierung der Kenngrößen ist zu erwarten, dass das neue Modell die Fundamentaldiagramme aller Straßentypen sehr realitätsnah beschreiben kann.

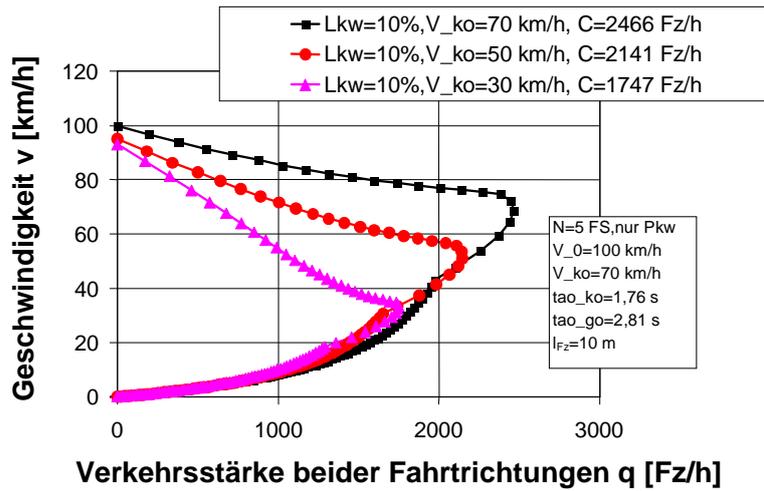


Abbildung 20 - Variation zur Berücksichtigung der Steigung für eine Landstraße

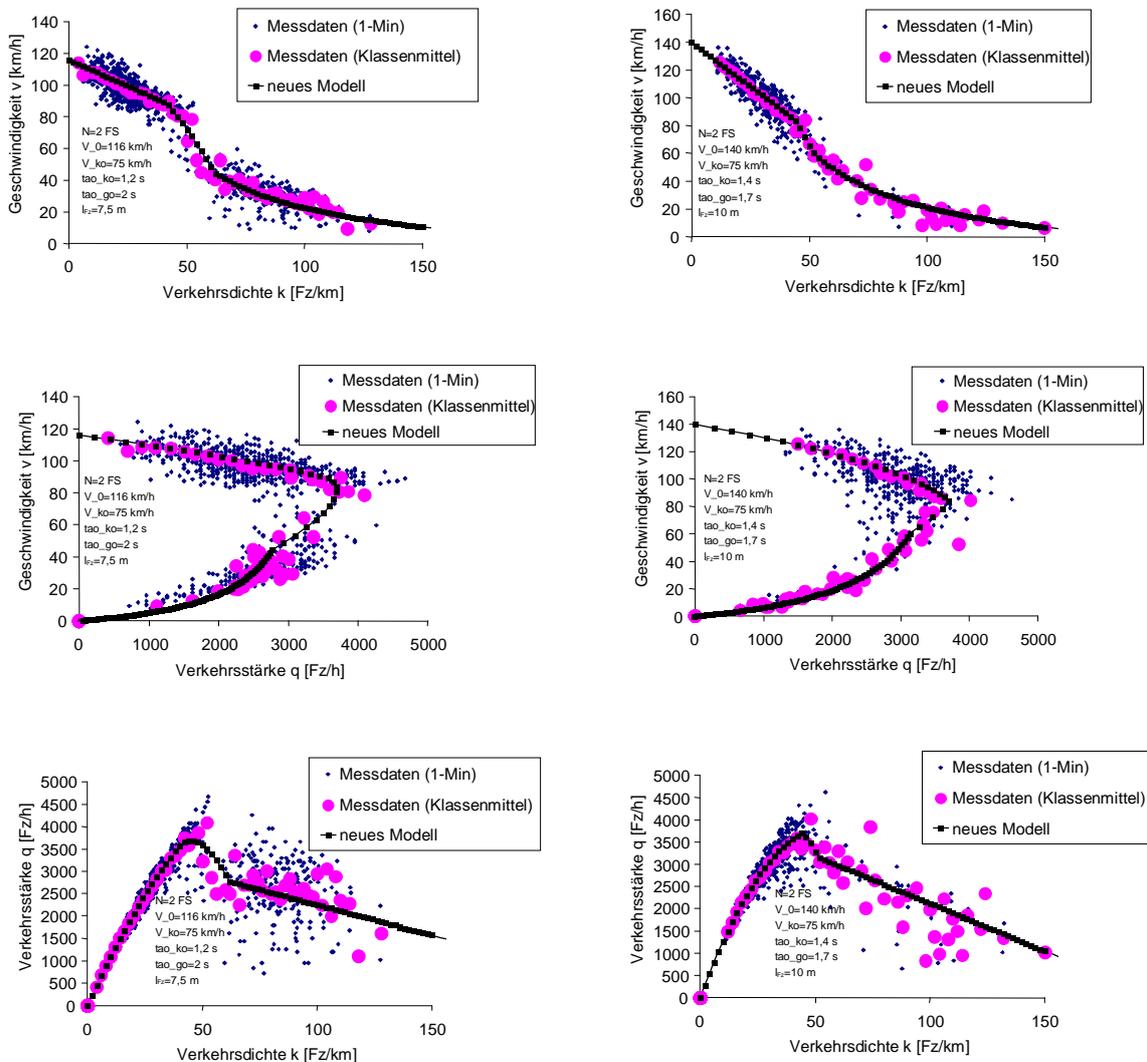


Abbildung 21 - Messdaten und Modellrechnung für 2-streifige Richtungsfahrbahnen links: A43, mit Tempolimit; rechts: A1, ohne Tempolimit

Das neue Modell wurde auf verschiedene Messdaten angewendet. In Abbildung 21 sind die Messdaten in der k-v-Beziehung für eine 4-streifige Autobahn mit und ohne Tempolimit dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen dem Modell und den Messdaten ist sehr gut. Die Übereinstimmung in der q-v-Beziehung zwischen dem Modell und den Messdaten ist ebenfalls sehr gut. Die angewendeten Kenngrößen sind $v_0=116$ km/h, $v_{ko}=75$ km/h, $\tau_{ko}=1.2$ s, $\tau_{go}=2$ s und $k_{max}=7.5$ m/Fz=133 Fz/km (gemittelt über alle Fahrsteifen). Alle Kenngrößen liegen im plausiblen Bereich

