

**Wartezeit und Leistungsfähigkeit  
von Lichtsignalanlagen  
unter Berücksichtigung von  
Instationarität und Teilgebundenheit  
des Verkehrs**

Dr.-Ing. Ning Wu

SCHRIFTENREIHE  
LEHRSTUHL FÜR VERKEHRSWESSEN  
RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Heft 8, 1990

*mit Korrektur  
und Bemerkung*





## **Vorwort**

Die Qualität des Verkehrsablaufs an Lichtsignalanlagen wird am besten durch die mittlere Wartezeit der Fahrzeuge gekennzeichnet. Für gleichbleibende Verkehrsstärken erweist sich nach wie vor Webster's Formel von 1958 als verblüffend gut, wenngleich kleinere Korrekturen daran gerechtfertigt sind. Für den realistischeren Fall zeitlich veränderlicher Verkehrsbelastungen zieht sich jedoch eine Diskussion mit deutlich widersprüchlichen Ergebnissen durch die internationale Fachliteratur der letzten Jahre.

Herr Dr.-Ing. Ning Wu hat diese Frage mit einer in diesem Zusammenhang erstmals angewandten Technik angefaßt. Seine Untersuchungen führen zu einer neuen Näherungsformel, die sich für den praktischen Einsatz eignet. Zugleich hat er mit dieser Arbeit aufgezeigt, daß sich die Technik der Markow-Ketten mit numerischer Lösung ganz generell für die Behandlung verkehrstechnischer Fragestellungen bei instationärer Verkehrsbelastung eignet.

Die Untersuchung ist von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert worden.

Bochum, im Juni 1990

Prof. Dr.-Ing. Brilon



| <u>Inhaltsverzeichnis</u>                                                                         | Seite |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1. Einleitung                                                                                     | 3     |
| 2. Mathematische Grundlagen                                                                       | 5     |
| 2.1 Verkehrsablauf als Erneuerungsprozess                                                         | 5     |
| 2.2 Verkehrsablauf mit pulkweisem Abfluß                                                          | 10    |
| 2.3 Parameter der Markow'schen Kette an Lichtsignalanlagen                                        | 14    |
| 2.4 Rückstaulängen und Wartezeiten                                                                | 17    |
| 3. Lösung unter stationärem Verkehr                                                               | 24    |
| 3.0 Formeln von Webster, Miller und Ohno                                                          | 24    |
| 3.1 Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitvektors der Rückstaulängen am Grünende                  | 28    |
| 3.2 Mittlere Rückstaulänge, mittlere Wartezeit und Überlastungswahrscheinlichkeit                 | 31    |
| 3.3 Einfluß der Teilgebundenheit auf die Wartezeit                                                | 49    |
| 4. Lösung unter instationärem Verkehr                                                             | 77    |
| 4.1 Instationarität der mittleren Verkehrsstärken                                                 | 77    |
| 4.2 Mikro-Instationarität der mittleren Ankunftsverkehrsstärken                                   | 94    |
| 4.3 Neuer Vorschlag für die näherungsweise Berechnung der Wartezeiten unter instationärem Verkehr | 104   |
| 4.4 Instationarität und Teilgebundenheit                                                          | 132   |
| 5. Leistungsfähigkeit einer Zufahrt an Lichtsignalanlagen                                         | 140   |
| 5.0 Definition der Leistungsfähigkeit                                                             | 140   |
| 5.1 Leistungsfähigkeit unter stationärem Verkehr                                                  | 142   |
| 5.2 Leistungsfähigkeit unter instationärem Verkehr                                                | 146   |

|                                                                                                                     |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 5.3 Zahlenbeispiele                                                                                                 | 155  |
| 5.4 Vergleich der Leistungsfähigkeiten nach verschiedenen<br>Ansätzen und Parametern                                | 159  |
| 5.5 Bemessungsdiagramme                                                                                             | 176  |
| 6. Messungsergebnisse und Auswertung                                                                                | 191  |
| 6.1 Ermittlung der Ganglinien                                                                                       | 193  |
| 6.2 Rückstaulängen und Wartezeiten                                                                                  | 200  |
| 6.3 Vereinfachte Darstellung der Ganglinie in der<br>Spitzenstunde                                                  | 210  |
| 7. Zusammenfassung und Ausblick                                                                                     | 216  |
| Anhang A:                                                                                                           |      |
| Berechnung der mittleren Wartezeit pro Fahrzeug in einem<br>Umlauf bei stationärem Verkehr                          | A 1  |
| Anhang B:                                                                                                           |      |
| Berechnung der mittleren Wartezeit pro Fahrzeug in einem<br>Zeitintervall der Länge $T_0$ bei instationärem Verkehr | A 14 |
| Anhang C:                                                                                                           |      |
| Fünf gemessene Tagesganglinien                                                                                      | A 18 |
| Anhang D:                                                                                                           |      |
| Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen                                                                             | A 24 |
| Literaturverzeichnis                                                                                                | A 29 |

## 1. Einleitung

Der Verkehrsablauf an Knotenpunkten auf Straßen mit Lichtsignalanlagen ist statistisch gesehen ein Warteschlangensystem, zu deren theoretischen Beschreibung stochastische Prozesse, speziell Markow'sche Ketten zur Verfügung stehen. Unter stationären Bedingungen des Verkehrsablaufs ist die Bestimmung der Wartezeiten und der Leistungsfähigkeit analytisch zwar möglich, aber durch die Komplexität der algebraischen Gleichungen werden die Berechnungen für praktische Zwecke unhandlich. Wenn außerdem noch die Instationarität und die Teilgebundenheit des Verkehrs mit berücksichtigt werden müssen, dann ist auch eine komplizierte analytische Lösung nicht mehr zu ermitteln.

Für die näherungsweise Beschreibung des Verkehrsablaufs an Knotenpunkten mit Lichtsignalanlagen durch mittlere Wartezeiten gibt es schon mehrere theoretisch-empirische Formeln. Darunter sind z.B. die weiterhin bekannten Formeln von Webster(1958), Miller(1978) und Ohno(1978) für stationären Verkehr, die Formeln von Akcelik(1980), Catling(1977) und Kimber-Hollis(1977) für instationären Verkehr von großer Bedeutung. Alle diese Formeln können aber nur makroskopisch, d.h. hinsichtlich der mittleren Wartezeit, den Verkehrsablauf beschreiben. Die Einzelheiten des Verkehrsablaufs, wie z.B. die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Rückstaulängen am Sperr- und Freigabezeitende, sind mit diesen Formeln nicht zu beschreiben. Die Genauigkeit der Formeln wird bei stationärem Verkehr für die meisten technischen Zwecke als annehmbar betrachtet, die Genauigkeit der Formeln für instationären Verkehr wird dagegen oft angezweifelt, vor

allem weil die Ergebnisse der einzelnen Formeln voneinander abweichen.

Für die vorliegende Untersuchung wurde der Verkehrsablauf an einer Lichtsignalanlage auf einer EDV-Anlage mit Hilfe Markow'scher Ketten beschrieben. Dabei ist unterschieden worden: Verkehrsablauf unter stationären und instationären Bedingungen sowie mit und ohne Berücksichtigung der Teilgebundenheit. Die Beziehungen zwischen Wartezeit, Instationarität und Teilgebundenheit wurde mathematisch qualitativ und quantitativ analysiert. Aus diesen Ergebnissen wurde eine neue theoretisch-empirische Wartezeit-Formel für den instationären Verkehr entwickelt.

Darauf werden Berechnungen der Leistungsfähigkeit aufgebaut. Die Leistungsfähigkeit der signalisierten Knotenpunkte ist ein wichtiger Gesichtspunkt für die Straßenverkehrsanlagen in unseren Städten. Die Leistungsfähigkeit solcher Anlagen nimmt aber je nach der vorgesehenen Verkehrsqualität, z.B. nach der zumutbaren mittleren Wartezeit pro Fahrzeug, verschiedene Werte an. Die Leistungsfähigkeit wurde deswegen hier in Abhängigkeit von der Wartezeit untersucht.

## 2. Mathematische Grundlagen

Die stochastische Betrachtung des Verkehrsablaufs an Knotenpunkten mit Lichtsignalanlagen ist gekennzeichnet durch Angaben über die Umlaufzeit, die statistische Verteilung der Anzahl der ankommenden Fahrzeuge und die Art des Abflusses. Wesentliche Größen sind auch die Freigabezeit sowie die Verkehrsstärke. Es wird zunächst eine beliebige Spur einer Zufahrt eines Knotenpunktes betrachtet.

### 2.1 Verkehrsablauf als Erneuerungsprozess

Betrachtet man den Verkehrsablauf an einer Lichtsignalanlage vereinfacht als ein M/M/1-Warteschlangensystem (vgl. /28/,/9/), dann sind die Bedingungen eines Erneuerungsprozesses (Geburts- und Todesprozess) erfüllt, wenn die Ankünfte Poisson- und die Bedienungszeiten negativ-exponential-verteilt sind. In diesem Fall gilt:

$$P_x(t+\Delta t) = \lambda_{x-1} \cdot P_{x-1}(t) \Delta t + [1 - (\lambda_x + \mu_x)] \cdot P_x(t) \Delta t + \mu_{x+1} \cdot P_{x+1}(t) \Delta t + o(\Delta t) \quad (2.1.1)$$

mit

$P_x(t+\Delta t)$  = Wahrscheinlichkeit dafür, daß am Ende des Zeitintervalls  $\Delta t$  (Zeitpunkt  $t+\Delta t$ ) die Rückstaulänge den Wert  $x$  annimmt

$P_x(t)$  = Wahrscheinlichkeit dafür, daß am Beginn des Zeitintervalls  $\Delta t$  (Zeitpunkt  $t$ ) die Rückstaulänge den Wert  $x$  annimmt

$\lambda_x$  = Ankunftsintensität bei Rückstaulänge =  $x$

$$\begin{aligned}\mu_x &= \text{Abflußintensität bei Rückstaulänge} = x \\ \Delta t &= \text{Länge des betrachteten Zeitintervalls}\end{aligned}$$

Dividiert man beide Seiten dieser Gleichung durch  $\Delta t$  und läßt man  $\Delta t \rightarrow 0$  gehen, ergibt sich

$$\frac{dP_x(t)}{dt} = \lambda_{x-1} \cdot P_{x-1}(t) - (\lambda_x + \mu_x) \cdot P_x(t) + \mu_{x+1} \cdot P_{x+1}(t) \quad (2.1.2)$$

Die Kolmogoroff'sche Gleichung (vgl. /9/) mit  $\Delta t > 0$  ist dann

$$\frac{dP_{ij}(t)}{dt} = \lambda_i P_{i+1,j}(t) - (\lambda_i + \mu_i) P_{ij}(t) + \mu_i P_{i-1,j}(t) \quad (2.1.3)$$

mit

$$\begin{aligned}P_{ij} &= P(X=i | t=t, X=j | t=t+\Delta t) \\ &= \text{Übergangswahrscheinlichkeit dafür, daß zum Zeitpunkt } t \\ &\quad \text{die Zufallsgröße } X \text{ einen Wert } i \text{ und zum Zeitpunkt } t+\Delta t \\ &\quad \text{einen Wert } j \text{ annimmt}\end{aligned}$$

$$\lambda_i = \lambda(X=i), \text{ Ankunftsintensität bei } X=i$$

$$\mu_i = \mu(X=i), \text{ Abflußintensität bei } X=i$$

Dabei ist die Zufallsgröße  $X$  die Länge der Warteschlange vor dem Signal.

Beim betrachteten Verkehrsablauf ist  $\lambda$  und  $\mu$  aber nicht von der Zufallsgröße  $X$  abhängig. Statt dessen sind im allgemeinen Fall  $\lambda$  und  $\mu$  mit der Zeit  $t$  veränderlich. Daher kann die Gl. 2.1.3 umgeschrieben werden zu



$$\frac{dP_{ij}(t)}{dt} = \lambda(t) \cdot P_{i+1,j}(t) - [\lambda(t) + \mu(t)] \cdot P_{ij}(t) + \mu(t) \cdot P_{i-1,j}(t)$$

(2.1.4)

Setzt man jetzt

$$P(t) = (P_{ij}(t))$$

dann ist

$$\frac{dP(t)}{dt} = A(t) \cdot P(t)$$

(2.1.5)

Hier ist  $A(t)$  die sogenannte infinitesimale Übergangsmatrix. Bei einem M/M/1-Warteschlangensystem ist (vgl. /9/,/28/)

$$A(t) = \begin{bmatrix} -(\lambda(t) + \mu(t)) & \lambda(t) & 0 & 0 & \dots \\ \mu(t) & -(\lambda(t) + \mu(t)) & \lambda(t) & 0 & \dots \\ 0 & \mu(t) & -(\lambda(t) + \mu(t)) & \lambda(t) & \dots \\ 0 & 0 & \mu(t) & -(\lambda(t) + \mu(t)) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

(2.1.6)

Wenn  $\lambda$  und  $\mu$  nicht von der Zeit abhängig sind, ist das System stationär. Dann vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\frac{dP(t)}{dt} = A \cdot P(t)$$

(2.1.7)

Analog wie bei der Zahlengleichung (Differentialgleichung)

$$\frac{dz(t)}{dt} = a \cdot z(t)$$

mit der Lösung

$$z(t) = z(0) \cdot \exp(a \cdot t)$$

gibt es für die Matrizengleichung 2.1.7 auch eine Lösung

$$P(t) = P(0) \cdot \exp(A \cdot t) = \exp(A \cdot t) \quad (2.1.8)$$

mit

$$P(0) = E, \quad \text{Einheitsmatrix}$$

Durch Matrizenreihenentwicklung ergibt sich Gl. 2.1.8 dann zu

$$P(t) = \exp(A \cdot t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A^n t^n}{n!}, \quad A^0 = E \quad (2.1.9)$$

Dies ist die Entwicklung der Übergangsmatrix über ein Zeitintervall der Länge  $t$ , die vor allem der Formel von Kimber-Hollis (1977, Gl.4) für die Berechnung der Rückstauwahrscheinlichkeit zugrunde liegt.

Es werden nun zwei Zeitpunkte  $t_n$  und  $t_{n+1}$  betrachtet, das Zeitintervall zwischen  $t_n$  und  $t_{n+1}$  ist dann  $T = t_{n+1} - t_n$ . Bezeichnet man den Wahrscheinlichkeitsvektor für den Fall, daß die Rückstaulänge am Zeitpunkt  $t_n$  genau  $i$  Fahrzeuge beträgt, mit

$$p^{(n)} = (p_0^{(n)}, p_1^{(n)}, p_2^{(n)}, \dots)$$

und den Wahrscheinlichkeitsvektor für den Fall, daß die Rückstaulänge am Zeitpunkt  $t_{n+1}$  genau  $i$  Fahrzeuge beträgt, mit

$$p^{(n+1)} = (p_0^{(n+1)}, p_1^{(n+1)}, p_2^{(n+1)}, \dots)$$

dann ist

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} \cdot P(T) \quad (2.1.10)$$

Wenn die Übergangsmatrix  $P(T)$  und der Anfangswahrscheinlichkeits-

vektor  $p^{(n)}$  bekannt sind, dann können alle  $p^{(n+1)}$ ,  $p^{(n+2)}$ , ... nach Gl. 2.1.10 Schritt für Schritt ermittelt werden.

Da für Gl. 2.1.9 ein M/M/1-Warteschlangensystem vorausgesetzt wurde, ist diese Gleichung eher dazu geeignet, den Verkehrsablauf an Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen zu beschreiben als an Knotenpunkten mit Lichtsignalanlagen. Der Grund dafür ist, daß ein M/M/1-Warteschlangensystem den höchsten Grad der Zufälligkeit repräsentiert. Der Ablauf eines solchen M/M/1-Wartesystems hat größere Ähnlichkeit mit dem stark zufallsgesteuerten Ablauf an einem Knotenpunkt ohne Lichtsignalanlagen als mit den Vorgängen an einer Lichtsignalanlage, die Elemente eines deterministischen Systems (alle 2 sec eine Abfahrt während Grün) enthalten.

## 2.2 Verkehrsablauf mit pulkweisem Abfluß

Die Annahme, daß die Ankünfte der Fahrzeuge vor einem Knotenpunkt Poisson-verteilt sind, kann in vielen Fällen noch als hinreichend realistisch angesehen werden. Die Annahme, daß die Bedienungszeiten negativ-exponential-verteilt sind, trifft aber an Lichtsignalanlagen nicht zu. Der Abfluß an einer Lichtsignalanlage ist ein pulkweiser Abfluß. In dem Pulk hat die Bedienungszeit einen nahezu festen Wert. Der Verkehrsablauf an einer Lichtsignalanlage stellt aber mathematisch gesehen dennoch ein Warteschlangensystem dar, das die allgemeinen Bedingungen für Markow'sche Kette erfüllt. Entscheidend ist hier nur die Übergangsmatrix  $P(T)$ . Wenn der Anfangszustand bekannt ist, kann der Ablauf allein durch Gl. 2.1.10 bestimmt werden.

Die Übergangsmatrix  $P(T)$  ist im allgemeinen Fall von der Zeit  $t$  abhängig, das heißt:

$$P = P(T, t)$$

Es wird bei Lichtsignalanlagen ein beliebiges Übergangszeitintervall mit der Länge  $T$  (Z.B. der  $n$ -te Umlauf) betrachtet. Die Länge dieses Zeitintervalls sei beliebig. Im Mittel kommen  $A$  Fahrzeuge in diesem Zeitintervall an,  $C$  Fahrzeuge können maximal im diesem Zeitintervall abfließen. Die Verteilungen der Ankünfte und der Abflüsse seien beliebig. Bezeichnet man die Rückstaulänge am Beginn des Zeitintervalls der Länge  $T$  als  $X_n$  und die Rückstaulänge am Ende des Zeitintervalls der Länge  $T$  als  $X_{n+1}$ , dann ist die Rückstaulänge nach dem Abfluß (d.h. am Ende der Grünzeit bei einer Lichtsignalanlage)

$$X_{n+1} = \begin{cases} X_n + A_n - C_n & \text{für } X_n + A_n > C_n \\ 0 & \text{für } 0 \leq X_n + A_n \leq C_n \end{cases}$$

mit

$A_n$  = Zahl der Ankünfte im n-ten Umlauf

$C_n$  = Zahl der Abflüsse im n-ten Umlauf

Die Folge  $\{X_0, X_1, X_2, \dots\}$  ist dann eine Markow'sche Kette, die durch Gl. 2.1.10

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} \cdot P(T, t)$$

beschrieben wird. Und die Übergangsmatrix ist hier (vgl. /47/, /59/)

$$P(T, t) = A(t) \cdot C(t)$$

mit der Ankunftsmatrix

$$A(t) = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \dots \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & \dots \\ 0 & 0 & a_0 & a_1 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & a_0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

wobei

$$a_i = P(A_n = i) = \begin{cases} > 0 & \text{für } i = 0, 1, 2, 3, \dots \\ = 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$a_i$  = Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einem Umlauf  $i$  Fahrzeuge ankommen

und der Abflußmatrix

$$C(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1-c_0 & c_0 & 0 & 0 & \dots \\ 1-c_0-c_1 & c_1 & c_0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.2.2)$$

wobei

$$c_i = P(C_n=i) = \begin{cases} > 0 & \text{für } i = 0, 1, 2, 3 \dots \\ = 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

= Wahrscheinlichkeit dafür, daß in einem Umlauf i Fahrzeug  
abfließen können

Für einen deterministischen Abfluß nimmt i aber nur einen Wert an,  
nämlich C. So ist

$$c_i = \begin{cases} = 1 & \text{für } i=C \\ = 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Abflußmatrix C ist dann

$$C(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & 1 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (2.2.3)$$

wobei die ersten C+1 Zeilen gleich sind. Damit gilt:

$$P(t) = A(t) \cdot C(t) =$$

$$= \begin{bmatrix} B_c & a_{c+1} & a_{c+2} & \dots \\ B_{c-1} & a_c & a_{c+1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ B_0 & a_1 & a_2 & \dots \\ 0 & a_0 & a_1 & \dots \\ \vdots & \vdots & a_0 & \dots \end{bmatrix} \quad (2.2.4)$$

mit

$$B_{C-i} = \sum_{k=0}^{C-i} a_k(t)$$

Speziell gilt für Poisson-verteilte Ankünfte

$$a_i(t) = \begin{cases} \frac{e^{-m(t)} \cdot m(t)^i}{i!} & \text{für } i=0,1,2,3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.2.5)$$

mit

$m$  = mittlere Zahl der Ankünfte während eines Umlaufs

Setzt man hier  $C = 1$  ein, dann erhält man ein M/D/1-Warteschlangensystem. Wenn man ein Übergangszeitintervall  $T$  aus mehreren Teilintervallen  $T_i$  zusammensetzt, kann man auch die Übergangsmatrix über  $T$  aus mehreren Teilübergangsmatrizen über  $T_i$  zusammensetzen, d.h:

$$\begin{aligned} P(T) &= \prod P_i(T_i) \\ &= \prod A_i \cdot C_i \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

### 2.3 Parameter der Markow'schen Kette an Lichtsignalanlagen

Es werden zwei Zeitpunkte betrachtet, die für den Verkehrszustand an einer Lichtsignalanlage von besonderem Interesse sind: das Ende der Sperrzeit und das Ende der Freigabezeit (kurz: das Rotende (RE) und das Grünende (GE)). So hat ein Übergangszeitintervall der Markow'schen Kette eine Länge von  $T = U$  (Umlaufzeit) oder  $R$  (Sperrzeit) oder  $G$  (Freigabezeit). Wenn in diesen Übergangszeitintervallen die mittlere Anzahl der ankommenden Fahrzeuge  $m$  (Zufluß) und die maximale Anzahl der abfließenden Fahrzeuge  $c$  (Abfluß) bekannt sind, dann gilt unabhängig von der Verteilung der Ankünfte und der Abflüsse

$$m = f(T, t)$$

$$c = f(G, t)$$

Bei einem deterministischen Abfluß und stationärem Zufluß sind

$$m = q(t) \cdot T$$

$$c = G \cdot s$$

mit

$$T = U, G \text{ oder } R$$

$$q(t) = \text{Verkehrsstärke in Fz/sec}$$

$$s = \text{Sättigungsverkehrsstärke in Fz/sec} \quad (\text{im Mittel} = 0,5)$$

Bei poissonverteilten Ankünften gilt:

$$a_i(t) = f(m) = \begin{cases} \frac{e^{-m(t)} \cdot m(t)^i}{i!} & \text{für } i=0,1,2,3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