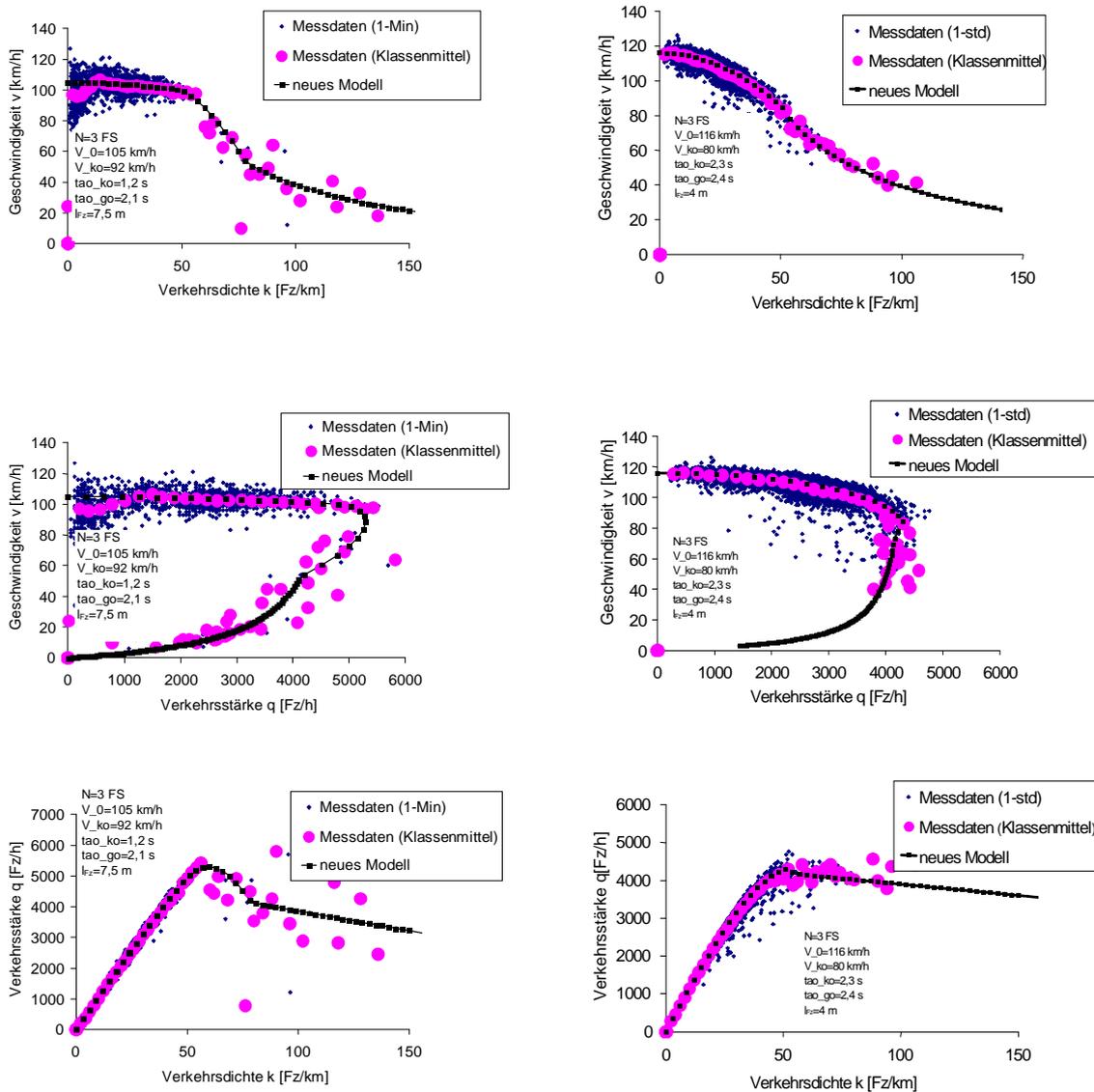


Abbildung 22 - Messdaten und Modellrechnung für 3-streifige Richtungsfahrbahnen links: A1, mit Tempolimit; rechts: A8, ohne Tempolimit

Auch für 6-streifige Autobahnen und Landstraßen stimmen die Modellergebnisse sehr gut mit den Messdaten überein (Abbildung 22 und Abbildung 23).

Man kann erkennen, dass die Fundamentaldiagramme aller Typen von Schnellstraßen durch das neue Modell mit plausiblen Kenngrößen sehr gut modelliert werden können. Dies zeigt, dass das neue Modell die Gesetzmäßigkeiten zwischen den makroskopischen Größen und den mikroskopischen Parametern mit ausreichend Genauigkeit darstellt. Das neue Modell ist in der Lage, aus mikroskopischen Parametern Fundamentaldiagramme für alle Straßentypen zu generieren.

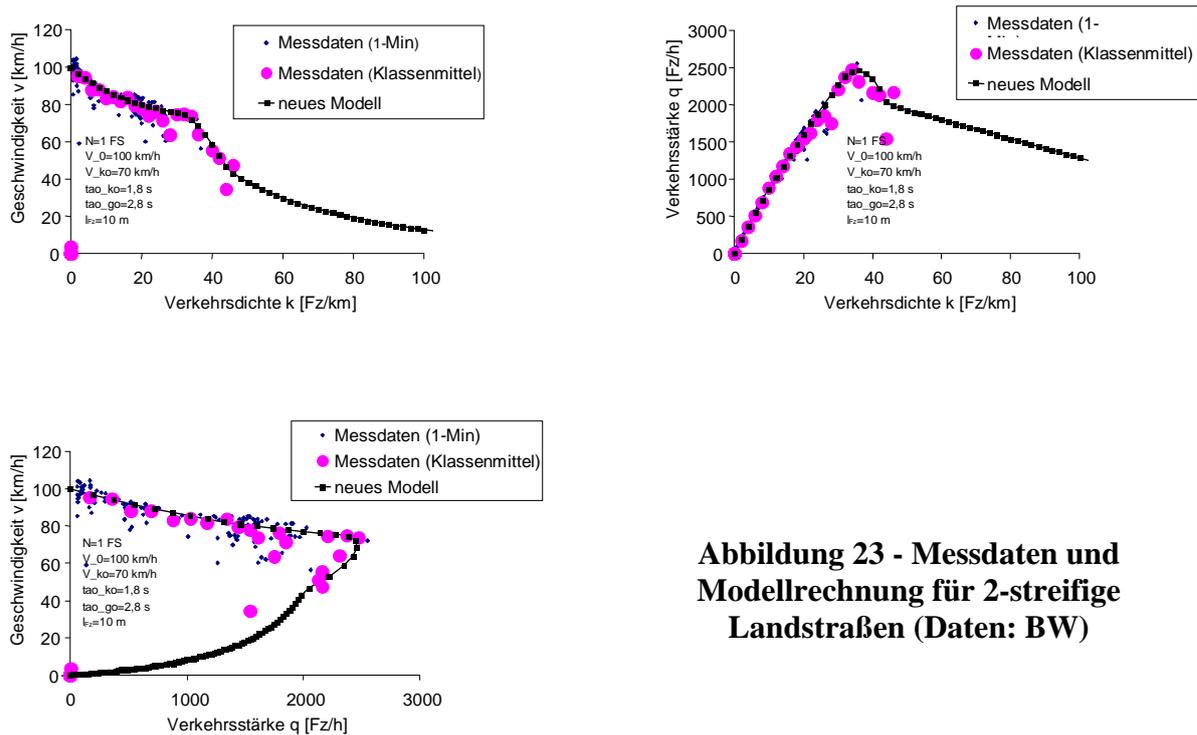


Abbildung 23 - Messdaten und Modellrechnung für 2-streifige Landstraßen (Daten: BW)

4 Standardabweichung der Geschwindigkeit

Es ist sogar möglich, die Standardabweichung der Geschwindigkeit s_v durch Standardabweichungen der vier homogenen Verkehrszustände zu komponieren. Man kann die Standardabweichung des Zustands "frei" s_{frei} und "Kolonne" s_{ko} als konstant betrachten. Die Standardabweichung des fließenden Verkehrs $s_{fließ}$ ist dann eine lineare Funktion der Verkehrsdichte k . Die Standardabweichung der zähfließenden Verkehrs $s_{zähf}$ ist ebenfalls eine lineare Funktion, die bei $k=k_{max}$ auf Null zurückgeht. Daraus folgt, dass auch die Standardabweichung im Übergangsbereich $s_{über}$ eine lineare Funktion sein muss (vgl. Abbildung 24). Auch im Hinblick auf die Standardabweichung zeigt sich zwischen dem Modell und den Messdaten eine sehr gute Übereinstimmung. In Abbildung 24 werden $s_{frei}=25$

km/h, $s_{ko}=15$ km/h, $s_{zähfl,max} =36$ km/h verwendet. Sie liegen ebenfalls im plausiblen Datenbereich.