Und bei deterministischen Abflüssen gilt:

$$c_i = f(c) = \begin{cases} = 1 & \text{für } i=c \\ = 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Übergangsmatrix ist dann eine Funktion von  $m$  und  $c$

$$P(t) = A(a_i(t)) \cdot C(c_i(t)) = f(m(t), c) \quad (2.3.0)$$

Speziell ist die Übergangsmatrix für die Sperrzeit  $R$

$$P_R(t) = f(m_R(t), 0) = A(m_R(t))$$

und die Übergangsmatrix für die Freigabezeit  $G$

$$P_G(t) = f(m_G(t), c) = A(m_G(t)) \cdot C(c)$$

Setzt man die beiden Teilübergangsmatrizen zusammen, so erhält man die Übergangsmatrix über die ganze Umlaufzeit  $U$

$$\begin{aligned} P_U(t) &= \prod A(t)_i \cdot C(t)_i \\ &= P_R(t) \cdot P_G(t) = \\ &= A(m_R(t)) \cdot A(m_G(t)) \cdot C(c) \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Wenn die Ankünfte Poisson-verteilt sind, sind nach Gl. 2.2.4

$$A(m_R(t)) \cdot A(m_G(t)) = A(m_{R+G}(t) = m_U(t))$$

dann ist

$$P_U(t) = A(m_U(t)) \cdot C(c) \quad (2.3.1^*)$$

oder

$$\begin{aligned} P_U(t) &= \prod A_i(t) \cdot C_i(t) \\ &= P_G(t) \cdot P_R(t) \\ &= A(m_G(t)) \cdot A(m_R(t)) \cdot C(c) = \end{aligned}$$

$$= A(m_G(t)) \cdot C(c) \cdot A(m_R(t)) \quad (2.3.2)$$

Die Gl. 2.3.1 beschreibt den Übergang von einem Grünende zum nächsten Grünende, und die Gl. 2.3.2 den Übergang von einem Rotende zum nächsten Rotende. Nach der Gl. 2.3.1 und Gl. 2.1.10 erhält man dann

$$\begin{aligned} p_{GE}^{(n+1)} &= p_{GE}^{(n)} \cdot P_U(t) \\ &= p_{GE}^{(n)} \cdot A(m_U(t)) \cdot C(c) \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

und

$$\begin{aligned} p_{RE}^{(n+1)} &= p_{GE}^{(n+1)} \cdot P_R(t) \\ &= p_{GE}^{(n+1)} \cdot A(m_R(t)) \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

mit

GE = Grünende

RE = Rotende

U = Umlaufzeit

c = Abflußkapazität eines Umlaufs

$m_U$  = Anzahl der Ankünfte in einem Umlauf

$m_R$  = Anzahl der Ankünfte in der Sperrzeit

p = Wahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge

## 2.4 Rückstaulänge und Wartezeit

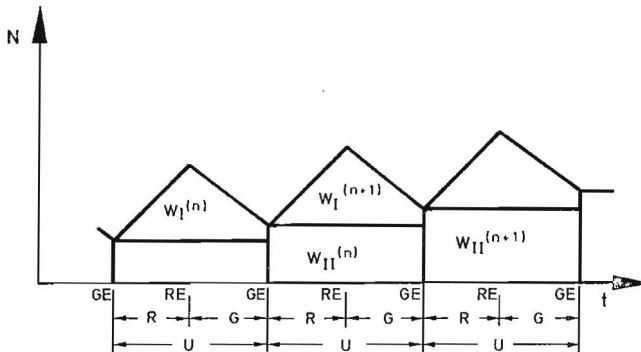


Abb. 2.4.1

Wenn die Randbedingungen des Verkehrsablaufs vorgegeben sind, kann nach Gl. 2.1.10 der Wahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge  $p$  zu jedem Zeitpunkt ermittelt werden. Der entscheidende Faktor ist nur die Übergangsmatrix  $P$ . Für die praktische Anwendung muß aber nicht jeder Zeitpunkt berechnet werden, sondern nur solche, die den Verkehrsablauf charakterisieren, z.B. hier das Rotende und das Grünende. Die mittlere Rückstaulänge an solchen kritischen Zeitpunkten lautet dann

$$N = E(i) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i \cdot i \quad (2.4.0.1)$$

Die Summe aller Wartezeiten ist dann das Integral über die Ganglinie der mittleren Rückstaulänge (Ganglinie:  $N$  als Funktion der Zeit). Die mittlere Wartezeit ergibt sich, wenn man die Summe aller

Wartezeiten durch die Zahl der Fahrzeuge im betrachteten Zeitraum dividiert. Betrachtet man als Zeitintervall einen Umlauf  $U$ , so erhält man den Erwartungswert für die Summe aller Wartezeiten von Fahrzeugen in dem Zeitintervall  $U$ :

$$\begin{aligned} W_U &= \int_0^U E(i) \cdot dt \\ &= \int_0^U N(t) \cdot dt \end{aligned} \quad (2.4.0.2)$$

Die Anzahl der Fahrzeuge, die in diesem Umlauf angekommen sind, ist

$$m_U = \int_0^U q(t) \cdot dt \quad (2.4.0.3)$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeuge ist dann

$$W = \frac{W_U}{m_U} = \frac{\int_0^U N(t) \cdot dt}{\int_0^U q(t) \cdot dt} \quad (2.4.0.4)$$

In dem Zeit-Rückstaulänge-Diagramm (Abb. 2.4.1) erkennt man, daß sich die Wartezeit in einem Umlauf in zwei Komponenten zerlegen läßt, eine erste Komponente  $W_{U_I}$ , die nur durch den ständigen Wechsel von Sperrzeit  $R$  und Freigabezeit  $G$  verursacht wird, und eine zweite Komponente, die von den am Freigabezeitende nicht abgeflossenen Fahrzeuge verursacht wird. Die erste Komponente enthält die Phase des zunehmenden Rückstaus während der Sperrzeit  $R$  und des Abbaus des Rückstaus in der Freigabezeit  $G$ . Die zweite Komponente enthält al-

lein den Teil des Rückstaus, der bei Grünende nicht abgebaut werden kann. Bei stationärem Verkehr, d.h.  $x < 1$ , enthält die zweite Komponente nur diejenigen Fälle, in denen der Rückstau bei Grünende  $N_{GE}$  nicht abgebaut werden konnte. Für  $x < 1$  ist  $N_{GE}$  eine Zufallszahl mit endlichem Erwartungswert, d.h. in diesem Fall enthält die zweite Komponente rein stochastische Aspekte. Im Falle der Instationarität, d.h.  $x > 1$  (vgl. Abb. 2.4.1) nimmt dieser Teil des Rückstaus ständig zu. Diese Komponente enthält also sowohl einen Anteil, den man in Anlehnung an die Bildung der Näherungslösungen anderer Autoren (Kimber-Hollis 1977, Akcelik 1980) als deterministisch bezeichnen kann, als auch einen Anteil, der durch die Zufälligkeit der Ankünfte entsteht. Die erste Komponente der Wartezeit kann ermittelt werden, wenn die Ganglinie der Ankünfte bekannt ist. Wenn man den Verkehr innerhalb eines Umlaufs als stationär betrachtet, gilt für jeden Umlauf (Herleitung in Anhang A, vgl. auch 3/)

$$W_{U_I} = \begin{cases} \frac{m_U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} \cdot U & \text{für } m_U < c, \text{ d.h. } x < 1 \\ \frac{m_U}{2} \cdot (1-\lambda) = \frac{R}{2} \cdot m_U & \text{für } m_U \geq c, \text{ d.h. } x \geq 1 \end{cases}$$

= Summe aller Wartezeiten I. Art

$$W_I = \begin{cases} \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} & x < 1 \\ \frac{U}{2} \cdot (1-\lambda) = \frac{R}{2} & x \geq 1 \end{cases}$$

= Wartezeit I. Art pro Fahrzeug (2.4.1)

mit

$$\lambda = \frac{G}{U} \quad = \text{Grünzeitanteil}$$

$$x = \frac{m_U}{c} \quad = \text{Auslastungsgrad}$$

Die zweite Komponente der Wartezeit  $W_{U_{II}}$  wird durch den Rückstau am Grünende verursacht, der wegen der stochastischen Schwankung der Verkehrsstärke und der Überlastung des betrachteten Umlaufs entsteht. Die durch solchen Rückstau entstandene Summe aller Wartezeiten in einem Umlauf ist (Herleitung in Anhang A und B)

$$W_{U_{II}} = N_{GE} \cdot U$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug ist dann

$$\begin{aligned} W_{II} &= \frac{N_{GE} \cdot U}{m_U} \\ &= \frac{N_{GE}}{q} \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

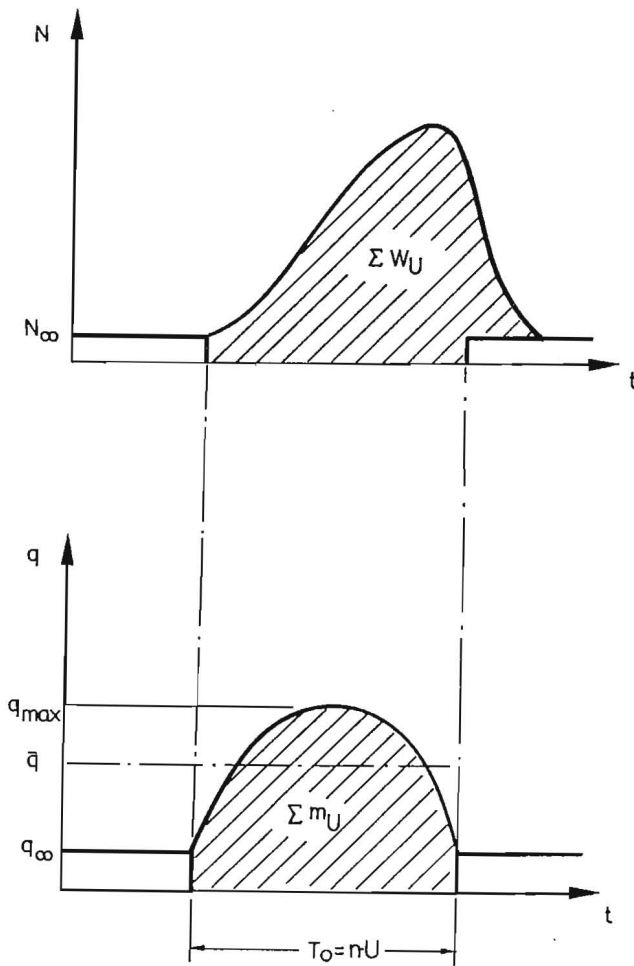
Somit ist die Wartezeitkomponente  $W_{II}$  allein durch den mittleren Rückstau bei Grünende ausdrückbar. Die verschiedene Formeln für die mittlere Wartezeit (vgl. Allsop, 1972) unterscheiden sich somit in erster Linie nur durch ihre unterschiedlichen Näherungsformeln für die mittlere Rückstaulänge bei Grünende  $N_{GE}$

Die gesamte Wartezeit pro Fahrzeuge ist dann

$$W_{ges} = W_I + W_{II} \quad (2.4.3)$$

Für instationären Verkehr lautet die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug betrachtet über  $n$  Umläufe - einschließlich der Wartezeit, die erst

Abb. 2.4.2



außerhalb der  $n$  Umläufe auftritt, aber durch den nicht abgeflossenen Rückstau, der während der  $n$  Umläufe sich aufbaut, verursacht wird:

$$\bar{W} = \left[ \sum_{i=1}^n W_{U,i} + \sum_{\substack{i > n \\ W_{U,i} > W_{U_\infty}}} (W_{U,i} - W_{U_\infty}) \right] \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_{U,i}} \quad (2.4.4)$$

mit

$W_{U,i}$  = Summe der Wartezeiten des  $i$ -Umlaufs

$W_{U_\infty}$  = Summe der Wartezeiten eines Umlaufs außerhalb der  
 $n$  Umläufe

(vgl. dazu Abb. 2.4.2, Rückstaulänge)

In Gl. 2.4.1 wurde die Annahme getroffen, daß der Abfluß des Verkehrs als kontinuierlich angesehen werden kann. In Gl. 2.4.2 wurde die Rückstaulänge  $N_{GE}$  am Freigabezeitende als die ständige Hintergrund-Rückstaulänge betrachtet, die in der ganzen Zeit eines Umlaufes existiert. Der Rechtfertigung dieser Annahmen ist im Anhang A angegeben.

In Anwendung von Gl. 2.4.3 gilt für die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug

$$W = W_I + W_{II}$$

$$= \begin{cases} \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{N_{GE}}{q} & x < 1 \\ \frac{U}{2} \cdot (1-\lambda) + \frac{N_{GE}}{q} & x \geq 1 \end{cases} \quad (2.4.6)$$

Die Wartezeit  $W_I$  ist allein von dem Ablauf der Ankünfte abhängig,



die durch die Geometrie der Ganglinie der Verkehrsstärke exakt beschrieben werden kann. Die Wartezeit  $W_{II}$  ist dagegen sowohl von der Anzahl der Ankünfte als auch von deren Verteilung abhängig. Es wird in den folgenden Kapiteln hauptsächlich die zweite Komponente  $W_{II}$  behandelt. Der Schwerpunkt liegt für stationären Verkehr bei dem stochastischen Anteil, für instationären Verkehr bei dem deterministischen Anteil. Die zweite Komponente der Wartezeit ist rechnerisch nur von der Rückstaulänge am Grünende (GE), oder - wenn man einen Schritt innerhalb des Rechengvorgangs nach vorn sieht - nur von der Übergangsmatrix  $P$  abhängig, die aber wiederum von der Anzahl der Ankünfte, der Anzahl der abfahrenden Fahrzeuge und deren Verteilung abhängig ist.

### 3. Lösung bei stationärem Verkehr

#### 3.0 Formel von Webster, Miller und Ohno

Wenn alle Verkehrsbedingungen über ein hinreichend langes Zeitintervall, z.B. mehrere Stunden, konstant bleiben, kann man den Verkehrsablauf als stationär betrachten. Unter dem Begriff "stationär" wird hier verstanden, daß die mittlere Ankunftsverkehrsstärke  $q$  und die mittlere Abflußkapazität  $Q$  sowie deren Verteilungsparameter für alle betrachtete Umläufe identisch sind. Zugleich muß gelten:  $x < 1$ . Im einfachen Fall wird außerdem vorausgesetzt, daß der Zufluß poissonverteilt ist.

Die Bedingung der Stationarität ist erfüllt, dann und nur dann wenn die Übergangsmatrix  $P$  für alle betrachteten Umläufe identisch ist. Wenn der Verkehr innerhalb jedes Umlaufs variiert, aber für alle Umläufe nach den selben Regelmäßigkeiten und statistischen Verteilungen, ist die Bedingung der Stationarität ebenfalls erfüllt. Diese Situation tritt an koordinierten Lichtsignalanlagen auf, weil dort der Verkehr innerhalb jedes Umlaufs pulkweise auftritt. Die stationäre Lösung der Markow'schen Kette gilt also auch für den so beschriebenen "semi-stationären" Verkehr.

Webster (1958) hat durch eine Analyse zu einem M/D/1-Warteschlangensystem, das er fiktiv dem eigentlichen Knotenpunktbereich voranstellt, hergeleitet (vgl. auch Allsop, 1980):

$$W_I = \frac{(1-x)^2 \cdot U}{2 \cdot (1-x)} \quad (= \text{Gl. 2.4.1})$$

$$W_{II} = \frac{x^2}{2 \cdot q \cdot (1-x)} - 0,65 \left( \frac{U}{q^2} \right)^{1/3} \cdot x^{(2+5 \cdot \lambda)} \quad (3.0.1)$$

Dabei ist das erste Glied die mittlere Wartezeit im M/D/1-System. Das zweite Glied wurde von Webster auf der Basis von Simulationsrechnungen zur Korrektur der Fehlereinflüsse hergeleitet, die durch die Unzulänglichkeiten des Modells entstehen. Diese Unzulänglichkeiten können nach Webster auch mit hinreichender Genauigkeit berücksichtigt werden, wenn gesetzt wird:

$$W = (W_I + \frac{x^2}{2 \cdot q \cdot (1-x)}) \cdot 0,9 \quad (3.0.2)$$

Nach Webster haben verschiedenen Autoren versucht, für  $W_I$  und  $W_{II}$  im stationärem Fall bessere Lösungen zu finden. Die wichtigsten darunter sind die Formeln von OHNO und MILER:

OHNO(1978) gibt in Abweichung von Gl. 2.4.1 und 2.4.2 für  $x < 1$ :

$$W_I = \frac{(1-\lambda)}{2(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left[ (1-\lambda) \cdot U + \frac{1}{s} + \frac{1}{s(1-\lambda \cdot x)} \right] \quad (3.0.3)$$

$$W_{II} = \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \frac{N_{GE}}{q} \quad (3.0.4)$$

Ohno leitet seine Formel wie folgt her. Er nimmt an:

1. Der Abfluß einer Lichtsignalanlage sei diskret, d.h die Warteschlange (Rückstau) in der Freigabezeit  $G$  verkürzt sich nur sprunghaft jeweils um ein Fahrzeug nach dem Zeitbedarf  $\frac{1}{s}$ . Das erste Fahrzeug verläßt die Warteschlange  $\frac{1}{s}$  sec nach dem Grünbeginn. Die dadurch entstandene Mehrwartezeit ist:

$$\Delta W_I = \frac{(1-\lambda)}{2(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left[ \frac{1}{s} + \frac{1}{s(1-\lambda \cdot x)} \right] \quad (3.0.5)$$

2. Der Rückstau bei Grünende wird in dem nächsten Umlauf nur so lange berücksichtigt, bis die während der Sperrzeit zurückgestauten Fahrzeuge abfließen. Daraus folgt:

$$W_{II} = \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \frac{N_{GE}}{q} \quad (3.0.6)$$

3. In dem restlichen Zeitraum wird der Hintergrund-Rückstau als null betrachtet.

(vgl. auch Anhang A)

Der Unterschied zwischen Gl. 2.4.1 und Gl. 3.0.3 besteht darin, daß bei Gl. 3.0.3 auch die Wartezeit des Fahrzeugs, das sich im Bedienungsschalter befindet, mitgerechnet wird. Die Abweichung  $\Delta W_I$  (Gl. 3.0.5) beträgt zahlenmäßig 2 bis 5 sec (für  $x = 0.2 - 0.95$ ,  $\lambda = 0.1 - 0.8$ ,  $U = 60-90$  sec). Für praktische Zwecke ist Gl. 2.4.1 einfacher und realitätsnäher, weil ein Fahrzeug im angenommenen Schalter nicht anhalten darf. In dieser Arbeit wird die Wartezeit  $W_I$  nur nach der Gl. 2.4.1 berechnet und damit im gleichen Sinn wie bei Webster (1958).

Der Unterschied zwischen Gl. 2.4.2 und Gl. 3.0.4 liegt darin, daß man die durch Hintergrund-Rückstau verursachte Wartezeit aus verschiedenen Perspektiven betrachtet. Die Gl. 3.0.4 behandelt den Hintergrund-Rückstau in zwei Komponenten. Für den Zeitraum  $R$  und einen Teil des Zeitraums  $G$  wird der Rückstau bei Grünende  $N_{GE}$  verwendet, für den anderen Teil von Zeitraum  $G$  wird der Hintergrund-Rückstau als null gesetzt. Dies bedeutet aber eine Diskontinuität

des Rückstaus. Z.B. nimmt der Rückstau kurz vor und nach dem Grünende verschiedene Werte an. Dies ist theoretisch und praktisch nicht zutreffend. Im Anhang A wurde nachgewiesen, daß der Hintergrund-Rückstau über den ganzen Umlauf U mit  $N_{GE}$  einzusetzen ist. Deswegen wird hier die einfachere und realitätsnähere Gl. 2.4.2 für die Berechnung von  $W_{II}$  angewendet. Der Unterschied liegt zwischen 0 und 2 sec (Gl. 3.0.4 hat die kleineren Werte als Gl. 2.4.2).

Bei der Miller-Formel (Miller, 1978) für die mittlere Wartezeit wurde für die Wartezeit erster Art  $W_I$  die Gl. 2.4.1, für die Wartezeit zweiter Art  $W_{II}$  die Gl. 3.0.4 verwendet. Die Wartezeit zweiter Art  $W_{II}$  weicht deswegen auch von Gl. 2.4.2. geringfügig ab. Die vollständige Miller-Formel lautet:

$$\begin{aligned}
 W &= W_I + W_{II} \\
 &= \frac{(1-\lambda)^2 \cdot U}{2 \cdot (1-\lambda \cdot x)} + \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \frac{N_{GE}}{q}
 \end{aligned} \tag{3.0.7}$$

mit

$$N_{GE} = \frac{\exp[-1,33 \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2 \cdot (1-x)} \tag{3.0.8}$$

$N_{GE}$  = mittlere Rückstaulänge bei Grünende nach MILLER (1978)

Eine vergleichende Übersicht zu den verschiedenen Formeln findet sich bei Allsop (1972) und Hutchinson (1972).

### 3.1 Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors der Rückstaulänge am Grünende

Notwendige Voraussetzung dafür, daß die Grenzverteilung einer stationären Markow'schen Kette existiert, ist

$$m_U < \infty \quad \text{oder} \quad x < 1$$

unter dieser Bedingung kann man die Gl. 2.3.3 lösen.

Weil der Verkehrszustand stationär ist, muß

$$p^{(n)} = p^{(n+1)} = \pi$$

$$p_i^{(n)} = p_i^{(n+1)} = \pi_i$$

wobei  $\pi$  die Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors  $p$  am Grünende ist<sup>1)</sup>. Nach Gl. 2.3.3 ist dann

$$p^{(n)} = p^{(n+1)} \cdot P_U(t) = \pi \cdot P_U = \pi \quad (3.1.1)$$

für die Wahrscheinlichkeiten gilt ferner

$$\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i = 1 \quad (3.1.2)$$

Die Gl. 3.1.1 und Gl. 3.1.2 bilden dann ein Matrizengleichungssystem

$$\begin{cases} \pi \cdot (P_U - E) = 0 \\ \pi \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = 1 \end{cases} \quad (3.1.3)$$

<sup>1)</sup> Hier ist der Index GE weggelassen. Im folgenden bezieht sich alle Angaben auf das Grünende, wenn kein anderer Index explizit angegeben wird.

mit der Einheitsmatrix

$$E = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & 1 \end{bmatrix}$$

das die Lösung von  $\pi$  beinhaltet.