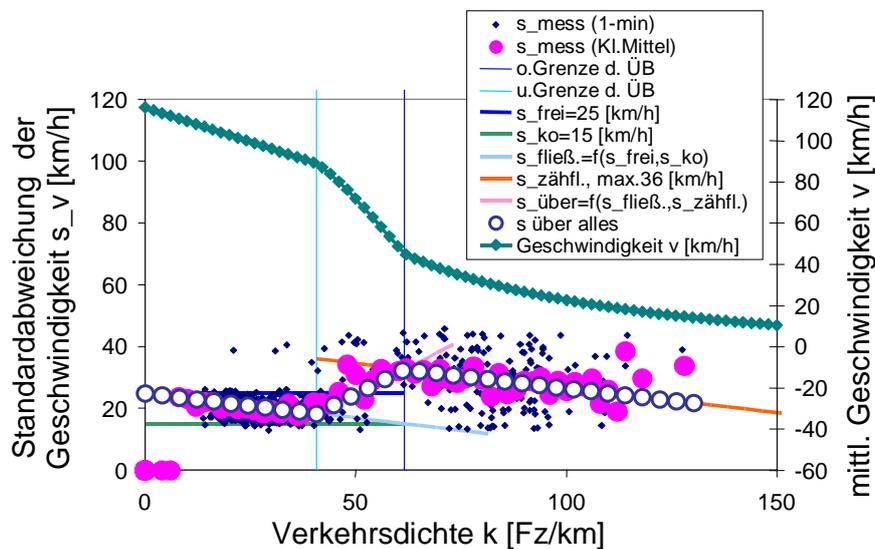


Abbildung 24 - Messdaten und Modellrechnung für 2-streifige Richtungsfahrbahnen: Standardabweichung (A43, mit Tempolimit) zusammen dargestellt mit der Geschwindigkeit v

5 Zusammenfassung

Zusammenfassend kann festgestellt werden

- Die Nettozeitlücke zwischen zwei Fahrzeugen in einer Kolonne ist eine nicht von der Geschwindigkeit abhängige konstante Größe.
- Das Fundamentaldiagramm kann als Komposition vierer homogener Verkehrszustände dargestellt werden.
- Die Form des Fundamentaldiagramms in der k - v -Beziehung ist: a) im Bereich des fließenden Verkehrs exponentiell für Landstraße, linear für 2-streifige Richtungsfahrbahnen, quadratisch für 3-streifige Richtungsfahrbahnen, kubisch für 4-streifige Richtungsfahrbahnen und so weiter; b) im Bereich des zähfließenden Verkehrs: hyperbolisch für alle Straßentypen; und c) im Übergangsbereich eine Überlagerung der o.g. zwei Funktionen.
- Das Fundamentaldiagramm wird durch 5 Parameter v_0 , τ_{ko} , v_{ko} , τ_{go} und k_{max} vollständig beschrieben.