Das Matrizengleichungssystem 3.1.3 ist allein von der Übergangsmatrix  $P$  bestimmt. Wenn die Ankünfte Poisson-verteilt und die Abflüsse deterministisch sind, ist (vgl. Gl. 2.3.0)

$$\begin{aligned} P_U &= A \cdot C \\ &= A(m_U) \cdot C(c) \end{aligned}$$

Weil

$$\begin{aligned} m_U &= U \cdot q \\ &= x \cdot s \cdot \frac{G}{U} \cdot U = \\ &= x \cdot s \cdot G \end{aligned}$$

$$A(m_U) = f(x, s, G)$$

und

$$c = G \cdot s$$

$$C(c) = f(G, s)$$

gilt:

$$\begin{aligned} P_U &= A \cdot C \\ &= f(x, s, G) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

und

$$\pi = f(x, s, G) \quad (3.1.5)$$

Wenn man die Sättigungsverkehrsstärke  $s$  als eine Konstante betrachtet, ist

$$\pi = f(x, G)$$

Das heißt, daß die Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors  $\pi$  bzw. die mittlere Rückstaulänge  $N$  am Grünende vollständig durch den Auslastungsgrad  $x$  und die Freigabezeit  $G$  beschrieben werden kann. Dies bedeutet zugleich, daß  $\pi$  von der Umlaufzeit  $U$  und der Verkehrsstärke  $q$  abhängig ist. Diese beiden Variablen sind in  $x$  enthalten.

Ein Beispiel für die Darstellung der Werte des Vektors  $\pi$  findet sich in Abb. 3.2.3. Das Matrizengleichungssystem 3.1.3 ist theoretisch ein unendliches Gleichungssystem, dessen analytische Lösung zwar existiert, dessen praktische Berechnung aber sehr umständlich ist. Mit Hilfe einer EDV-Anlage wurde dieses Gleichungssystem numerisch gelöst, indem die unendliche Matrix  $P_U$  durch eine endliche Matrix  $P'_U$  mit 150 Zeilen und 150 Spalten ersetzt wurde. Diese Dimension ist so gewählt worden, daß Abweichungen für die Werte der  $\pi$  die Größenordnung von  $2 \cdot 10^{-7}$  nicht überschreiten konnten.



### 3.2 Mittlere Rückstaulänge, mittlere Wartezeit und Überlastungswahrscheinlichkeit

Mit Hilfe eines Rechners kann man eine Lösung für  $\pi$  in Gl. 3.1.3 finden. Auch kann man auf dieser Basis ebenfalls die Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors der Rückstaulänge am Rotende errechnen. Nach Gl. 2.3.4 ist

$$\pi_{RE} = \pi \cdot A(m_R) \quad (3.2.1)$$

Aus den beiden Wahrscheinlichkeitsvektoren kann man die Wahrscheinlichkeit, daß  $n$  Fahrzeuge am Grünenende bzw. am Rotende aufgestaut werden, ermitteln. Z.B.: die Wahrscheinlichkeit, daß die Rückstaulänge am Grünenende null Fahrzeuge beträgt, ist  $p_0 = \pi_0$ . Die Wahrscheinlichkeit, daß am Grünenende mindestens ein Fahrzeug zurückgestaut wird, wird als Überlastungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{0}}$  bezeichnet. Sie ist:

$$P_{\bar{0}} = 1 - p_0 \quad (3.2.2)$$

Die mittlere Rückstaulänge am Grünenende ist dann der Erwartungswert der Rückstaulänge, d.h.:

$$N_{GE} = E(i) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \pi_i \quad (3.2.3)$$

Die Rückstaulänge am Rotende ist entsprechend:

$$N_{RE} = E(i_{RE}) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \pi_{i_{RE}} \quad (3.2.4)$$

Für die Beziehung zwischen  $N_{RE}$  und  $N_{GE}$  gilt:

$$N_{GE} = N_{RE} - m_R \quad (3.2.5)$$

Analog kann man die Rückstaulänge, die in 95% - oder einem anderen

Poizentsatz - aller Fällen nicht überschritten wird, berechnen. Die 95%-Rückstaulänge am Grünende ist

$$N_{GE_{95}} = N \left\{ P_{GE} (X \leq N) \geq 0,95 \right\} \quad (3.2.6)$$

und die 99%-Rückstaulänge am Rotende ist

$$N_{RE_{99}} = N \left\{ P_{RE} (X \leq N) \geq 0,99 \right\} \quad (3.2.7)$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug ist beim stationären Verkehr in allen Umläufen gleich. Sie ist laut Gl.2.4.1, Gl. 2.4.2, und Gl. 2.4.3 zu ermitteln.

Durch das Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate wurden Gleichungen zur näherungsweisen Beschreibung der numerischen Rechenergebnisse ermittelt. Die Überlastungswahrscheinlichkeit ist danach

$$P_{\bar{0}} = x^{2,16 (s \cdot G)^{0,426}} \quad (3.2.8)$$

Die Übereinstimmung dieser Näherungslösung mit den numerischen exakten Werten für  $P_{\bar{0}}$  ist in Abb. 3.2.4 veranschaulicht. Man erkennt, daß unterhalb eines Auslastungsgrades von  $x=0,4$  die Wahrscheinlichkeit für einen Rückstau bei Grünende praktisch gleich 0 ist (vgl. auch Tabelle 2.3.4).

Ebenfalls nach dem Verfahren der kleinsten Fehlerquadrate ist für die mittlere Reststaulänge bei Grünende und für die 95%-Rückstaulänge bei Rotende ermittelt worden:

$$N = N_{GE} = \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} \quad (3.2.9)$$

$$N_{95,RE} = 2,97 \cdot N_{GE} + 1,29 \cdot (q \cdot U)^{0,26} + 1,20 \cdot (q \cdot U) \cdot (1-\lambda) \quad (3.2.9^*)$$

Die Gleichung (3.2.9) ist identisch mit der Formel von Miller (Gl. 3.0.8).

Zu beachten ist, daß beide zuvor genannten Formeln nur eine Funktion des Auslastungsgrades  $x$  und der Freigabezeit  $G$  sind. Diese Eigenschaft wurde vorher schon im Zusammenhang mit Gl. 3.1.5 angesprochen. Sie ist aber nur für das Warteschlangensystem mit Poisson-verteilten Ankünften und deterministischen Abflüssen gültig, weil sonst die Gl. 2.3.0 nicht mehr gilt.

Nach Gl. 3.2.5 ist

$$\begin{aligned} N_{RE} &= N_{GE} + m_R \\ &= \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} + q \cdot U \cdot (1-\lambda) \\ &= \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} + s \cdot G \cdot x \cdot (1-\lambda) \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug ist dann nach Gl. 2.4.2 und 2.4.3

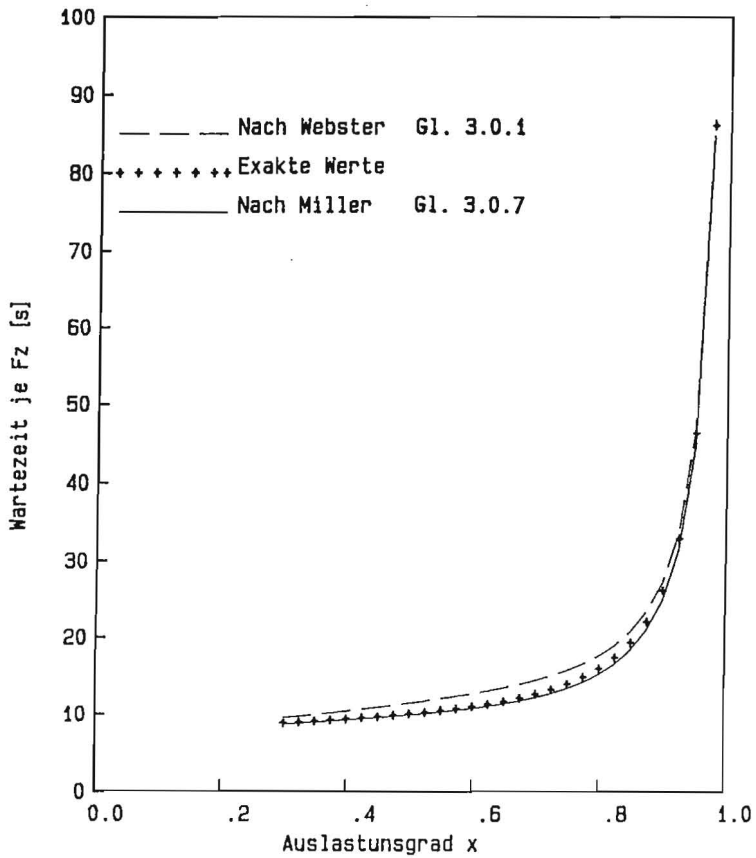
$$\begin{aligned} W &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x) \cdot q} \\ &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x) \cdot s \cdot x \cdot \lambda} \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

Um die Zahl der Parameter zu verringern, wurde für die beiden Formeln  $q \cdot U = s \cdot G \cdot x$  eingesetzt.

Insofern werden durch die hier angestellten Rechnungen die von Miller (1978) angegebenen Formel für  $N_{GE}$  bei stationärem System bestätigt. Abb. 3.2.2 bestätigt, daß die nach dem numerischen Verfahren (Gl. 2.4.6) errechneten exakten mittleren Wartezeiten mit den Resultaten der Miller-Formel gut übereinstimmen. Die Werte nach MILLER sind aber vor allem wegen der Vernachlässigung des Hintergrundrückstaus während der Grünzeit geringfügig kleiner als die exakten (vgl. Anhang A). Abb. 3.2.1 verdeutlicht den Unterschied zur Formel von Webster (3.0.1), die vor allem im Bereich mittlerer Auslastungsgrade ( $x$  zwischen 0,4 und 0,8) zu einer Überschätzung der Wartezeit führt.

In gleicher Weise konnte unter Verwendung von Gl. 3.2.6 und 3.2.7 der 95%- und 99%-Rückstau bei Rotende für stationäre Bedingungen errechnet und in Abb. 4.2.5 bis 4.2.10 dargestellt werden. Dies ist die Rückstaulänge, für die Stauräume (z.B. Abbiegeespuren) bemessen werden sollen.

Abb. 3.2.1 Vergleich der Wartezeitformeln bei stationärem Verkehr

 $U = 60 \text{ sec}$     $G = 30 \text{ sec}$ 

## Vergleich der Wartezeit

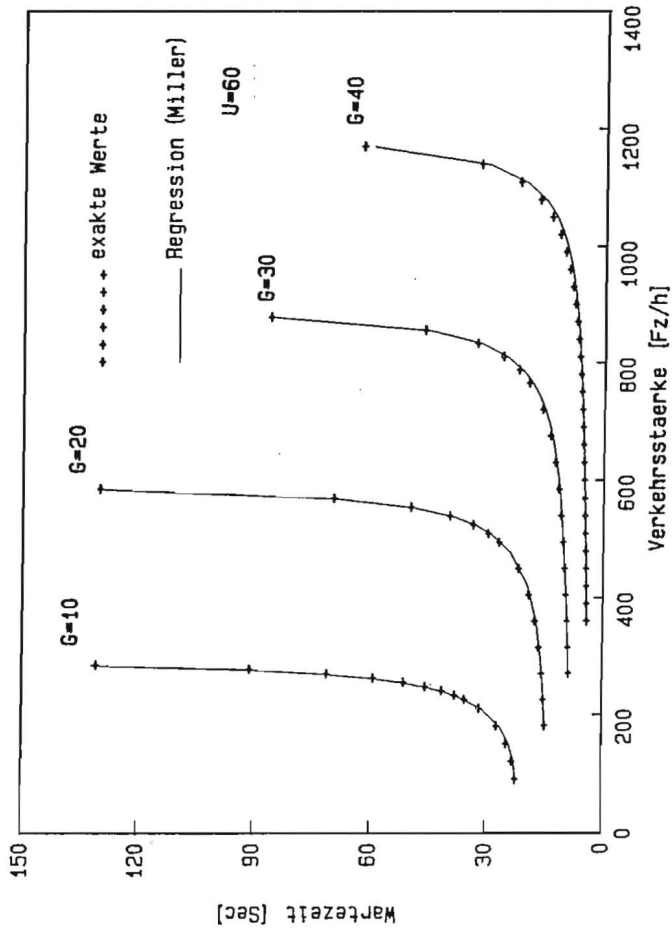


Abb. 3.2.2 Vergleich der mittleren Wartezeit nach Miller mit numerischen exakten Werten bei stationärem Verkehr

Abb. 3.2.3 Dichtefunktion der Verteilung der Rückstaulängen bei Grünende für das Beispiel  $U=60$  sec,  $G=30$  sec bei verschiedenen Auslastungsgraden  $x$ . Die dargestellten Funktionen entsprechen den Werten des Vektors  $\pi$  (Gl. 3.1.5)

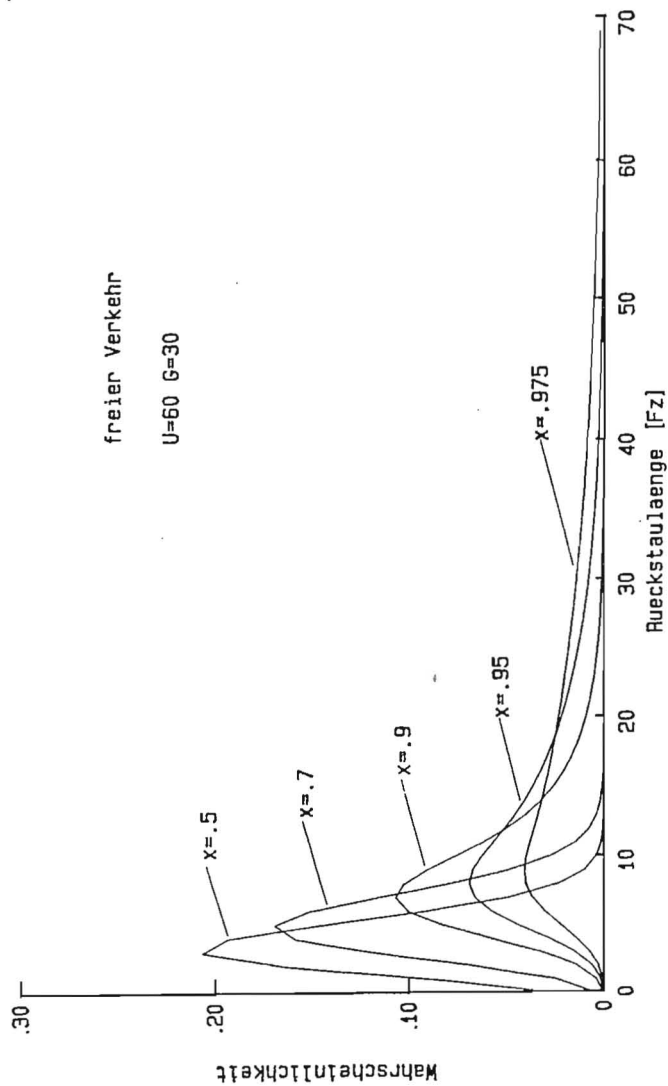
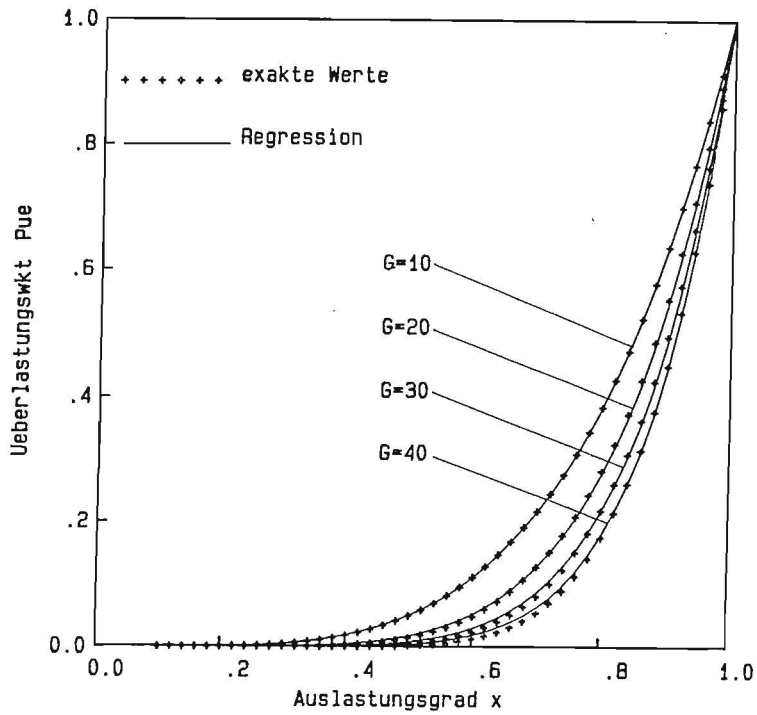


Abb. 3.2.4 Überlastungswahrscheinlichkeit  $P_u$  nach Gl. 3.2.8.  
(Tabellenwerte vgl. Tab. 3.2.4)

### Überlastungswahrscheinlichkeit $P_{ue}$





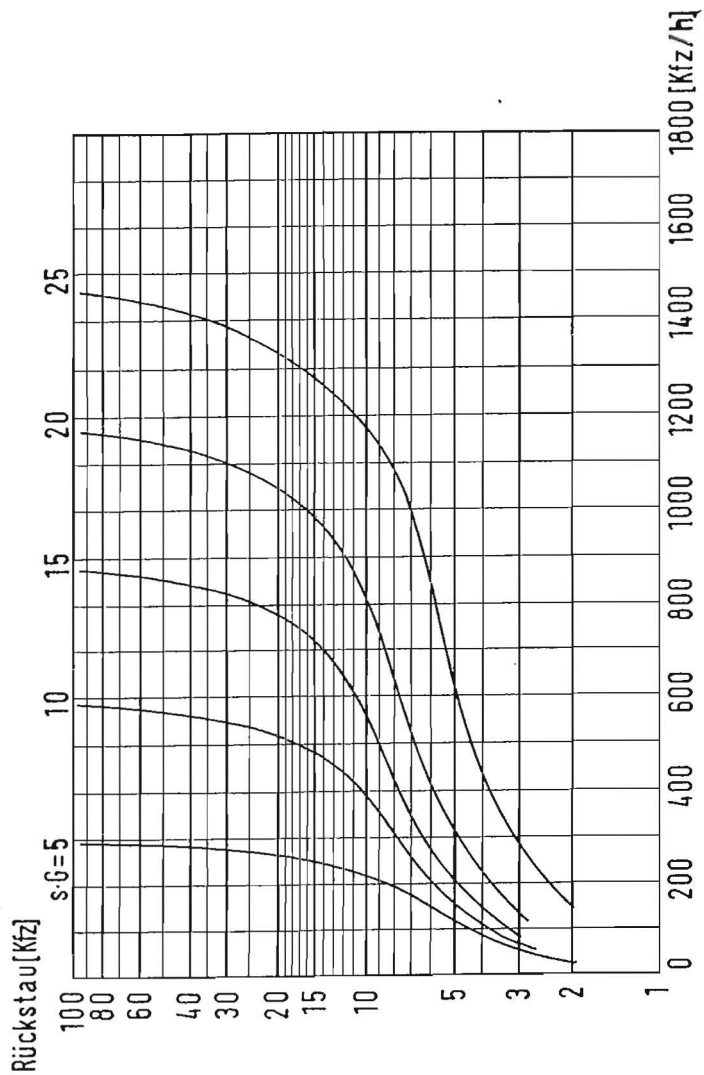


Abb. 3.2.5 99%-Rückstaulänge am Rotende bei freiem Verkehr  
 $U=60 \text{ sec}$ ,  $s-G=5-25 \text{ Fz}$

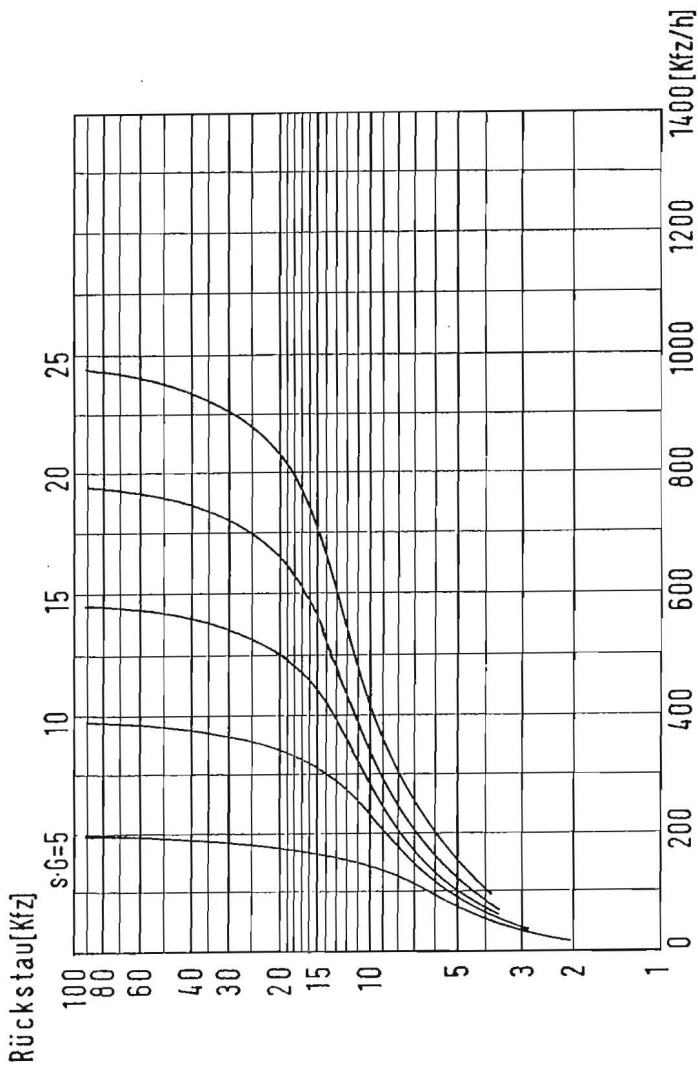


Abb. 3.2.6 99%-Rückstaulänge am Rotende bei freiem Verkehr  
 $U=90 \text{ sec}$ ,  $s.G=5-25 \text{ f.z.}$

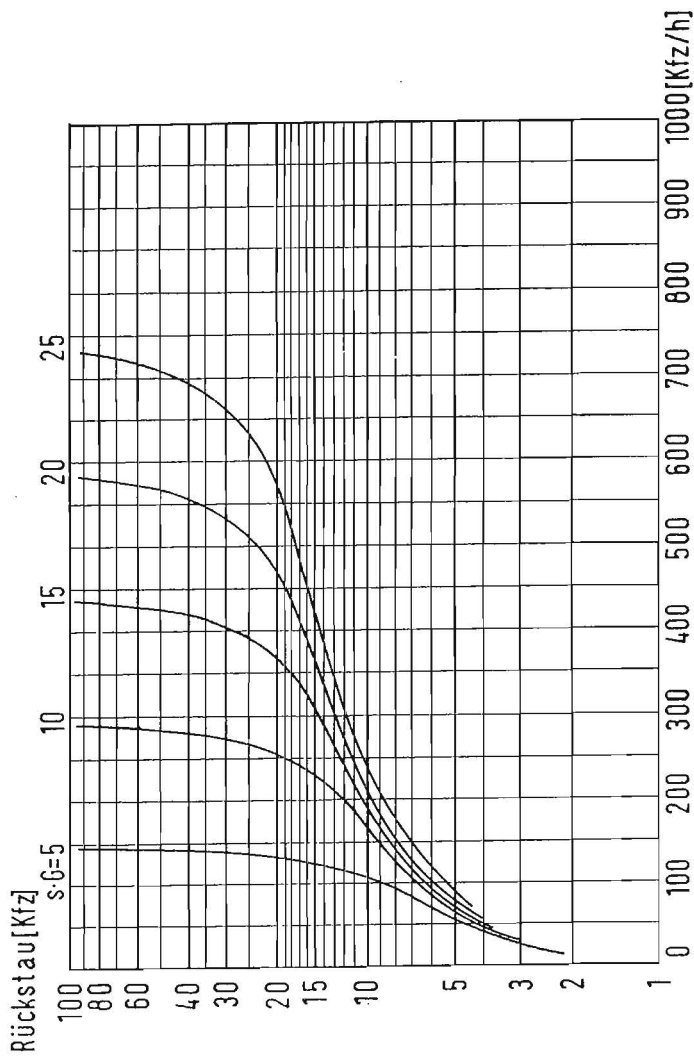


Abb. 3.2.7 99%-Rückstaulänge am Rotende bei freiem Verkehr  
 $U=120 \text{ sec}$ ,  $s.G=5-25 \text{ Fz}$

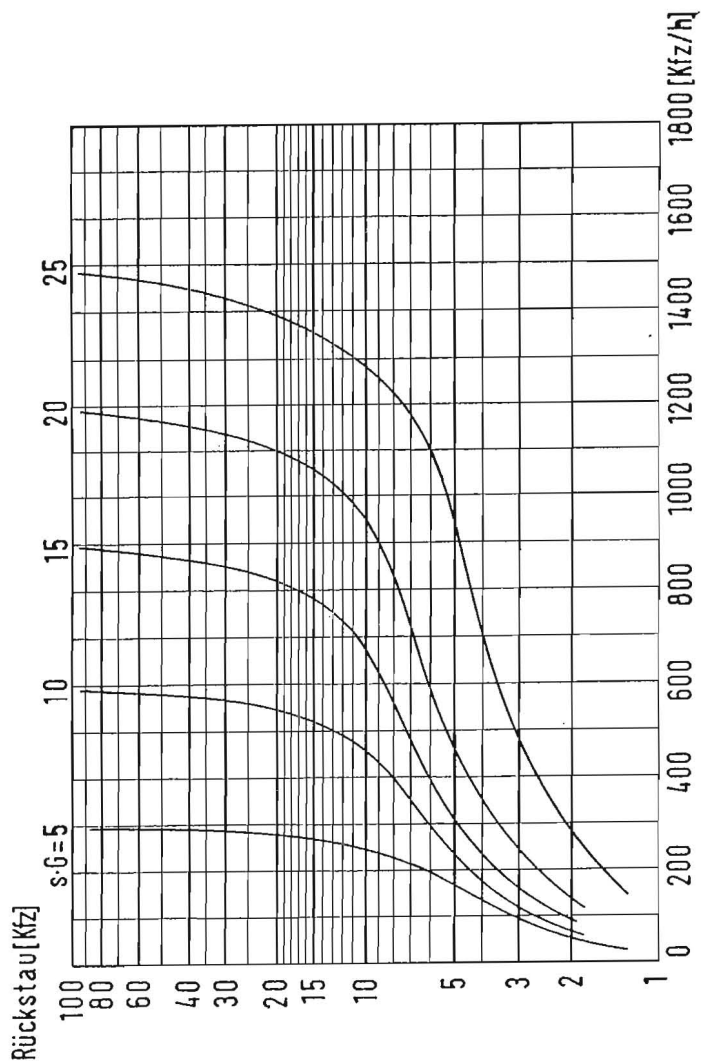


Abb. 3.2.8 95%-Rückstaulänge am Rotende bei freiem Verkehr  
 $U=60 \text{ sec}$ ,  $s \cdot G=5-25$  Fz

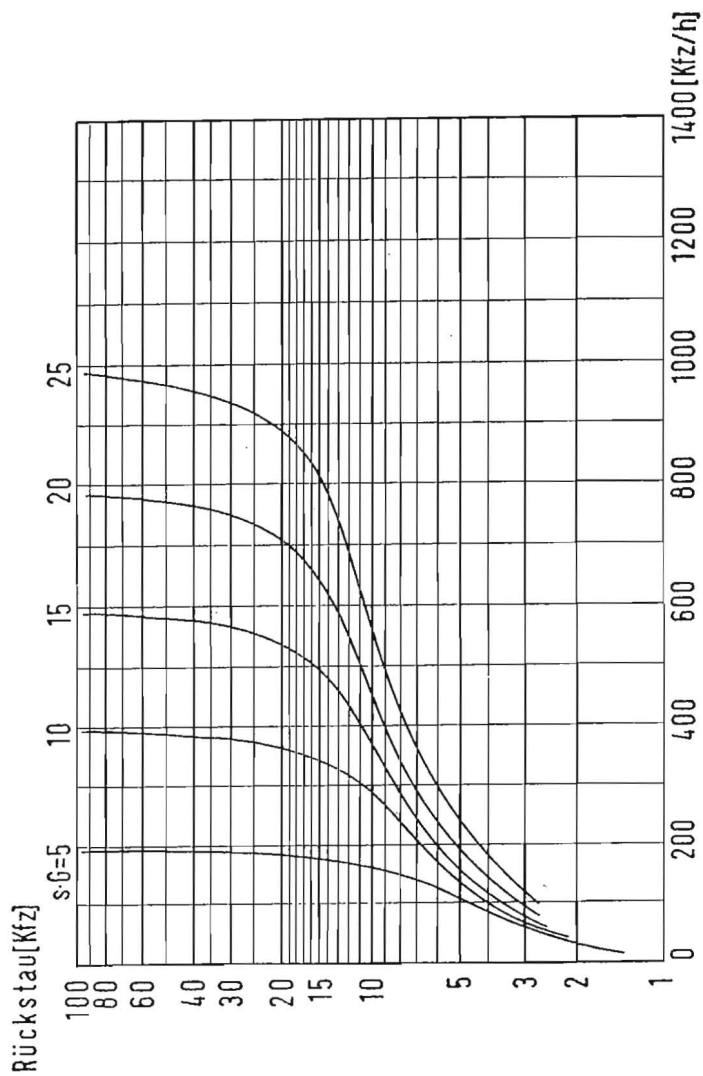


Abb. 3.2.9 95%-Rückstaulänge am Rotende bei freiem Verkehr  
 $U=90 \text{ sec}$ ,  $s \cdot G=5-25 \text{ Fz}$

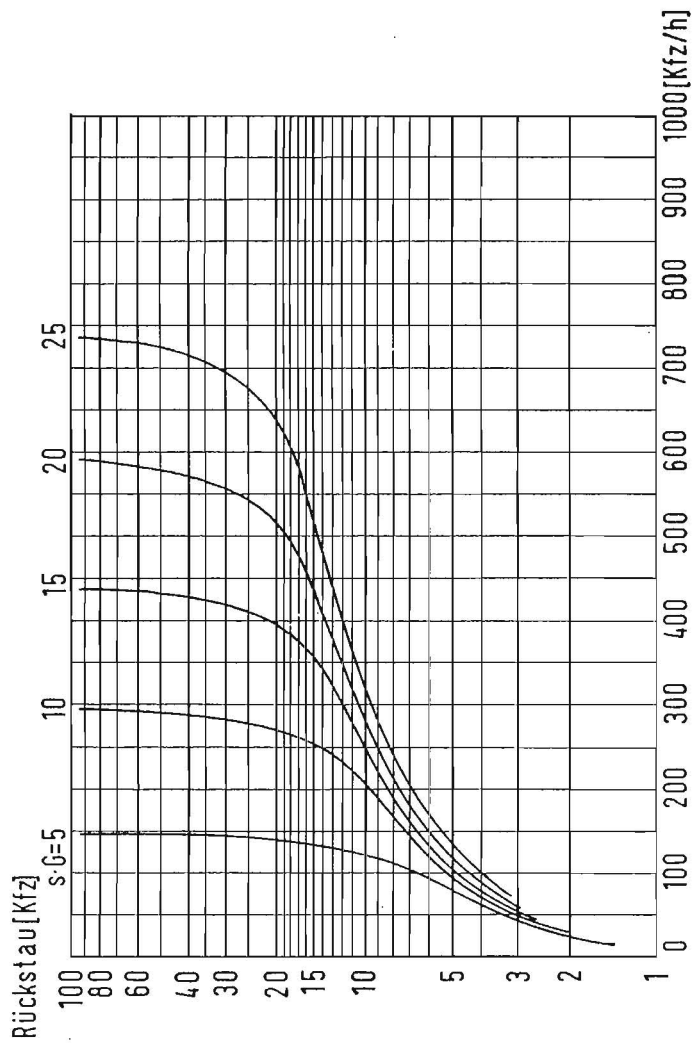


Abb. 3.2.10 95%-Rückstaulänge am Rotende bei freiem Verkehr  
 $U=120$  sec, s.G=5-25 Fz

Tab. 3.2.1 Mittlerer Rückstau bei Grünende

| MITTL. RUECKSTAU AM GRUENENDE [FZ] |        |        |        |        |        |        |        |        |        |  |
|------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--|
| GRUENZEIT G [SEC]                  |        |        |        |        |        |        |        |        |        |  |
| X                                  | 10     | 15     | 20     | 25     | 30     | 35     | 40     | 45     | 50     |  |
| .300                               | .006   | .002   | .000   | .000   | .000   | .000   | 0.000  | 0.000  | 0.000  |  |
| .325                               | .009   | .003   | .001   | .000   | .000   | .000   | .000   | 0.000  | 0.000  |  |
| .350                               | .013   | .004   | .001   | .001   | .000   | .000   | .000   | .000   | 0.000  |  |
| .375                               | .018   | .007   | .002   | .001   | .000   | .000   | .000   | .000   | .000   |  |
| .400                               | .025   | .010   | .004   | .002   | .001   | .000   | .000   | .000   | .000   |  |
| .425                               | .034   | .015   | .007   | .003   | .001   | .001   | .000   | .000   | .000   |  |
| .450                               | .045   | .022   | .011   | .005   | .003   | .001   | .001   | .000   | .000   |  |
| .475                               | .059   | .031   | .016   | .009   | .005   | .003   | .001   | .001   | .000   |  |
| .500                               | .077   | .042   | .024   | .014   | .008   | .005   | .003   | .002   | .001   |  |
| .525                               | .098   | .057   | .034   | .021   | .013   | .008   | .005   | .003   | .002   |  |
| .550                               | .125   | .077   | .048   | .031   | .020   | .014   | .009   | .006   | .004   |  |
| .575                               | .158   | .102   | .067   | .046   | .031   | .022   | .015   | .011   | .007   |  |
| .600                               | .198   | .133   | .092   | .065   | .047   | .034   | .025   | .018   | .013   |  |
| .625                               | .248   | .173   | .125   | .092   | .068   | .051   | .039   | .030   | .023   |  |
| .650                               | .308   | .224   | .167   | .127   | .098   | .076   | .060   | .047   | .037   |  |
| .675                               | .382   | .288   | .222   | .175   | .139   | .112   | .090   | .073   | .060   |  |
| .700                               | .474   | .369   | .293   | .238   | .194   | .161   | .134   | .112   | .094   |  |
| .725                               | .589   | .471   | .386   | .321   | .270   | .229   | .195   | .167   | .144   |  |
| .750                               | .733   | .603   | .506   | .432   | .372   | .322   | .281   | .247   | .217   |  |
| .775                               | .917   | .774   | .666   | .580   | .510   | .452   | .402   | .360   | .323   |  |
| .800                               | 1.167  | 1.000  | .887   | .782   | .702   | .633   | .583   | .523   | .501   |  |
| .810                               | 1.270  | 1.099  | .982   | .883   | .804   | .726   | .660   | .606   | .559   |  |
| .820                               | 1.424  | 1.247  | 1.125  | 1.005  | .906   | .838   | .782   | .730   | .684   |  |
| .825                               | 1.474  | 1.303  | 1.169  | 1.060  | .968   | .889   | .820   | .759   | .704   |  |
| .830                               | 1.553  | 1.370  | 1.242  | 1.128  | 1.036  | .954   | .883   | .824   | .773   |  |
| .840                               | 1.717  | 1.528  | 1.395  | 1.287  | 1.202  | 1.103  | 1.017  | .949   | .888   |  |
| .850                               | 1.941  | 1.725  | 1.613  | 1.455  | 1.350  | 1.260  | 1.218  | 1.107  | 1.043  |  |
| .860                               | 2.131  | 1.929  | 1.786  | 1.655  | 1.548  | 1.452  | 1.368  | 1.290  | 1.221  |  |
| .870                               | 2.390  | 2.180  | 2.031  | 1.900  | 1.793  | 1.686  | 1.592  | 1.519  | 1.455  |  |
| .875                               | 2.536  | 2.335  | 2.173  | 2.037  | 1.920  | 1.817  | 1.724  | 1.640  | 1.564  |  |
| .880                               | 2.701  | 2.498  | 2.358  | 2.217  | 2.100  | 1.995  | 1.903  | 1.797  | 1.699  |  |
| .890                               | 3.065  | 2.846  | 2.690  | 2.535  | 2.405  | 2.300  | 2.202  | 2.121  | 2.049  |  |
| .900                               | 3.494  | 3.278  | 3.094  | 2.950  | 2.849  | 2.702  | 2.590  | 2.500  | 2.411  |  |
| .910                               | 4.032  | 3.806  | 3.648  | 3.477  | 3.331  | 2.221  | 3.127  | 3.008  | 2.898  |  |
| .920                               | 4.710  | 4.466  | 4.290  | 4.137  | 4.013  | 3.870  | 3.740  | 3.638  | 3.545  |  |
| .925                               | 5.116  | 4.885  | 4.688  | 4.525  | 4.383  | 4.248  | 4.126  | 4.021  | 3.916  |  |
| .930                               | 5.587  | 5.331  | 5.144  | 4.971  | 4.826  | 4.670  | 4.569  | 4.456  | 4.353  |  |
| .940                               | 6.784  | 6.519  | 6.322  | 6.148  | 6.003  | 5.857  | 5.727  | 5.622  | 5.528  |  |
| .950                               | 8.398  | 8.147  | 7.933  | 7.766  | 7.598  | 7.446  | 7.311  | 7.200  | 7.073  |  |
| .960                               | 10.829 | 10.558 | 10.367 | 10.225 | 10.122 | 9.907  | 9.702  | 9.788  | 9.902  |  |
| .970                               | 15.106 | 14.832 | 14.630 | 14.367 | 14.122 | 14.026 | 13.956 | 13.777 | 13.605 |  |
| .975                               | 18.387 | 18.147 | 17.903 | 17.752 | 17.414 | 17.303 | 17.222 | 17.047 | 16.883 |  |
| .980                               | 22.869 | 22.568 | 22.387 | 22.263 | 22.197 | 21.949 | 21.712 | 21.571 | 21.445 |  |

3286

Tab. 3.2.2 95%-Rückstau bei Grüende

| 95% RUECKSTAU AM GRUENENDE [FZ] |                   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------------|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| X                               | GRUENZEIT G [SEC] |        |        |        |        |        |        |        |        |
|                                 | 10                | 15     | 20     | 25     | 30     | 35     | 40     | 45     | 50     |
| .300                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .325                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .350                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .375                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .400                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .425                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .450                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .475                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .500                            | 0.000             | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .525                            | .311              | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .550                            | .578              | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .575                            | .808              | .224   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .600                            | 1.030             | .582   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .625                            | 1.402             | .887   | .428   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .650                            | 1.722             | 1.281  | .826   | .371   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .675                            | 2.015             | 1.692  | 1.284  | .850   | .441   | .017   | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .700                            | 2.496             | 2.092  | 1.769  | 1.408  | .978   | .626   | .199   | 0.000  | 0.000  |
| .725                            | 2.917             | 2.635  | 2.308  | 1.948  | 1.653  | 1.299  | .919   | .653   | .187   |
| .750                            | 3.513             | 3.183  | 2.892  | 2.635  | 2.339  | 2.008  | 1.730  | 1.485  | 1.064  |
| .775                            | 4.145             | 3.864  | 3.629  | 3.372  | 3.089  | 2.845  | 2.602  | 2.386  | 2.022  |
| .800                            | 4.968             | 4.720  | 4.488  | 4.240  | 4.005  | 3.797  | 3.592  | 3.405  | 3.123  |
| .810                            | 5.390             |        | 4.852  |        | 4.451  |        | 3.983  |        | 3.603  |
| .820                            | 5.831             |        | 5.326  |        | 4.875  |        | 4.517  |        | 4.107  |
| .825                            | 6.029             | 5.781  | 5.555  | 5.337  | 5.116  | 4.920  | 4.749  | 4.604  | 4.372  |
| .830                            | 6.317             |        | 5.796  |        | 5.398  |        | 4.987  |        | 4.659  |
| .840                            | 6.850             |        | 6.347  |        | 5.939  |        | 5.591  |        | 5.231  |
| .850                            | 7.518             | 7.197  | 6.970  | 6.758  | 6.578  | 6.399  | 6.252  | 6.071  | 5.885  |
| .860                            | 8.188             |        | 7.681  |        | 7.274  |        | 6.924  |        | 6.630  |
| .870                            | 8.994             |        | 8.498  |        | 8.091  |        | 7.757  |        | 7.484  |
| .875                            | 9.486             | 9.188  | 8.939  | 8.744  | 8.564  | 8.390  | 8.220  | 8.086  | 7.912  |
| .880                            | 9.966             |        | 9.495  |        | 9.071  |        | 8.757  |        | 8.426  |
| .890                            | 11.111            |        | 10.610 |        | 10.179 |        | 9.851  |        | 9.592  |
| .900                            | 12.479            | 12.186 | 11.919 | 11.734 | 11.584 | 11.367 | 11.180 | 11.065 | 10.897 |
| .910                            | 14.126            |        | 13.643 |        | 13.195 |        | 12.892 |        | 12.551 |
| .920                            | 16.212            |        | 15.689 |        | 15.325 |        | 14.926 |        | 14.657 |
| .925                            | 17.456            | 17.172 | 16.906 | 16.712 | 16.536 | 16.344 | 16.162 | 16.046 | 15.867 |
| .930                            | 18.884            |        | 18.336 |        | 17.993 |        | 17.584 |        | 17.281 |
| .940                            | 22.505            |        | 21.935 |        | 21.559 |        | 21.156 |        | 20.944 |
| .950                            | 27.419            | 27.107 | 26.862 | 26.692 | 26.484 | 26.269 | 26.113 | 26.008 | 25.822 |
| .960                            | 34.729            |        | 34.202 |        | 34.154 |        | 33.431 |        | 33.581 |
| .970                            | 47.663            |        | 47.167 |        | 46.275 |        | 46.413 |        | 45.813 |
| .975                            | 57.593            | 57.340 | 57.091 | 56.660 | 56.231 | 56.204 | 56.160 | 55.930 | 55.788 |
| .980                            | 70.690            |        | 70.229 |        | 70.655 |        | 69.579 |        | 69.319 |



Tab. 3.2.3 99%-Rückstau bei Grünende

| 99% RUECKSTAU AM GRUENENDE [FZ] |   |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| GRUENZEIT G [SEC]               |   |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
| X                               | I | 10     | 15     | 20     | 25     | 30     | 35     | 40     | 45     | 50     |
| .300                            | I | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .325                            | I | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .350                            | I | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .375                            | I | .341   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .400                            | I | .622   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .425                            | I | .834   | .123   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .450                            | I | 1.004  | .446   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .475                            | I | 1.387  | .765   | .017   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .500                            | I | 1.676  | 1.065  | .518   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .525                            | I | 1.904  | 1.468  | .879   | .300   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .550                            | I | 2.235  | 1.804  | 1.327  | .783   | .198   | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .575                            | I | 2.611  | 2.151  | 1.759  | 1.273  | .771   | .211   | 0.000  | 0.000  | 0.000  |
| .600                            | I | 2.909  | 2.609  | 2.182  | 1.783  | 1.343  | .842   | .360   | 0.000  | 0.000  |
| .625                            | I | 3.354  | 2.966  | 2.693  | 2.314  | 1.895  | 1.515  | 1.006  | .696   | .075   |
| .650                            | I | 3.793  | 3.511  | 3.165  | 2.853  | 2.546  | 2.139  | 1.780  | 1.474  | .927   |
| .675                            | I | 4.303  | 3.968  | 3.752  | 3.483  | 3.150  | 2.847  | 2.547  | 2.251  | 1.816  |
| .700                            | I | 4.873  | 4.636  | 4.381  | 4.086  | 3.855  | 3.616  | 3.327  | 3.052  | 2.726  |
| .725                            | I | 5.606  | 5.321  | 5.037  | 4.848  | 4.652  | 4.423  | 4.158  | 3.947  | 3.680  |
| .750                            | I | 6.438  | 6.127  | 5.900  | 5.723  | 5.533  | 5.325  | 5.093  | 4.929  | 4.707  |
| .775                            | I | 7.461  | 7.154  | 6.917  | 6.744  | 6.570  | 6.387  | 6.194  | 6.028  | 5.842  |
| .800                            | I | 8.764  | 8.461  | 8.233  | 7.979  | 7.900  | 7.672  | 7.541  | 7.388  | 7.266  |
| .810                            | I | 9.312  |        | 8.789  |        | 8.463  |        | 8.053  |        | 7.813  |
| .820                            | I | 10.046 |        | 9.571  |        | 9.065  |        | 8.832  |        | 8.608  |
| .825                            | I | 10.377 | 10.067 | 9.843  | 9.655  | 9.473  | 9.295  | 9.122  | 8.989  | 8.845  |
| .830                            | I | 10.770 |        | 10.246 |        | 9.847  |        | 9.543  |        | 9.281  |
| .840                            | I | 11.602 |        | 11.048 |        | 10.768 |        | 10.355 |        | 10.031 |
| .850                            | I | 12.692 | 12.284 | 12.180 | 11.825 | 11.650 | 11.482 | 11.477 | 11.185 | 11.002 |
| .860                            | I | 13.657 |        | 13.123 |        | 12.712 |        | 12.404 |        | 12.074 |
| .870                            | I | 14.912 |        | 14.378 |        | 14.014 |        | 13.639 |        | 13.446 |
| .875                            | I | 15.638 | 15.350 | 15.097 | 14.879 | 14.710 | 14.541 | 14.376 | 14.247 | 14.058 |
| .880                            | I | 16.443 |        | 16.022 |        | 15.646 |        | 15.324 |        | 14.817 |
| .890                            | I | 18.186 |        | 17.704 |        | 17.212 |        | 16.910 |        | 16.739 |
| .900                            | I | 20.232 | 19.945 | 19.637 | 19.500 | 19.488 | 19.111 | 18.879 | 18.834 | 18.665 |
| .910                            | I | 22.780 |        | 22.412 |        | 21.832 |        | 21.699 |        | 21.134 |
| .920                            | I | 25.962 |        | 25.456 |        | 25.251 |        | 24.701 |        | 24.493 |
| .925                            | I | 27.872 | 27.621 | 27.322 | 27.127 | 26.969 | 26.769 | 26.582 | 26.503 | 26.300 |
| .930                            | I | 30.094 |        | 29.453 |        | 29.049 |        | 28.687 |        | 28.404 |
| .940                            | I | 35.798 |        | 35.117 |        | 34.811 |        | 34.408 |        | 34.385 |
| .950                            | I | 43.099 | 42.830 | 42.502 | 42.478 | 42.183 | 41.960 | 41.765 | 41.786 | 41.507 |
| .960                            | I | 53.925 |        | 53.416 |        | 54.536 |        | 52.501 |        | 54.218 |
| .970                            | I | 74.895 |        | 74.511 |        | 72.172 |        | 73.762 |        | 72.276 |
| .975                            | I | 89.674 | 89.474 | 89.274 | 88.907 | 88.623 | 88.104 | 87.598 | 87.483 | 87.386 |
| .980                            | I | 105.71 |        | 105.41 |        | 107.21 |        | 105.00 |        | 104.85 |