Die Beziehungen zwischen mikroskopischen und makroskopischen Parameter können modelliert werden. Aus mikroskopischen Parametern können Fundamentaldiagramme

generiert werden. Mit dem neuen Modell lässt sich die Kapazität im Bereich des Übergangs auch als Zufallsgröße darstellen, deren statistischer Mittelwert der mittleren Kapazität der Straße entspricht. Demnach kann das neue Modell auch bei der Berechnung der Überlastungswahrscheinlichkeit Anwendung finden.

Die Standardabweichung der Geschwindigkeit lässt sich ebenfalls aus den Standardabweichungen der vier homogenen Zustände zusammensetzen. Hierfür müssen noch mehr Messdaten ausgewertet werden, bevor Parameter für die unterschiedlichen Verkehrszustände charakterisiert werden. Zusammen mit den Parametern zur Darstellung des Fundamentaldiagramms können die charakteristischen Parameter zur Beschreibung der Standardabweichung der Geschwindigkeit von großer Bedeutung sein, um den Verkehrsfluss auf Autobahnen und Schnellstraßen mit geeigneten Strategien zu steuern.

Literatur

- Ahn, M. (1987): Veränderung der Leistungsfähigkeit städtischer Hauptverkehrsstraßen über die Tageszeit. *Schriftenreihe des Lehrstuhls für Verkehrswesen der Ruhr-Universität Bochum*, Heft 4.
- Böhm, H. (1968): Anwendung der Monte Carlo Methode in der Straßenverkehrstechnik. *Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*. Heft 73.
- Greenshields, B.D. (1935): Study in Highway Capacity. *Proceedings Highway Research Board*, Vol. 14.
- HBS (1994). Verfahren für die Berechnung der Leistungsfähigkeit und Qualität des Verkehrsablauf auf Straßen. *Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*, Heft 669.
- Heidemann, D. (1989): Distribution of traffic to the Individual Lanes on Multilane Unidirectional Roadways. In: Akcelik, R. (1989). *Proceedings of the Second International Symposium on Highway Capacity*, Sydney.
- Kerner, B.S.; Rehborn, H. (1998): Messungen des Verkehrsflusses: Charakteristische Eigenschaften von Staus auf Autobahnen. *Internationales Verkehrswesen*, 50, 1+2.
- Kosonen, I.(1996): HUTSIM - Simulation Tool for Traffic Signal Control Planing. *Transportation Engineering*, Publication 89, Helsinki University of Technology.
- May, A.D.; Keller, H.E.M. (1969): Evaluation of Single- and Multi-Regime Traffic Flow Models. In: Beiträge zur Theorie des Verkehrsflusses, *Straßenbau und Straßenverkehrstechnik*, Heft 86.

Ponzlet, M. (1996): Auswirkung von systematischen und umfeldbedingten Schwankungen des Geschwindigkeitsverhaltens und deren Beschreibung in Verkehrsflussmodellen (Dissertation). *Schriftenreihe des Lehrstuhls für Verkehrswesen der Ruhr-Universität Bochum*, Heft 16.

Ressel, W. (1994): Untersuchungen zum Verkehrsablauf im Bereich der Leistungsfähigkeit an Baustellen auf Autobahnen. *Informationen - Verkehrsplanung und Straßenwesen* -, Heft 37. München-Neubiberg.

RILSA (1992). *Richtlinien für Lichtsignalanlagen*. Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen, Köln.

van Aerde, M. (1995): A Single Regime Speed-Flow-Density Relationship for Freeways and Arterials. *Paper No. 950802, presented at the 74th TRB Annual Meeting, Washington D.C.*.

Wu, N. (1999): Mindestzeitlücken in Kolonnen auf Autobahnen. *Unveröffentlichte Manuskript*, Lehrstuhl für Verkehrswesen, Ruhr-Universität Bochum.