Tab. 3.2.4

Wahrscheinlichkeit (P0) dafür, daß bei Grünende kein Fahrzeug zurückbleibt (vgl. Gl. 3.2.2). Die Überlastungswahrscheinlichkeit Pü (vgl. Abb. 3.3.4) ist der Komplementärwerte zu P0 (d.h.  $P_{\bar{u}} = 1 - P_0$ ;  $P_0 = 1 - P_{\bar{u}}$ ).

| WAHRSCHEINLICHKEIT P0 |      |      |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| GRUENZEIT G [SEC]     |      |      |       |       |       |       |       |       |       |
| X                     | 10   | 15   | 20    | 25    | 30    | 35    | 40    | 45    | 50    |
| .300                  | .995 | .999 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .325                  | .993 | .998 | .999  | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .350                  | .990 | .997 | .999  | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .375                  | .987 | .995 | .998  | .999  | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .400                  | .982 | .993 | .997  | .999  | .999  | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .425                  | .976 | .990 | .995  | .998  | .999  | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .450                  | .969 | .986 | .993  | .997  | .998  | .999  | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| .475                  | .961 | .980 | .990  | .995  | .997  | .998  | .999  | 1.000 | 1.000 |
| .500                  | .950 | .974 | .986  | .992  | .995  | .997  | .998  | .999  | .999  |
| .525                  | .938 | .965 | .980  | .988  | .993  | .995  | .997  | .998  | .999  |
| .550                  | .924 | .955 | .972  | .983  | .989  | .993  | .995  | .997  | .998  |
| .575                  | .908 | .943 | .963  | .975  | .984  | .989  | .992  | .995  | .996  |
| .600                  | .889 | .928 | .951  | .966  | .976  | .983  | .988  | .991  | .994  |
| .625                  | .867 | .910 | .937  | .955  | .967  | .975  | .982  | .986  | .990  |
| .650                  | .843 | .889 | .919  | .940  | .955  | .965  | .973  | .979  | .984  |
| .675                  | .815 | .865 | .898  | .921  | .939  | .952  | .961  | .969  | .975  |
| .700                  | .783 | .836 | .873  | .899  | .919  | .934  | .946  | .955  | .963  |
| .725                  | .748 | .803 | .843  | .872  | .894  | .912  | .926  | .937  | .947  |
| .750                  | .708 | .766 | .808  | .839  | .864  | .883  | .900  | .913  | .924  |
| .775                  | .664 | .723 | .766  | .800  | .827  | .848  | .867  | .882  | .896  |
| .800                  | .616 | .674 | .719  | .753  | .782  | .806  | .826  | .843  | .858  |
| .810                  | .595 | .657 | .698  | .730  | .762  | .787  | .807  | .825  | .841  |
| .820                  | .573 | .635 | .675  | .712  | .740  | .765  | .786  | .805  | .821  |
| .825                  | .561 | .619 | .664  | .699  | .729  | .754  | .775  | .794  | .811  |
| .830                  | .550 | .611 | .652  | .688  | .717  | .743  | .764  | .783  | .800  |
| .840                  | .526 | .587 | .627  | .663  | .692  | .719  | .740  | .760  | .777  |
| .850                  | .502 | .557 | .601  | .636  | .666  | .691  | .714  | .734  | .751  |
| .860                  | .476 | .534 | .573  | .608  | .636  | .663  | .686  | .706  | .724  |
| .870                  | .450 | .506 | .544  | .579  | .607  | .633  | .655  | .675  | .693  |
| .875                  | .436 | .487 | .528  | .562  | .591  | .617  | .639  | .659  | .678  |
| .880                  | .422 | .476 | .513  | .547  | .575  | .600  | .622  | .643  | .661  |
| .890                  | .393 | .444 | .480  | .514  | .541  | .565  | .586  | .607  | .625  |
| .900                  | .364 | .409 | .447  | .478  | .505  | .529  | .550  | .569  | .587  |
| .910                  | .333 | .379 | .411  | .441  | .466  | .490  | .510  | .529  | .546  |
| .920                  | .301 | .344 | .373  | .402  | .425  | .447  | .467  | .485  | .501  |
| .925                  | .284 | .322 | .354  | .380  | .404  | .425  | .444  | .461  | .477  |
| .930                  | .268 | .307 | .334  | .360  | .382  | .403  | .421  | .438  | .453  |
| .940                  | .233 | .268 | .293  | .317  | .336  | .355  | .371  | .387  | .401  |
| .950                  | .198 | .226 | .249  | .269  | .287  | .304  | .319  | .332  | .345  |
| .960                  | .161 | .186 | .204  | .222  | .236  | .250  | .263  | .275  | .285  |
| .970                  | .123 | .143 | .156  | .170  | .182  | .193  | .203  | .212  | .221  |
| .975                  | .103 | .120 | .132  | .144  | .154  | .163  | .171  | .180  | .187  |
| .980                  | .084 | .098 | .107  | .117  | .125  | .133  | .140  | .147  | .153  |

### 3.3 Einfluß der Teilgebundenheit auf die Rückstaulänge und auf die Wartezeit

Die Annahme, daß hintereinander fahrende Fahrzeuge gegenseitig keinen Einfluß aufeinander haben - beschrieben durch den Begriff "Freier Verkehr" - stimmt nicht immer mit den Tatsachen des realen Verkehrs überein, insbesondere bei hoch belasteten einspurigen Straßen. Ein Fahrzeug muß beim dichten Verkehr einen räumlichen bzw. zeitlichen Abstand zu dem vorausfahrenden Fahrzeug einhalten, der vielfach in der Größenordnung von 2 sec angenommen wird. Während beim freien Verkehr die Ankünfte der Fahrzeuge in einem bestimmten Zeitintervall, hier z.B. in der Umlaufzeit  $U$ , Poisson-, und die Zeitlücken negativ-exponential-verteilt sind, hat die Zahl der Ankünfte bei teilgebundenem Verkehr eine Verteilung, die relativ zur Poissonverteilung eine geringere Varianz  $\sigma_m^2$  aufweist. Die Zeitlücken in diesem Verkehr werden häufig vereinfacht als verschoben negativ-exponential-verteilt angenommen. Die Verteilung der Ankünfte bei teilgebundenem Verkehr kann dann mit Hilfe wahrscheinlichkeitstheoretischer Herleitungen näherungsweise ermittelt werden. Um die Wahrscheinlichkeit für den Rückstau nach der gleichen Methode errechnen zu können, die im Kapitel 2 angewandt wurde, ist es notwendig, die Ankunftsmatrix (vgl. 2.2.1) für diese geänderte Ankunftsverteilung zu errechnen.

(Dazu werden im folgenden einige statistische Herleitungen erforderlich. Dem eiligen Leser wird empfohlen, die Lektüre bei Gl. 3.3.23 fortzusetzen. Mit dieser Gleichung (zusammen mit Gl. 3.3.22)

können die  $a_i$ -Werte der Matrix errechnet werden).

Nach der Warteschlangentheorie gilt für ein G/G/1-Warteschlangensystem (vgl. /50/)

$$E(n) = x + \frac{E(m_b)^2 - x}{2(1-x)} \quad (3.3.1)$$

mit

$E(n)$  = Erwartungswert der Rückstaulänge

$t_b$  = Bedienungszeit eines Fahrzeuges

$m_b$  = Zahl der Ankünfte während der Bedienungszeit  $t_b$

$E(m_b)^2$  = Erwartungswert von  $(m_b)^2$

= 2. Moment von  $m_b$

$x$  = Auslastungsgrad des Systems

$E(m_b)$  kann als bedingter Erwartungswert für die Zahl der Ankünfte in einem Zeitintervall aufgefaßt werden, unter der Bedingung, daß dieses Zeitintervall die Bedienungszeit  $t_b$  ist. Nach dem "Verschiebungssatz" der Statistik gilt für eine feste Bedienungszeit  $t_b$ :

$$E(m_b)^2 = (E(m_b))^2 + \sigma_{m_b}^2$$

Die Bedienungszeiten  $t_b$  streuen aber im allgemeinen Fall in einem gewissen Bereich. Integriert man über alle  $t_b$  mit der Dichtefunktion der Bedienungszeiten  $f(t_b)$ , ergibt sich

$$E(m_b)^2 = \int_0^{\infty} [(E(m_b))^2 + \sigma_{m_b}^2] \cdot f(t_b) \cdot dt_b$$

mit

$E(m_b)$  = Erwartungswert der Ankünfte  $m_b$

$\sigma_{m_b}^2$  = Varianz der Zahl der Ankünfte  $m_b$

Weil

$$m_b = q \cdot t_b$$

mit

$q$  = Stärke des Zuflusses

ist dann

$$\begin{aligned} E((m_b)^2) &= \int_0^{\infty} [q^2 \cdot t_b^2 + \sigma_{m_b}^2] \cdot f(t_b) \cdot dt_b \\ &= q^2 \cdot [\sigma_{t_b}^2 + (\bar{t}_b)^2] + \int_0^{\infty} \sigma_{m_b}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b \end{aligned}$$

mit

$\sigma_{t_b}^2$  = Varianz der Bedienungszeiten  $t_b$

Der Auslastungsgrad  $x$  des Warteschlangensystems mit einem Bedienungsschalter ist

$$x = \frac{q}{Q} = \frac{q}{\frac{1}{\bar{t}_b}} = q \cdot \bar{t}_b$$

mit

$q$  = Stärke des zufließenden Verkehrs

$Q$  = maximal mögliche Verkehrsstärke im abfließenden Strom

Damit gilt:

$$E((m_b)^2) = x^2 + q^2 \cdot \sigma_{t_b}^2 + \int_0^{\infty} \sigma_{m_b}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b \quad (3.3.2)$$

Setzt man  $E((m_b)^2)$  in Gl. 3.2.1 ein, so erhält man

$$E(n) = x + \frac{x^2 - x + q^2 \sigma_{t_b}^2 + \int_0^\infty \sigma_{m_b}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b}{2(1-x)} \quad (3.3.3)$$

Wenn die Zahl der Ankünfte  $m_b$  Poisson-verteilt ist, z.B. bei freiem Verkehr, ist

$$\sigma_{m_b}^2 = m_b = q \cdot t_b$$

So lautet das Integral in Gl. 3.3.3:

$$\int_0^\infty \sigma_{m_b}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b = \int_0^\infty q \cdot t_b \cdot f(t_b) \cdot dt_b = q \cdot \bar{t}_b = x$$

Damit geht Gl. 3.3.3 über in:

$$E(n)_f = x + \frac{x^2 + q^2 \cdot \sigma_{t_b}^2}{2(1-x)} \quad (3.3.4)$$

$E(n)_f$  ist somit die mittlere Rückstaulänge eines Warteschlangensystems mit Poissonzufuß, d.h. für den Sonderfall des M/G/1-Systems. Gl. 3.3.4 stellt somit die bekannte Gleichung von Polackzek-Khintchin dar.

Dieser Sonderfall soll nun noch stärker eingeschränkt werden: Für ein Warteschlangensystem mit fester Bedienungszeit  $t_b$  ist  $\sigma_{t_b}^2 = 0$ , so gilt für die Poisson-verteilten Ankünfte mit festen Bedienungszeiten:

$$\begin{aligned} E(n)_f &= x + \frac{x^2}{2(1-x)} \\ &= \frac{(2-x) \cdot x}{2(1-x)} \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Somit ergibt sich die bekannte Formel für die mittlere Rückstaulänge des M/D/1-Systems. Diese wird zunächst verglichen mit dem Rückstau im G/D/1-System, wobei G für eine beliebige Verteilung der Ankunftszeitlücken steht. Dafür gilt die allgemeine Formel Gl. 3.3.3. Diese geht mit  $\sigma_{t_b}^2 = 0$  (d.h. feste Bedienungszeit  $t_b$ ) und Erweitern des Zählers mit x über in:

$$E(n)_g = \cancel{x} \cdot \frac{x \cdot \left[ 2-x-1 + \int_0^{\infty} \sigma_{m_b}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b / x \right]}{2(1-x)} \quad (3.3.6)$$

Vergleicht man Gl. 3.3.6 und Gl. 3.3.5, erkennt man, daß in Gl. 3.3.6 nur der Term

$$-k_g = \left[ -1 + \int_0^{\infty} \sigma_{m_b}^2 / t_b \cdot f(t_b) \cdot dt_b / x \right]$$

im Zähler zusätzlich auftritt. Mit dieser Schreibweise gilt

$$E(n)_g = \frac{x \cdot (2-x-k_g)}{2(1-x)} \quad (3.3.7)$$

Das Verhältnis zwischen  $E(n)_g$  und  $E(n)_f$  ist somit

$$\frac{E(n)_g}{E(n)_f} = \frac{2-x-k_g}{2-x}$$

Bezeichnet man diesen Quotienten mit  $R^*$ , dann ist

$$R^* = \frac{E(n)_g}{E(n)_f} = \frac{2-x-k_g}{2-x} = 1 - \frac{k_g}{2-x} \quad (3.3.8)$$

$R^*$  ist also das Verhältnis der Rückstaulänge bei einer beliebigen Verteilung der Zeitlücken im Zufluß zur Rückstaulänge bei reiner

Exponentialverteilung. Beide Staulängen sind für den Sonderfall, daß die Bedienungszeit  $t_b = \text{const.}$  ist, betrachtet.

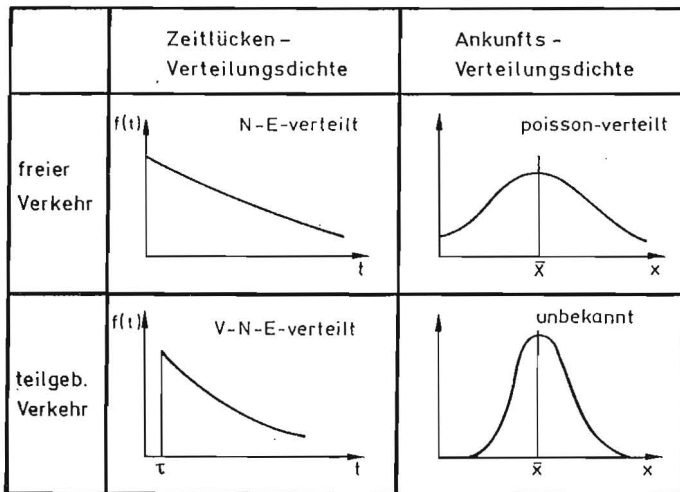


Abb. 3.3.2 Dichtefunktion der Zeitlücken- und der Ankunftsverteilung bei freiem und bei teilgebundenem Verkehr

Nun soll zusätzlich davon ausgegangen werden, daß die Zeitlücken beim teilgebundenen Verkehr verschoben negativ-exponential-verteilt sind. So kann man jetzt die Varianz der Ankünfte  $\sigma_m^2$ , und näherungsweise auch die Verteilung der Ankünfte herleiten.

Die Verteilungsfunktion der verschoben negativ-exponential-verteilten Zeitlücken  $t$  ist



$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < \tau \\ 1 - \exp\left[-\frac{1}{\bar{t}-\tau} \cdot (t-\tau)\right] & \text{für } t \geq \tau \end{cases} \quad (3.2.9)$$

und die Verteilungsdichte ist

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < \tau \\ \frac{1}{\bar{t}-\tau} \cdot \exp\left[-\frac{1}{\bar{t}-\tau} \cdot (t-\tau)\right] & \text{für } t \geq \tau \end{cases} \quad (3.3.10)$$

wobei

$$\bar{t} = \frac{1}{q}, \text{ mittlere Zeitlücke aller Fahrzeuge}$$

$$\tau = \text{Mindestzeitlücke}$$

Für die Verteilungsdichtefunktion der Mindestzeitlücken  $\tau$  schlägt BÖHM (1968) eine Erlangverteilung vor:

$$f(\tau) = \frac{\left(\frac{k}{\bar{\tau}}\right)^k}{(k-1)!} \cdot \exp\left(-\frac{k}{\bar{\tau}} \cdot \tau\right) \cdot \tau^{k-1} \quad (3.3.11)$$

Seine Untersuchung hat ergeben, daß die Parameter  $k$  und  $\bar{\tau}$  stark von der Straßenart und vom Querschnitt abhängen. Auf mehrspurigen städtischen Ausfallsstraßen werde ein  $k$  von 4 bis 8 und eine mittlere Mindestzeitlücke  $\bar{\tau}$  von 1,2 bis 1,9 sec ermittelt. Für mittlere Verhältnisse wählte BÖHM die Parameter  $k=6$  und  $\bar{\tau}=1,6$  sec. Für die einspurigen Straßen gilt nach wie vor  $\bar{\tau}=2$  sec.

Bei freiem Verkehr gilt für die Verteilungsdichte der Zeitlücken (Exponentialverteilung):

$$f(t)_f = q \cdot e^{-q \cdot t} \quad (3.3.12)$$

Bei teilgebundenem Verkehr lautet die Verteilungsdichte der Zeitlücken entsprechend Gl. 3.3.10:

$$f(t)_g = \frac{q}{1-r \cdot q} \cdot e^{\frac{-q}{1-r \cdot q} \cdot (t-r)} \quad \text{für } t > r \quad (3.3.13)$$

Ersetzt man hier  $\frac{q}{1-r \cdot q}$  durch  $q^*$  und  $t-r$  durch  $t^*$ , dann ist

$$f(t^*+r)_g = q^* \cdot e^{-q^* \cdot t^*} \quad (3.3.14)$$

Diese Gleichung hat eine ähnliche Form wie die Gl. 3.3.12 für freien Verkehr. Bei freiem Verkehr, dessen Zeitlückenverteilung mit Gl. 3.3.12 beschrieben ist, gilt die Poissonverteilung für die Zahl  $j$  der Ankünfte im Zeitintervall der Länge  $t$ :

$$a_{j_f} = \frac{(\bar{j}_f)^{j_f} \cdot e^{-\bar{j}_f}}{j_f!} = f(j_f, \bar{j}_f) \quad (3.3.15)$$

mit

$$\bar{j}_f = q \cdot t$$

$$j_f = 0, 1, 2, \dots$$

Bei teilgebundenem Verkehr, dessen Zeitlückenverteilung mit Gl. 3.3.14 beschrieben ist, existiert auch eine Verteilung für die Ankünfte. Wegen der Ähnlichkeit der Formen von Gl. 3.3.14 mit Gl. 3.3.12 wird auch hier eine Entsprechung der Gleichung vermutet:

$$a_{j_f}^* = \frac{(\bar{j}_f^*)^{j_f^*} \cdot e^{-\bar{j}_f^*}}{j_f^{*!}} = f(j_f^*, \bar{j}_f^*) \quad (3.3.16)$$

mit

$$\bar{j}_f^* = q^* \cdot (t^* + r) =$$

$$= k^* \cdot \bar{j}_j$$

$$k^* = \frac{1}{(1-r \cdot q)}$$

$$j_f^* = j_f \cdot \frac{\bar{j}_f^*}{\bar{j}_f}$$

$$= k^* \cdot j_f \quad j_f = 0, 1, 2, \dots \quad (3.3.16^*)$$

Gl. 3.3.16 lautet dann:

$$a_{j_f}^* = \frac{(\bar{j}_f^*)^{j_f^*} \cdot e^{-\bar{j}_f^*}}{j_f^*!} = f(k^* \cdot j_f^*, k^* \cdot \bar{j}_f^*) \quad (3.3.16^{**})$$

Die diskrete Verteilung von Gl. 3.3.16 ist rechnerisch nicht bestimmbar, weil die Fakultät von dezimalen Zahlen  $j_f^*!$  nicht definiert ist. Die Varianz dieser Verteilung kann man aber durch die entsprechende Grenzverteilung ermitteln.

Nach dem zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung gilt (vgl. /57/):

Wenn

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F(J_n') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{J'} e^{-\frac{1}{2}u^2} \cdot du \quad (3.3.17)$$

$$\text{mit } J_n' = \sum_{i=1}^n (j_{i-n} \cdot \bar{j}) / (\sigma \cdot \sqrt{n})$$

dann ist  $J_n'$  für  $n \rightarrow \infty$  asymptotisch normal-verteilt vom Typ  $N(0,1)$ ,  
oder  $J$  ist asymptotisch normal-verteilt vom Typ  $N(\bar{j}, \sigma)$ , d.h.:

$$f(j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(j-\bar{j})^2}{2\sigma^2}}$$

So ist die reale Grenzverteilung für Gl. 3.3.15:

$$a(j_f) \big|_{n \rightarrow \infty} = f(j_f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_f} \cdot e^{-\frac{(j_f - \bar{j}_f)^2}{2\sigma_f^2}} \quad (3.3.18)$$

mit

$\sigma_f^2$  = Varianz der Zahl der Ankünfte bei freiem Verkehr

Und die vermutete Grenzverteilung für Gl. 3.3.16:

$$a(j_g^*) \big|_{n \rightarrow \infty} = f(j_g^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_g^*} \cdot e^{-\frac{(j_g^* - \bar{j}_g^*)^2}{2(\sigma_g^*)^2}} \quad (3.3.19)$$

Vergleicht man Gl. 3.3.15 und Gl. 3.3.16, erkennt man, daß die beiden Gleichungen dieselbe mathematische Form haben. Nur die Bezeichnung der Variablen  $j_f$  und  $j_g^*$  unterscheidet die Gleichungen. Diese beide Variablen sind wiederum nach Gl. 3.3.16\* miteinander verknüpft. D.h.: In einem angenommenen (virtuellen) Koordinatensystem  $K_g^*(x=j_g^*, y=a_{j_g}^*)$  hat die Verteilung der Ankünfte bei teilgebundenem Verkehr  $a_{j_g}^*$  die identische Form wie die Verteilung der Ankünfte bei freiem Verkehr  $a_{j_f}$  in einem realen Koordinatensystem  $K_f(x=j_f, y=a_{j_f})$ . Diese Eigenschaft besitzen ebenfalls die Grenzverteilungen Gl. 3.3.18 und Gl. 3.3.19. So müssen in Gl. 3.3.18 und Gl. 3.3.19 außer  $j_f$ ,  $\bar{j}_f$ ,  $\sigma_f^2$  und  $j_g^*$ ,  $\bar{j}_g^*$ ,  $\sigma_g^{*2}$  alle Parameter identisch sein. Hier heißt das:

$$\sigma_f = \sigma_g^*$$

$$a(j_g^*) |_{n \rightarrow \infty} = f(j_g^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_f} \cdot e^{-\frac{(j_g^* - \bar{j}_g^*)^2}{2\sigma_f^2}} \quad (3.3.20)$$

Ermittelt man die Abbildung der im angenommenen Koordinatensystem  $K_g^*$  befindlichen Gl. 3.3.20 im realen Koordinatensystem  $K_g = K_f$  per Beziehung  $j_g^* = k^* \cdot j_g = k^* \cdot j_f$ , so erhält man:

$$\begin{aligned} f(j_g^*) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_f} \cdot e^{-\frac{(k^* \cdot j_g - k^* \cdot \bar{j}_g)^2}{2\sigma_f^2}} \\ &= \frac{\frac{1}{k^*}}{\sqrt{2\pi} \cdot (\sigma_f/k^*)} \cdot e^{-\frac{(j_g - \bar{j}_g)^2}{2(\sigma_f/k^*)^2}} \\ f(j_g) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_g} \cdot e^{-\frac{(j_g - \bar{j}_g)^2}{2\sigma_g^2}} \quad (3.3.21) \end{aligned}$$

mit

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_g = \frac{\sigma_f}{k^*} \\ \bar{j}_g = \bar{j}_f = q \cdot t \end{array} \right. \quad (3.3.22)$$

Das ist die asymptotische Grenzverteilung der Ankünfte für den teilgebundenen Verkehr. Wenn die mittlere Zahl der Ankünfte  $m$  (hier

$m=q \cdot t$ ) im Zeitintervall  $t$  größer als 5 beträgt<sup>2)</sup> - beim teilgebundenen Verkehr in einer Umlaufzeit von  $U \geq 60$  sec ist dies in der Praxis bei Leistungsfähigkeitsbetrachtungen immer der Fall - ist die Abweichung durch die Anwendung der Gl. 3.3.21 von Gl. 3.3.16 nicht signifikant (Abb. 3.3.1 Zahlenbeispiel). Diskretisiert man die Gl. 3.3.22, erhält man die Näherungsbeschreibung der Ankunftshäufigkeiten  $a_{g,i}$  in der Matrix nach Gl. 2.2.1 zu:

$$a_{g,i} = \begin{cases} \int_i^{i+1} f(j_g) \cdot dj_g & i=1,2,3 \dots \\ \int_{-\infty}^i f(j_g) \cdot dj_g & i=0 \end{cases} \quad (3.3.23)$$

Somit ist die Ankunftsmatrix  $A(t)$  gemäß Gl. 2.2.1 errechenbar. Die Abflußmatrix  $C(t)$  (Gl. 2.2.2) behält dieselbe Form wie in Kapitel 2, da selbstverständlich die Abflußgesetze an Lichtsignalanlagen nicht durch die modifizierte Art des Zuflusses verändert werden. Somit kann gemäß Gl. 2.2.4 die Übergangsmatrix  $P_g$  bestimmt werden. Alle übrigen Rechnungen können wie bei freiem Verkehr (Kapitel 2) erfolgen.

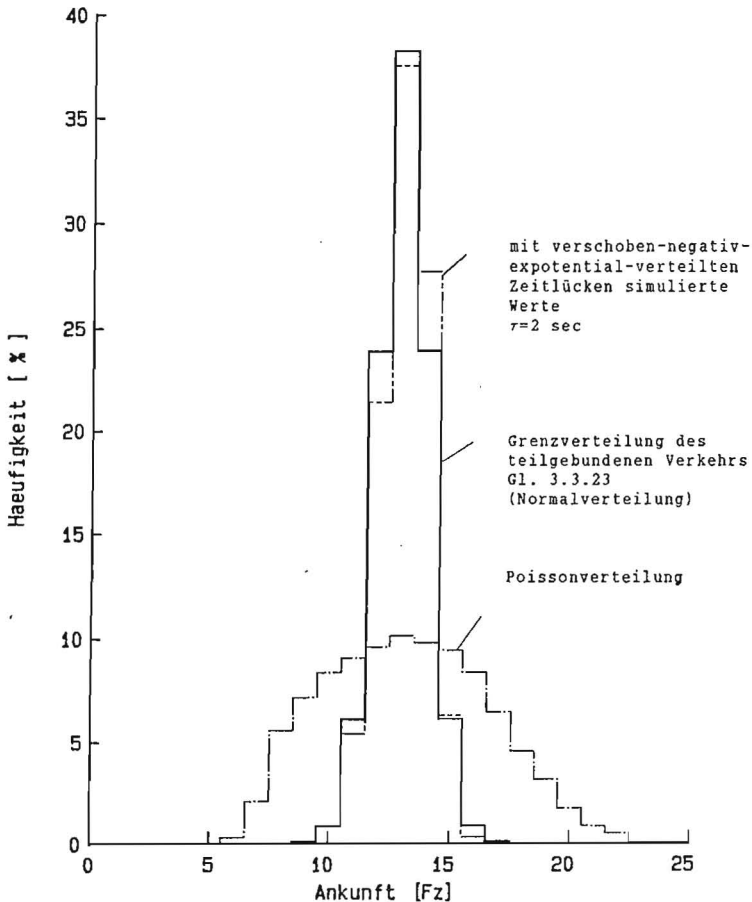
Es wurde oben (vgl. Gl. 3.3.8) diskutiert, daß der Einfluß der Teilgebundenheit des Verkehrs auf die Rückstaulänge mit einem Faktor  $R^*$  beschrieben werden kann. Dieser Faktor wird nun für den Fall des verschoben negativ-exponential-verteilten Zuflusses ermittelt. Es gilt per Definition (Gl. 3.3.8):

<sup>2)</sup>  $m=q \cdot t \geq 5$  entspricht einem Zeitintervall (hier Umlaufzeit  $U$ ) von  $U=60$  sec und einem Sättigungsgrad von  $x=0,33$  mit  $s=0,5$  Fz/sec und  $\lambda=0,5$ . Wenn  $m < 5$  ist, wird der Zustand als freier Verkehr angesehen.

Abb. 3.3.1 Zahl der Ankünfte pro Umlauf ( $U=60$  sec,  $G=30$  sec) für eine Verkehrsstärke  $q=810$  Fz/h ( $x=0.9$ ).

Vergleich der 3 Fälle:

- a) Poissonverteilung
- b) verschobene Exponentialverteilung der Zeitlücken -  
Simulatorergebnisse
- c) verschobene Exponentialverteilung der Zeitlücken-  
Grenzverteilung nach Gl. 3.3.23



$$R^* = \frac{E(n)_g}{E(n)_f} = 1 - \frac{k_g}{2-x}$$

Dabei ist  $k_g$  entsprechend Gl. 3.3.6:

$$\begin{aligned} k_g &= 1 - \frac{1}{x} \int_0^\infty \sigma_{m_{b,g}}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b \\ &= 1 - \frac{1}{x} \int_0^\infty \frac{\sigma_{m_b}^2}{k^{*2}} \cdot f(t_b) \cdot dt_b \\ &= 1 - \frac{1}{x} \int_0^\infty \frac{q \cdot t_b}{k^{*2}} \cdot f(t_b) \cdot dt_b \\ &= 1 - \frac{1}{x} \cdot x \cdot \frac{1}{k^{*2}} \\ &= 1 - \frac{1}{k^{*2}} \end{aligned} \quad (3.3.24)$$

Dann ist

$$\begin{aligned} R^* &= 1 - \frac{k_g}{2-x} \\ &= 1 - \frac{1}{2-x} \cdot \frac{1}{k^{*2}} \\ &= 1 - \frac{1 - (1-q \cdot r)^2}{2-x} \quad (\text{mit Gl. 3.3.21}) \\ &= 1 - k_R \end{aligned} \quad (3.3.25)$$

mit

$r$  = Mindestzeitlücke



$$k_R = \frac{1 - (1 - q \cdot r)^2}{2 - x} = \frac{1 - (1 - 1.6 \cdot 0.5)^2}{2 - x}$$

$$= \frac{k^* - 1}{k^* (2 - x)}$$

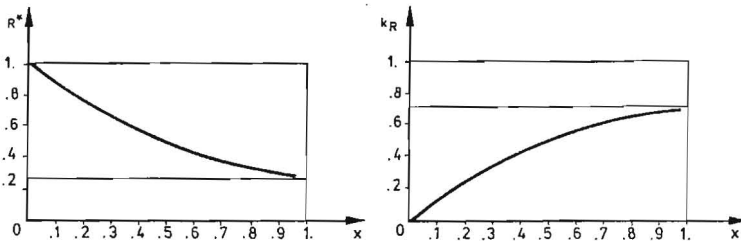


Abb. 3.3.3 Werte für  $R^*$  und  $k_R$  als Funktion des Auslastungsgrades  $x$ .  
Im Beispiel ist  $r=2$  sec,  $U=60$  sec,  $G=30$  sec gesetzt

Der Verlauf von  $R^*$  und  $k_R$  in Abhängigkeit vom Auslastungsgrad  $x$  der Knotenpunktzufahrt ist in Abb. 3.3.3 dargestellt. Man erkennt, daß  $R^*$  immer kleiner als 1 ist. Das bedeutet: Durch die Teilgebundenheit des Verkehrs wird die mittlere Rückstaulänge reduziert, und zwar um den Faktor  $k_R$ . Da Rückstaulänge und Wartezeit miteinander nach der Regel von Little

$$E(n) = q \cdot E(W)$$

mit

$E(n)$  = mittlere Rückstaulänge

$E(W)$  = mittlere Wartezeit

$q$  = Stärke des Zuflußstroms

verknüpft sind, gilt auch: Durch die Teilgebundenheit des Zuflusses zu einem Wartesystem wird die mittlere Wartezeit reduziert.

Bis jetzt wurden die Mindestzeitlücken  $\tau$  als konstant angenommen. Bei tatsächlichen Verkehrssituationen nehmen die Mindestzeitlücken je nach Fahrzeugtypen und Fahrweisen der Fahrer aber verschiedene Werte an. Die Mindestzeitlücken verteilen sich in einem bestimmten Bereich. Wenn die Verteilung der Mindestzeitlücken bekannt ist, dann gilt für  $k_g$  (vgl. Gl. 3.3.6) :

$$\begin{aligned}
 k_g &= 1 - \int_{\tau=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{x} \cdot \int_{t_b=-\infty}^{\infty} \sigma_{m_b}^2 \cdot f(t_b) \cdot dt_b \right] \cdot f(\tau) \cdot d\tau \\
 &= 1 - \int_0^{\infty} \frac{1}{k \cdot \tau^2} \cdot f(\tau) \cdot d\tau \\
 &= 1 - \int_0^{\infty} (1-q \cdot \tau)^2 \cdot f(\tau) \cdot d\tau \quad (\text{mit Gl. 3.3.21}) \\
 &= 1 - [(1-q \cdot \bar{\tau})^2 + q^2 \cdot \sigma_{\tau}^2] \quad (3.3.27)
 \end{aligned}$$

Nach BÖHM(1968) ist die Varianz der Erlang-verteilten Mindestzeitlücken  $\tau$

$$\sigma_{\tau}^2 = \frac{\bar{\tau}^2}{k} = \frac{1.6^2}{6} = 0,43 \quad \text{sec}^2$$

Hier zeigt sich: mit zunehmender Varianz der Mindestzeitlücke  $\tau$  nimmt  $k_g$  und damit gemäß Gl. 3.3.3 auch die Rückstaulänge zu. Der zuvor aufgezeigte abmindernde Einfluß der Teilgebundenheit auf die Rückstaulänge wird dadurch reduziert. Die Gl. 3.3.25 lautet dann

$$k_R = \frac{1 - (1 - \bar{\tau} \cdot q)^2 - q^2 \cdot \sigma_{\tau}^2}{2 - x} =$$

$$= \frac{2 \cdot q \cdot \bar{r} - (\bar{r}^2 + \sigma_r^2) \cdot q^2}{2 - x} = \frac{3,29 - 39^2}{2 - x} \quad (3.3.28)$$

mit

$$x = \frac{q}{Q}, \text{ Verkehrsauslastungsgrad}$$

$$= \frac{9(3,2 - 39)}{2 - x}$$

$Q$  = maximale Abflußverkehrsstärke in Fz/sec

Alle bisherigen Herleitungen sind für ein allgemeines G/D/1-Wartesystem durchgeführt. Die Zufahrt zu einer Lichtsignalanlage erfüllt aber nicht die Bedingung "D", d.h. konstante Bedienungszeiten. Eine Übertragung der bisherigen Lösungen auf die Zufahrt zu einer Lichtsignalanlage kann deshalb nur näherungsweise gültig sein. Mit diesem Vorbehalt wird im folgenden näherungsweise angenommen, daß die mittleren Rückstaulängen an der Lichtsignalanlage bei teilgebundenem Zustrom sich mit dem Faktor  $R^*$  aus denjenigen für den freien Verkehr errechnen lassen, d.h.:

$$\frac{N_{GE,g}}{N_{GE,f}} \sim R^*$$

Die Güte dieser Näherung ist anschließend zu prüfen.

Die mittlere Rückstaulänge am Grünende, oder kurz genannt die Reststaulänge, ist somit

$$\begin{aligned} N_{GE,g} &= N_{GE,f} \cdot R^* \\ &= N_{GE,f} \cdot (1 - k_R) \end{aligned}$$

Mit Gl. 3.2.9 gilt:

$$N_{GE,g} = \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} \cdot \left[ 1 - \frac{2 \cdot q \cdot \bar{r} - (\bar{r}^2 + \sigma_r^2) \cdot q^2}{2 - x} \right] \quad (3.3.30)$$

Und die Rückstaulänge am Rotende ist

$$N_{RE,g} = N_{GE,g} + q \cdot U \cdot (1-\lambda) \quad (3.3.31)$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug lautet dann

$$\begin{aligned} W &= W_I + W_{II} \\ &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{N_{GE,g}}{q} = \quad (\text{vgl. Gl. 2.4.2}) \\ &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} \\ &\quad + \frac{1}{q} \left\{ \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} \cdot \left[ 1 - \frac{2 \cdot q \cdot \bar{r} - (\bar{r}^2 + \sigma_r^2) \cdot q^2}{2 - x} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.3.32)$$

Die Gl 3.3.28 wurde auf der Basis eines G/D/1 Warteschlangensystems hergeleitet. Dies ist, wie zuvor ausgeführt, nur eine Näherungsbeschreibung für das Warteschlangensystem, das den Verkehrsablauf an einer Lichtsignalanlage beschreibt.

In Abb. 3.4.4 sind zum Vergleich die Wartezeiten für teilgebundenen Zufluß zusammengestellt. Die mit teilgebundenen Ankünften (Gl. 3.3.23) durch Markow'sche Kette errechneten Wartezeiten sind als die exakten Werte zu betrachten (markiert durch +). Sie sind generell kleiner als die nach Gl. 3.3.32 errechneten Wartezeiten. Im Hin-

blick auf eine praktische Anwendung erscheinen diese Unterschiede aber als gering. Dies gilt vor allem, weil der Begriff der Teilgebundenheit und die Ermittlung der zugehörigen Kennwerte in der Praxis kaum faßbar sind. Deshalb ist für praktische Zwecke Gl. 3.3.32 als eine annähernde Lösung für teilgebundenen Verkehr als akzeptabel anzusehen, wenn es gilt, den Einfluß der Teilgebundenheit auf die mittlere Wartezeit an Lichtsignalanlagen zu beschreiben.

Auf der Basis dieser Überlegungen sind auch die Rückstauverteilungen für teilgebundenen Verkehr mit Hilfe von Gl. 3.3.23 und Markow-Ketten errechnet werden (Abb. 3.3.5 und 3.3.6). Abb. 3.3.6 verdeutlicht, daß bei teilgebundenem Verkehr die Streuung der Rückstaulängen geringer ist als bei freiem Verkehr.

Mit diesem Ansatz sind auch 95%- und 99%-Rückstaulängen bei Rotende für teilgebundenen Verkehr errechnet werden. Die Resultate sind in Abb. 3.3.7 bis 3.3.12 graphisch dargestellt werden. Diese Nomogramme werden für die praktische Anwendung empfohlen, weil die Berücksichtigung der Teilgebundenheit den wirklichen Verkehrsablauf realistischer erfaßt als die bisher übliche reine Poisson-Betrachtung (vgl. PÜSCHL, WAGLECHNER, 1982).

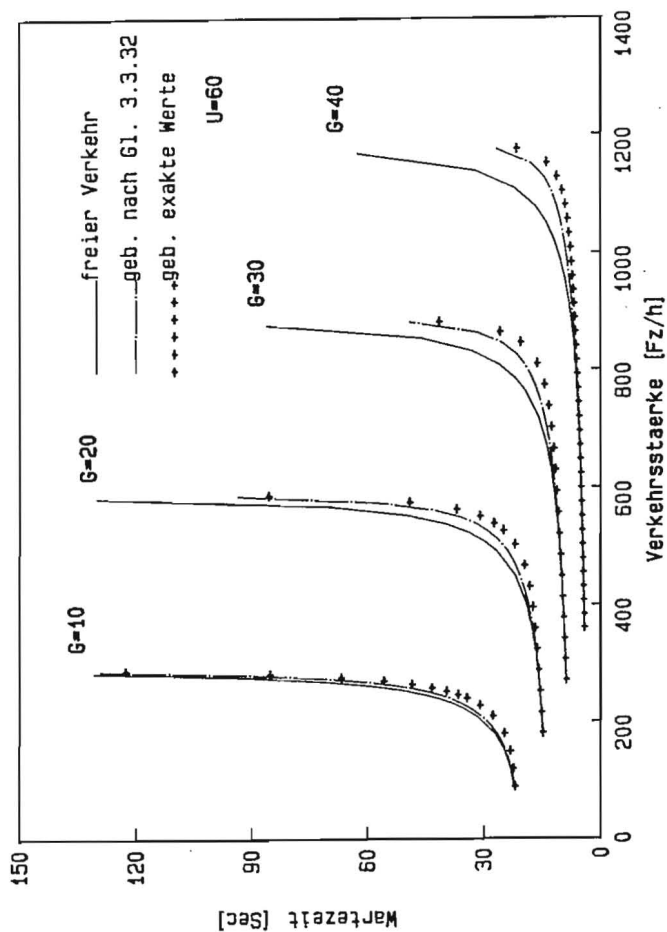


Abb. 3.3.4

Vergleich der Wartezeiten bei freiem und teilgebundem Verkehr

Abb. 3.3.5 Dichtefunktion der Verteilung der Rückstaulängen bei Grünende für das Beispiel  $U=60$  sec,  $G=30$  sec bei verschiedenen Auslastungsgraden  $x$ . bei teilgebundenem Verkehr (vgl. Abb. 3.2.2)

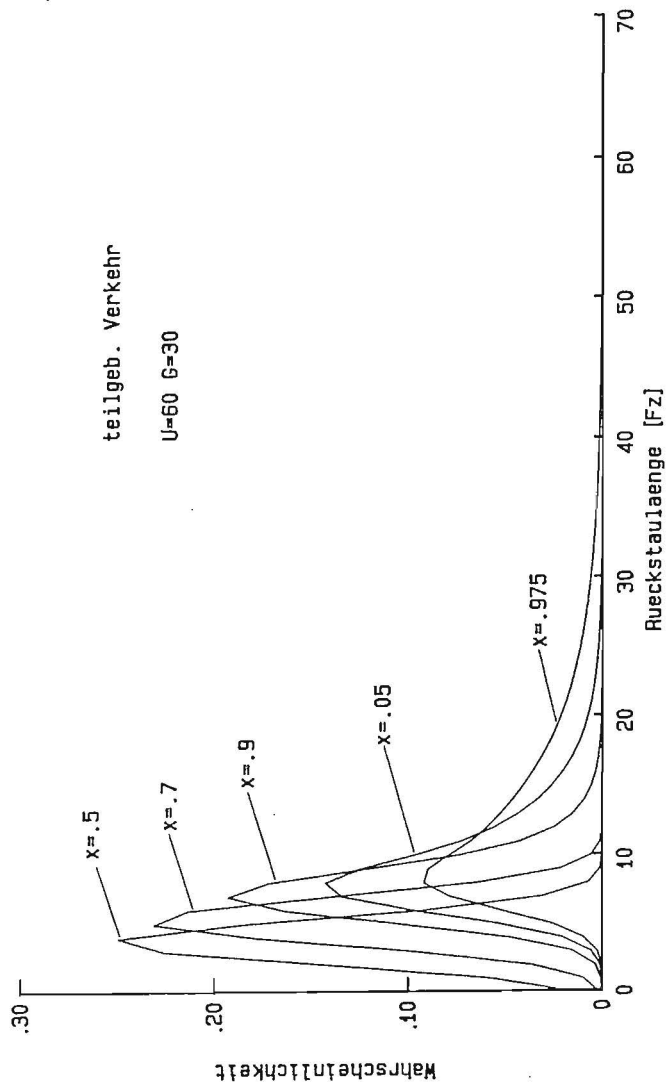
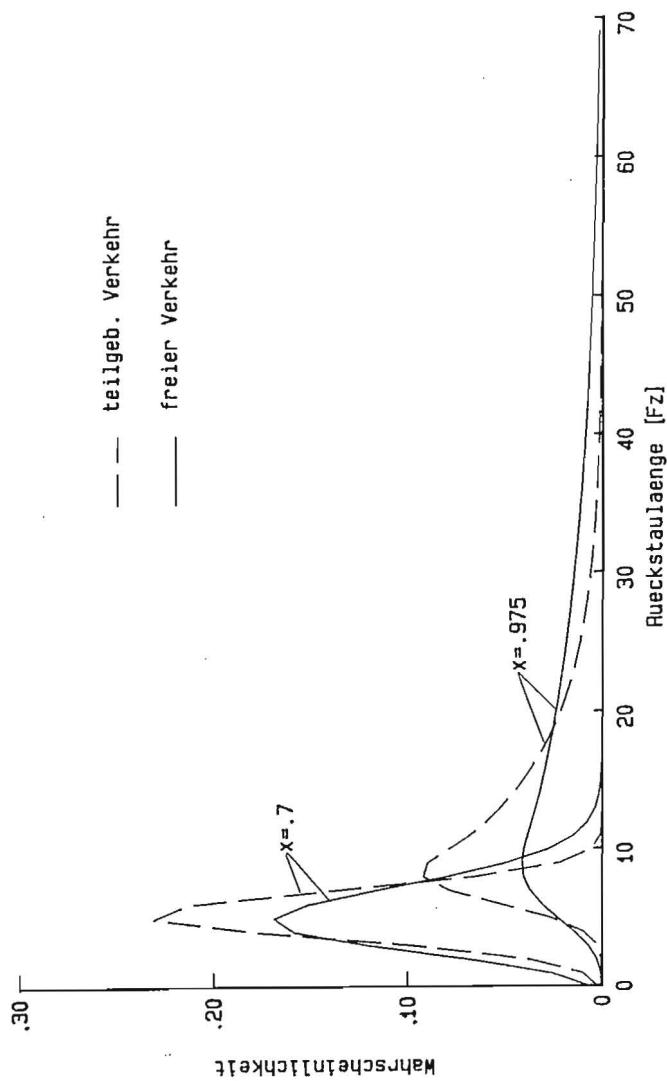


Abb. 3.3.6 Vergleich der Dichtefunktionen der Verteilung der Rückstaulängen bei  
Grünende zwischen freiem Verkehr und teilgebundenem Verkehr  
 $U=60 \text{ sec}$ ,  $G=30 \text{ sec}$





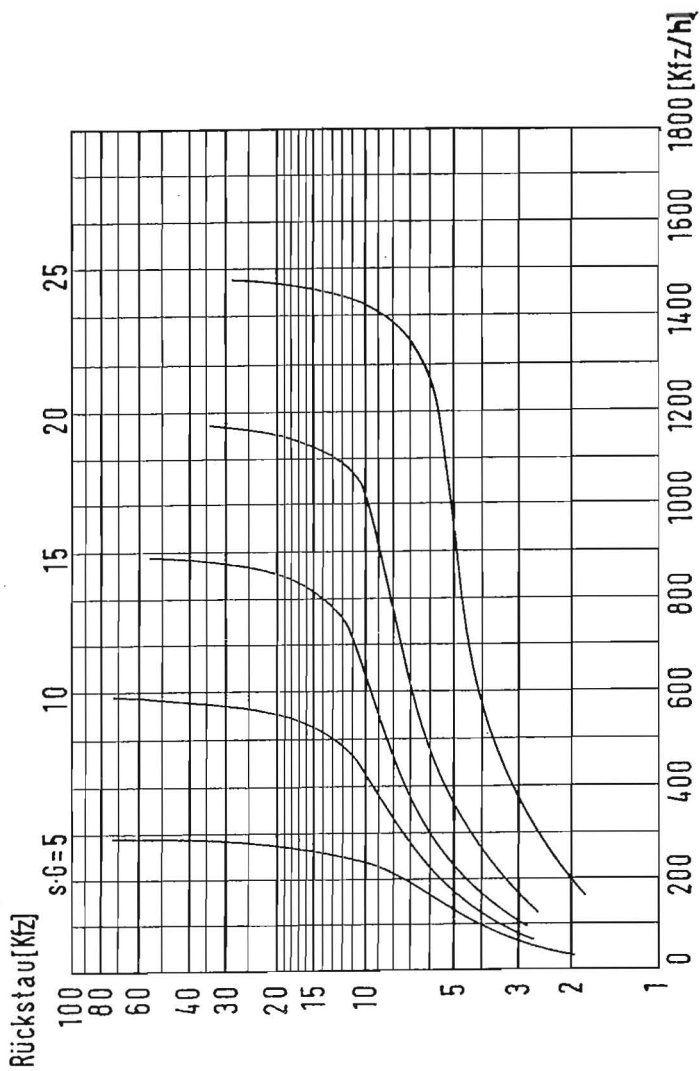


Abb. 3.3.7 99%-Rückstaulänge am Rotende bei teilgebundenem Verkehr  
 $U=60 \text{ sec}$ ,  $s-G=5-25 \text{ Fz}$ ,  $\bar{\tau}=1.6 \text{ sec}$  (vgl. Abb. 3.2.5)

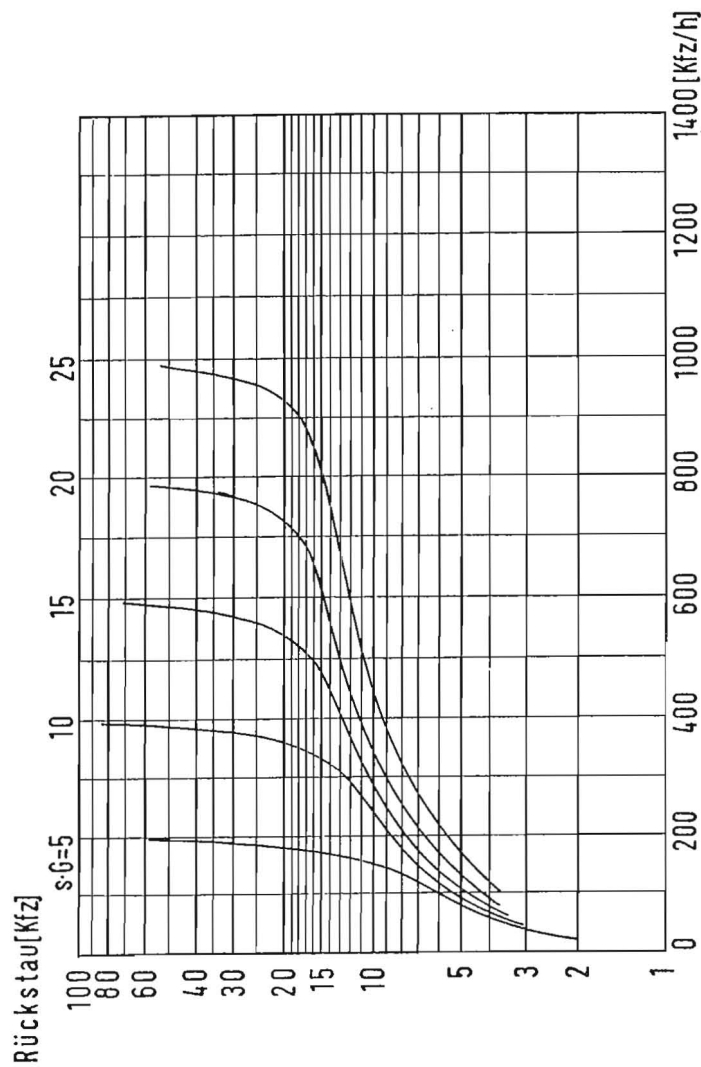


Abb. 3.3.8 99%-Rückstaulänge am Rotende bei teilgebundenem Verkehr  
 $U=90 \text{ sec}$ ,  $s\text{-}G=5\text{-}25 \text{ Fz}$ ,  $\bar{r}=1.6 \text{ sec}$  (vgl. Abb. 3.2.6)

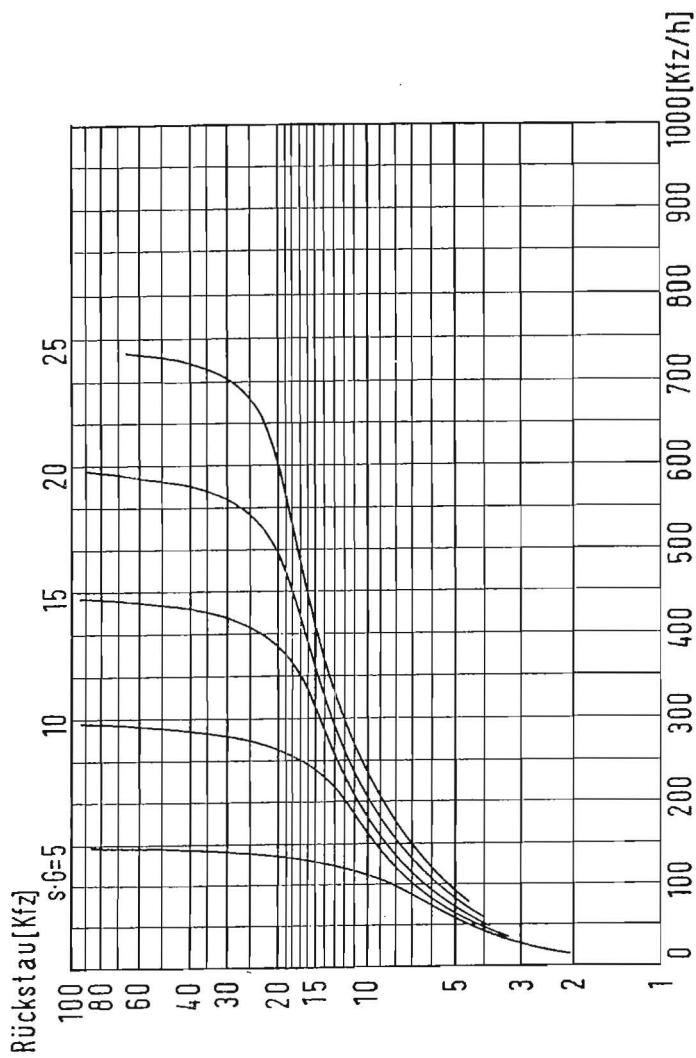


Abb. 3.3.9 99%-Rückstaulänge am Rotende bei teilgebundenem Verkehr  
 $U=120 \text{ sec}$ ,  $s.0=5-25 \text{ Pz}$ ,  $\bar{t}=1.6 \text{ sec}$  (vgl. Abb. 3.2.7)

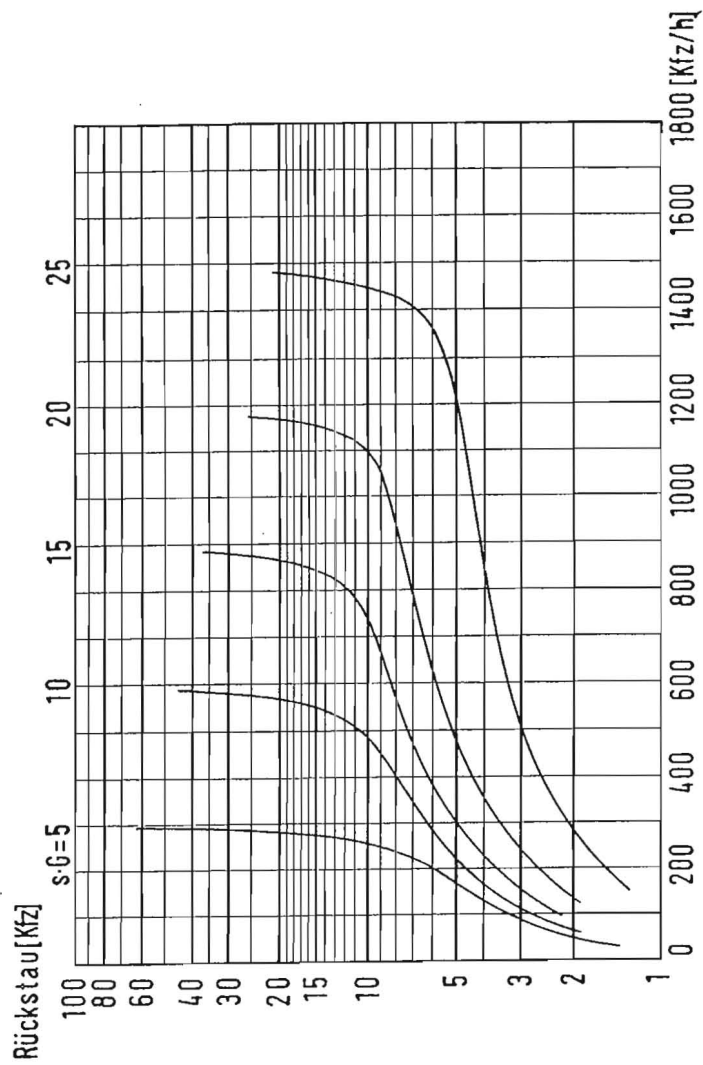


Abb. 3.3.10 95%-Rückstaulänge am Rotende bei teilgebundenem Verkehr  
 $U=60 \text{ sec}$ ,  $s \cdot G=5-25 \text{ Fz}$ ,  $\bar{\gamma}=1.6 \text{ sec}$  (vgl. Abb. 3.2.8)

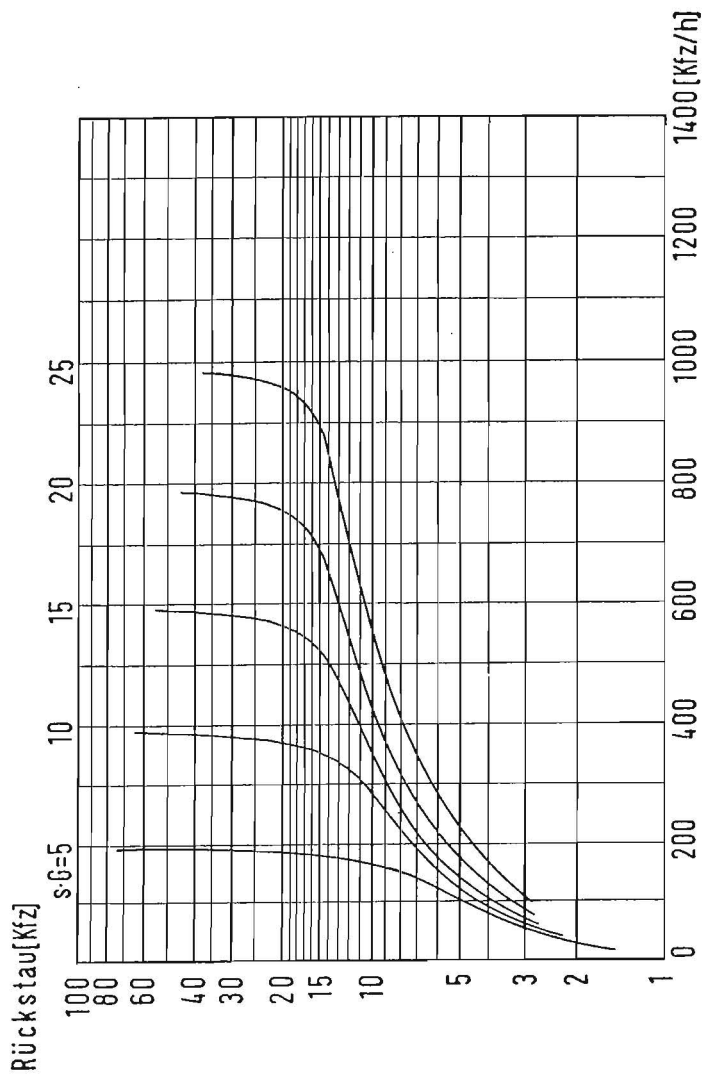


Abb. 3.3.11 95%-Rückstaulänge am Rotende bei teilgebundenem Verkehr  
 $U=90 \text{ sec}$ ,  $s \cdot G=5-25 \text{ Fz}$ ,  $\bar{\tau}=1.6 \text{ sec}$  (vgl. Abb. 3.2.9)

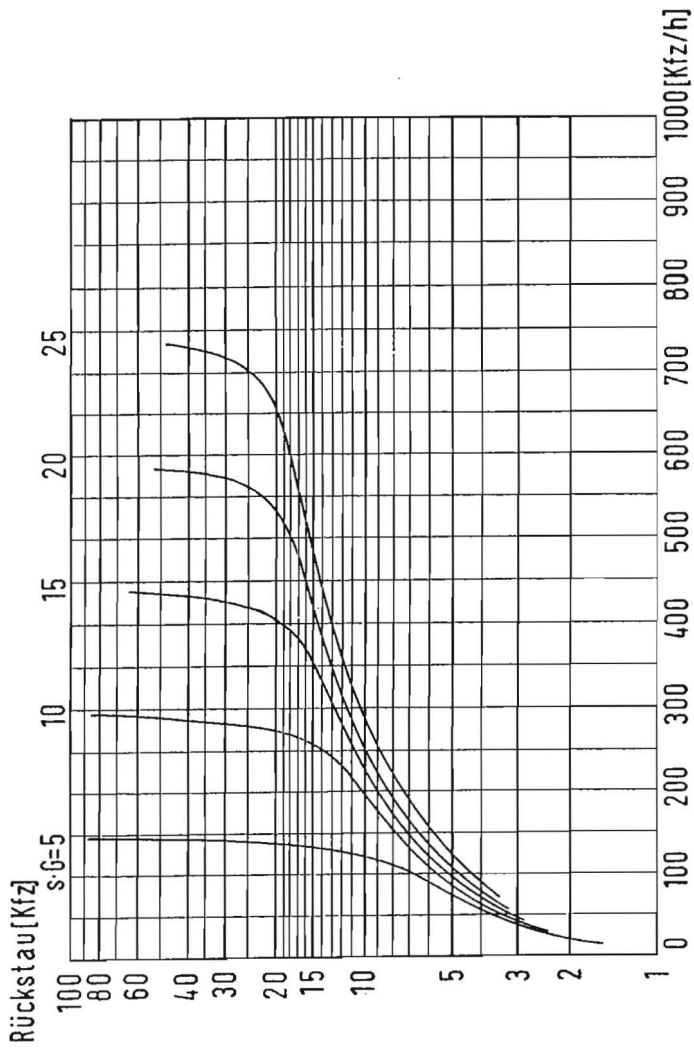


Abb. 3.3.12 95%-Rückstaulänge am Rotende bei teilgebundenem Verkehr

$U=120$  sec,  $s \cdot G=5-25$  Fz,  $\bar{r}=1.6$  sec (vgl. Abb. 3.2.10)

#### 4. Lösung unter instationärem Verkehr

Wie in Kapitel 2 und 3 gezeigt, kann bei stationärem Verkehr, d.h. bei einem Verkehrsablauf, der über beliebig lange Zeit eine konstante mittlere Verkehrsstärke  $q$  hat, die mittlere Rückstaulänge bzw. die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug durch die Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors der Rückstaulängen ermittelt werden. In diesem Fall sind die Rückstaulänge und die Wartezeit statistisch gesehen nicht von der Zeit abhängig. Die mittlere Rückstaulänge und die mittlere Wartezeit sind in stationärem Fall für alle Fahrzeuge und zu allen Zeitpunkten gleich. Wenn sich die Verkehrsstärke  $q$  mit der Zeit ändert, spricht man von einem instationärem Verkehr. In diesem Fall ist eine solche Grenzverteilung der Rückstaulänge nicht mehr vorhanden. Sowohl die Rückstaulänge als auch die für jedes Fahrzeug zu erwartende Wartezeit ändern sich mit der Zeit, je nachdem wie die Verkehrsstärken im Lauf der Zeit variieren.

Wenn aber die Ganglinie der mittleren Verkehrsstärke in einem Zeitintervall vorgegeben ist, kann man nach Gl. 2.1.10 die Ganglinie der mittleren Rückstaulängen und damit die Summe der Wartezeiten für jeden Umlauf innerhalb dieses Zeitintervalls einzeln ermitteln und eine Ganglinie der Wartezeit erhalten. Der mittlere Wert über das ganze Zeitintervall kann dann aus dieser Ganglinie berechnet werden.

#### 4.1 Ganglinie und Instationarität der mittleren Verkehrsstärken

Durch eine Ganglinie, d.h. eine Funktion, die von der Zeit  $t$  abhängt, kann man die zeitliche Veränderung der mittleren Verkehrsstärken in einem bestimmten Zeitintervall der Länge  $T_0$ , z.B. in der Spitzenverkehrsstunde darstellen. Eine solche Ganglinie hat i.a. eine Form, die durch eine mathematische Funktion näherungsweise beschrieben werden kann. Die am häufigsten angewendeten Funktionen sind die Parabel, die Cos-Funktion und Kombinationen von Geraden.

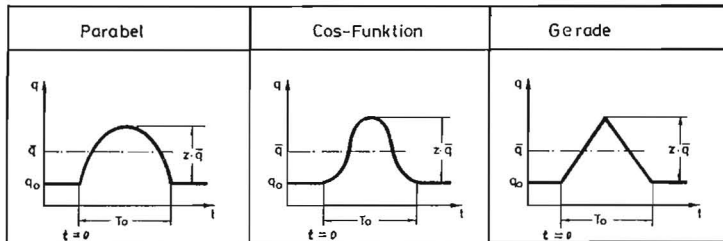


Abb. 4.1.1

Die mathematischen Darstellungen dieser Funktionen sind:

##### 1. Parabel

$$q = \bar{q} \cdot \left[ \left(1 + \frac{z}{3}\right) - z \cdot \left(\frac{2 \cdot t}{T_0} - 1\right)^2 \right] \quad 0 < t < T_0 \quad (4.1.1)$$

##### 2. Cos-Funktion

$$q = \bar{q} \cdot \left[ 1 - \frac{z}{2} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T_0} \cdot t\right) \right] \quad 0 < t < T_0 \quad (4.1.2)$$



## 3. Kombination von Geraden

$$q = \begin{cases} \bar{q} \cdot \left(1 - \frac{z}{2} + z \cdot \frac{2 \cdot t}{T_0}\right) & 0 < t < \frac{T_0}{2} \\ \bar{q} \cdot \left(1 - \frac{z}{2} + z \cdot \frac{2 \cdot (T_0 - t)}{T_0}\right) & \frac{T_0}{2} \leq t < T_0 \end{cases} \quad (4.1.3)$$

mit

 $T_0$  = Länge der Ganglinie $z$  = Spanne der Ganglinie

Die Anwendung dieser drei Funktionen beschränkt sich jedoch nur auf die zentral-symmetrischen Ganglinien. Wenn eine Symmetrie nicht vorhanden ist, werden folgende Funktionen vorgeschlagen:

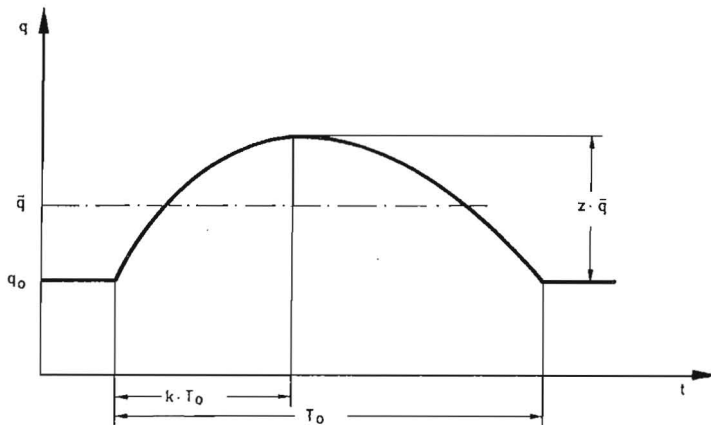


Abb. 4.1.2

### 1. Parabel

$$q = \begin{cases} \bar{q} \cdot \left\{ 1 + \frac{z}{3} - z \cdot \left[ \frac{t}{k \cdot T_o} - 1 \right]^2 \right\} & 0 < t < k \cdot T_o \\ \bar{q} \cdot \left\{ 1 + \frac{z}{3} - z \cdot \left[ \frac{(T_o - t)}{(1-k) T_o} - 1 \right]^2 \right\} & k \cdot T_o < t < T_o \end{cases} \quad (4.1.4)$$

### 2. Cos-Funktion

$$q = \begin{cases} \bar{q} \cdot \left\{ 1 - \frac{z}{2} \cdot \cos \cdot \left[ \frac{\pi}{k \cdot T_o} \cdot t \right] \right\} & 0 < t < k \cdot T_o \\ \bar{q} \cdot \left\{ 1 - \frac{z}{2} \cdot \cos \cdot \left[ \frac{\pi}{(1-k) T_o} \cdot (T_o - t) \right] \right\} & k \cdot T_o < t < T_o \end{cases} \quad (4.1.5)$$

### 3. Kombination von Geraden

$$q = \begin{cases} \bar{q} \cdot \left( 1 - \frac{z}{2} + z \cdot \frac{t}{k \cdot T_o} \right) & 0 < t < k \cdot T_o \\ \bar{q} \cdot \left( 1 - \frac{z}{2} + z \cdot \frac{T_o - t}{(1-k) T_o} \right) & k \cdot T_o < t < T_o \end{cases} \quad (4.1.6)$$

wobei

$k$  = Asymmetrie-Faktor  $0 < k < 1$

Für die praktische Anwendung ergibt sich vielfach  $k = \frac{1}{3}$  bzw.  $k = \frac{2}{3}$ .

Mit den vorgewählten Ganglinien für die Verkehrsstärke  $q(t)$  kann der Wahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge zu jedem Zeitpunkt dann nach Gl. 2.1.10 errechnet werden. Dabei wird die Ankunftsma-trix  $A(t)$  (Gl. 2.2.1) verwendet, die wegen  $q=q(t)$  im instationärem Fall mit der Zeit  $t$  veränderlich ist. Die Abflußmatrix  $C$  (Gl. 2.2.3)

wird im Falle der Lichtsignalanlage als zeitlich unverändert angesehen (vgl. dazu jedoch: Ahn, 1987). Somit läßt sich mit Gl. 2.1.10, bzw. bei den Sonderfällen Gl. 2.3.3 (für Grünende) und 2.3.4 (für Rotende), der zeitabhängige Vektor für die Rückstauwahrscheinlichkeiten errechnen (Beispiel: Abb. 4.1.4). Der Erwartungswert der Rückstaulänge zu jedem Zeitpunkt  $t$  ergibt sich als Erwartungswert aus dem Vektor der Rückstauwahrscheinlichkeiten zum Zeitpunkt  $t$  (vgl. Gl. 2.4.0.1). Die mittlere Wartezeit kann dann nach Abs. 2.4 als Funktion der Zeit  $t$  berechnet werden. Ebenso kann aus dem zeitabhängigen Vektor der Rückstauwahrscheinlichkeiten natürlich auch zu jedem Zeitpunkt  $t$  eine beliebige Percentile der Rückstaulänge errechnet werden (Beispiel Abb. 4.1.5: 95%-Rückstau).

Bei instationärem Verkehr ist die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug ebenfalls von der Zeit  $t$  abhängig. Ein Fahrzeug, das zum Zeitpunkt  $t$  ankommt, muß warten bis die vorher bereits zurückgestauten Fahrzeuge abfließen. Betrachtet man einen Umlauf  $U(t)$ , dann ist die mittlere Wartezeit zweiter Art der in diesem Umlauf angekommenen Fahrzeuge gleich der Rückstaulänge  $N_{GE}(t)$  dividiert durch die Abflußkapazität dieses Umlaufs  $c=G \cdot s$  multipliziert mit  $U$ , d.h.:

$$W(t)_{II} = \frac{N_{GE}(t)}{c} \cdot U \quad (4.1.7)$$

Die Wartezeit zweiter Art  $W_{II}(t)$  bei instationärem Verkehr verläuft also proportional zu der Rückstaulänge  $N_{GE}(t)$ . Die Wartezeit erster Art kann nach Gl. 2.4.1 errechnet werden. Die gesamte mittlere Wartezeit pro Fahrzeug innerhalb eines Umlaufs ergibt sich bei instationärem Verkehr:

$$W(t) = \begin{cases} \frac{U \cdot (1 - \lambda)^2}{2(1 - \lambda \cdot x(t))} + \frac{N_{GE}(t)}{c} \cdot U & x < 1 \\ \frac{U}{2} \cdot (1 - \lambda) + \frac{N_{GE}(t)}{c} \cdot U & x \geq 1 \end{cases} \quad (4.1.8)$$

Die durchschnittliche mittlere Wartezeit über  $T_0$  wird definiert als die Summe der Wartezeiten innerhalb des Zeitraums  $T_0$  und der Wartezeiten, die wegen der Überstauung außerhalb von  $T_0$  entstehen, durch die Summe der Fahrzeuge, die im Zeitraum  $t_0$  angekommen sind. Diese durchschnittliche mittlere Wartezeit über  $T_0$  ist nach Gl. 2.4.4 zu berechnen (vgl. Abb. 2.4.2)

In Abb. 4.1.3 und 4.1.3\* werden die nach einer Markow'schen Kette errechneten exakten Werte bei einer Parabel-Ganglinie mit  $T_0 = 60$  min,  $U = 60$  sec,  $G = 30$  sec mit  $z = 0.7$  und  $G = 20$  sec mit  $z = 0.5$  zusammen mit den Ergebnissen aus der Catling- und Akcelik-Formel dargestellt. Man kann erkennen, daß die Werte nach der Akcelik-Formel deutliche Abweichungen von den exakten, d.h. mit Markow-Kette, berechneten Werten aufweisen. Der Grund dafür ist, daß bei der Akcelik-Formel die Ganglinien-Form nicht berücksichtigt wird. Die Verkehrsstärke im Zeitraum  $T_0$  wird bei der Akcelik-Formel durchgehend als konstant betrachtet. Die Werte nach der Catling-Formel haben grundsätzlich den gleichen Verlauf wie die exakten Werte. Allerdings haben die Catling-Werte allgemein größere Werte. Der Grund dafür ist, daß der von Catling verwendeten empirischen Rückstau-Formel die erforderliche Genauigkeit fehlt.

Die Abb. 4.1.6 zeigt einen Vergleich der Wartezeiten bei freiem

und teilgebundenem Verkehr mit den gleichen Parametern wie bei Abb. 4.1.3. Es zeigt sich, daß die Teilgebundenheit bei instationärem Verkehr nur im Bereich von  $\bar{x}=0.7$  bis 0.95 einen nennenswerten Einfluß hat. Ausführliche Angaben über dieses Beispiel sind in Tab. 4.1.2 und Tab. 4.1.3 gegeben. Die Ankunftsmatrix der Markow'schen Kette wird für freien Verkehr mit Gl. 2.2.5, für teilgebundenen Verkehr mit Gl. 3.3.23 errechnet.

Abb.4.1.3 Wartezeit bei instationärem Verkehr:

Vergleich der mit Markow-Ketten errechneten Werte  
mit der Catling- und der Akcelik-Formel ( $G=30, z=.7$ )

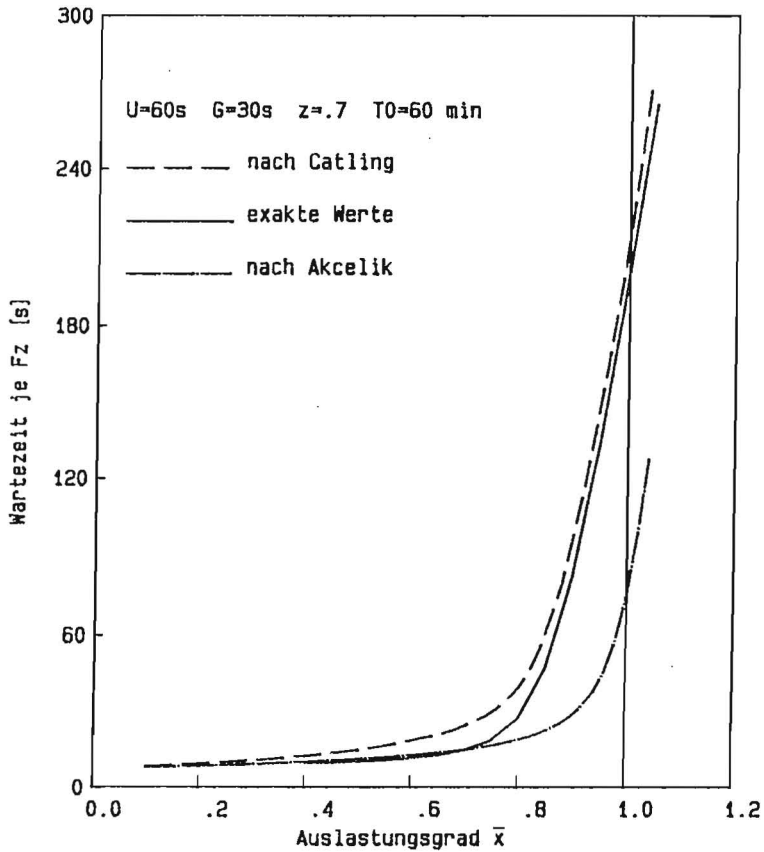


Abb.4.1.3\* Wartezeit bei instationärem Verkehr:  
Vergleich der mit Markow-Ketten errechneten Werte  
mit der Catling- und der Akcelik-Formel ( $G=20, z=.5$ )

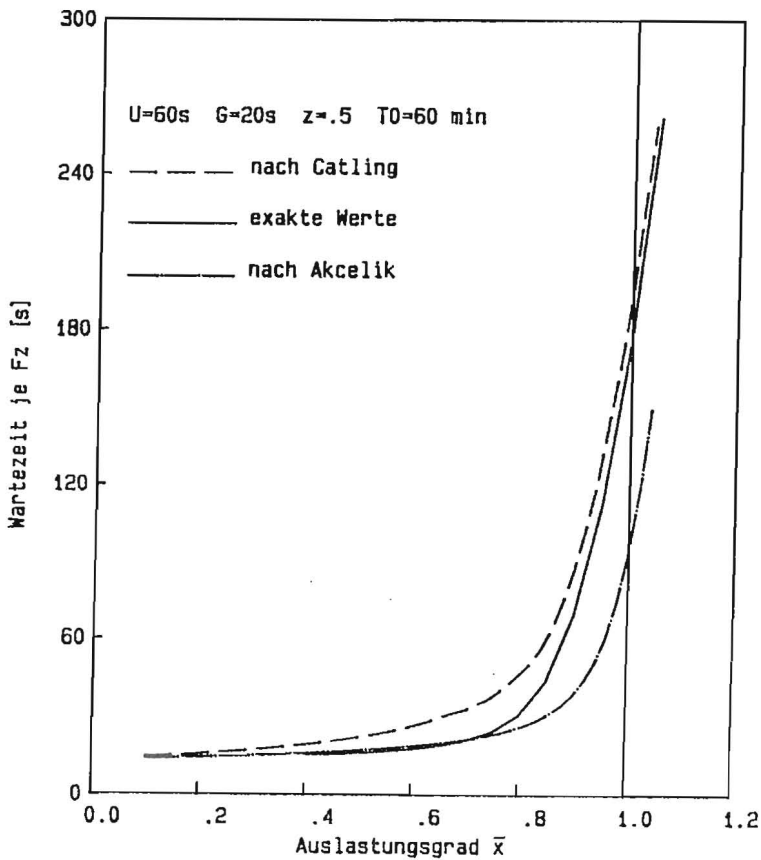


Abb. 4.1.4 Wahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge  
bei instationärem Verkehr

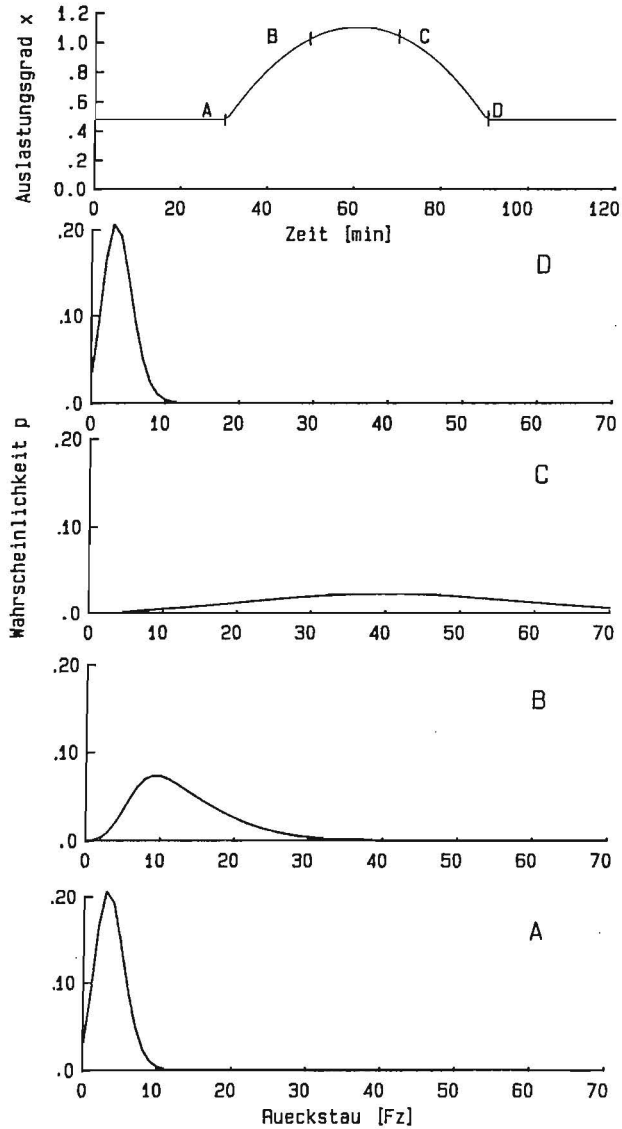




Abb. 4.1.5 Ganglinie der Rückstaulänge

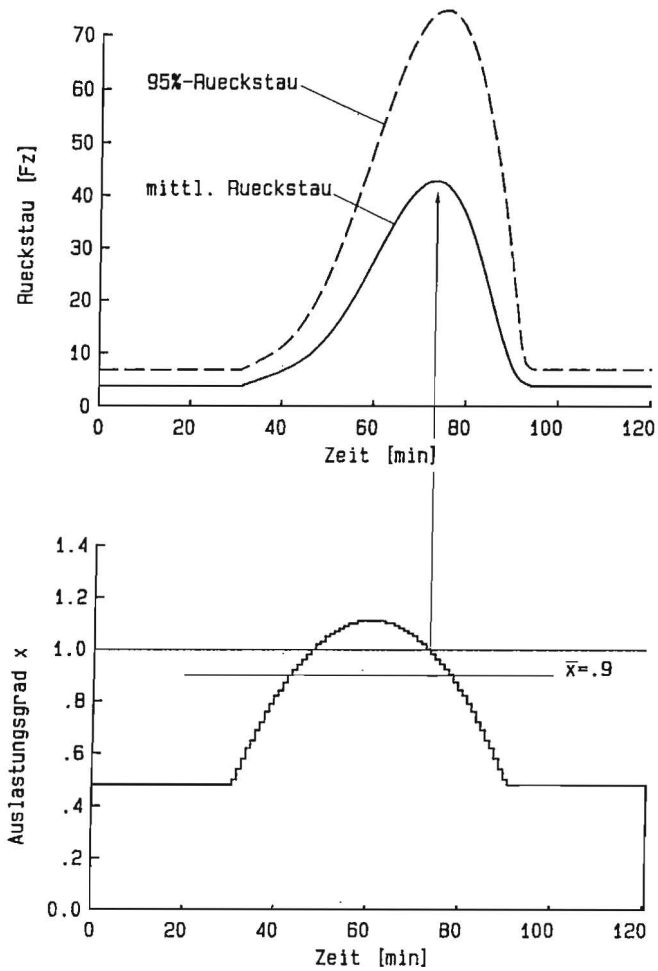
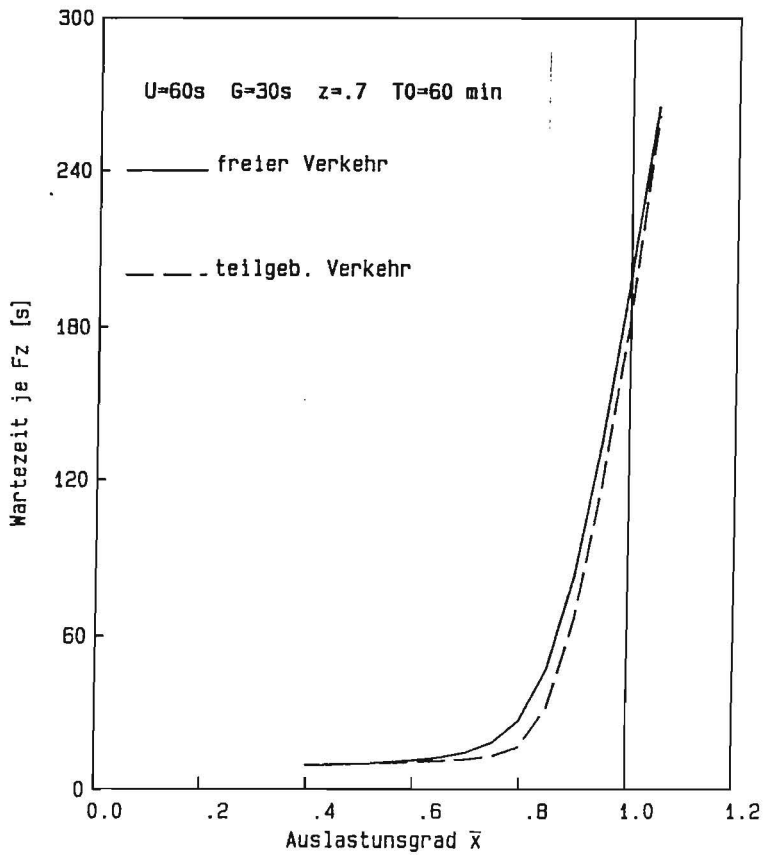


Abb. 4.1.6 Vergleich der Wartezeit frei/teilgebunden

mit  $U=60$  sec,  $G=30$  sec,  $z=0,7$ ,  $T_0=60$  min.

Ganglinientyp: Parabel



Beispiel: Statistische Daten des Ruckstaus in Abhaengigkeit von der Zeit T

T0=60 min U=60 sec GR=30 sec Z=7 S=5 XM=90 Parabel-Ganglinie

| T    | X     | POR   | RR   | VR    | RR95 | RR99 | P0G  | RG   | VG    | RG95 | RG99 |
|------|-------|-------|------|-------|------|------|------|------|-------|------|------|
| 0.0  | .480  | 0.027 | 3.7  | 3.7   | 6.8  | 8.5  | .997 | .0   | .0    | 0.0  | 0.0  |
| .5   | .501  | .023  | 3.8  | 3.8   | 6.8  | 8.5  | .995 | .0   | .0    | 0.0  | 0.0  |
| 1.5  | .541  | .017  | 4.1  | 4.1   | 7.2  | 8.9  | .990 | .0   | .0    | 0.0  | 0.0  |
| 2.5  | .581  | .013  | 4.4  | 4.4   | 7.6  | 9.5  | .983 | .0   | .1    | 0.0  | .8   |
| 3.5  | .618  | .010  | 4.7  | 4.7   | 8.0  | 9.9  | .971 | .1   | .2    | 0.0  | 1.7  |
| 4.5  | .655  | .007  | 5.0  | 5.1   | 8.5  | 10.5 | .954 | .1   | .3    | 0.0  | 2.5  |
| 5.5  | .690  | .005  | 5.3  | 5.5   | 8.9  | 11.0 | .932 | .2   | .5    | .6   | 3.3  |
| 6.5  | .723  | .004  | 5.6  | 5.9   | 9.4  | 11.7 | .904 | .2   | .8    | 1.4  | 4.2  |
| 7.5  | .756  | .003  | 5.9  | 6.4   | 9.9  | 12.4 | .870 | .3   | 1.2   | 2.1  | 5.0  |
| 8.5  | .786  | .002  | 6.2  | 7.1   | 10.5 | 13.1 | .830 | .5   | 1.8   | 2.9  | 6.0  |
| 9.5  | .816  | .002  | 6.6  | 7.9   | 11.1 | 14.1 | .783 | .7   | 2.6   | 3.8  | 7.0  |
| 10.5 | .844  | .001  | 7.0  | 8.9   | 11.9 | 15.2 | .732 | .9   | 3.7   | 4.7  | 8.2  |
| 11.5 | .870  | .001  | 7.4  | 10.2  | 12.7 | 16.4 | .676 | 1.2  | 5.1   | 5.6  | 9.5  |
| 12.5 | .896  | .001  | 7.9  | 11.8  | 13.7 | 17.8 | .617 | 1.5  | 7.0   | 6.7  | 10.9 |
| 13.5 | .919  | .001  | 8.4  | 13.9  | 14.8 | 19.3 | .556 | 1.9  | 9.4   | 7.9  | 12.5 |
| 14.5 | .942  | .000  | 9.0  | 16.4  | 16.1 | 20.9 | .494 | 2.4  | 12.4  | 9.3  | 14.3 |
| 15.5 | .963  | .000  | 9.6  | 19.6  | 17.6 | 22.7 | .434 | 3.0  | 16.0  | 10.8 | 16.1 |
| 16.5 | .982  | .000  | 10.4 | 23.4  | 19.1 | 24.7 | .376 | 3.7  | 20.5  | 12.4 | 18.2 |
| 17.5 | 1.001 | .000  | 11.2 | 28.0  | 20.8 | 26.8 | .322 | 4.5  | 25.8  | 14.2 | 20.4 |
| 18.5 | 1.017 | .000  | 12.1 | 33.5  | 22.6 | 29.0 | .272 | 5.4  | 32.1  | 16.1 | 22.7 |
| 19.5 | 1.033 | .000  | 13.1 | 39.8  | 24.6 | 31.4 | .227 | 6.4  | 39.3  | 18.1 | 25.1 |
| 20.5 | 1.047 | .000  | 14.2 | 47.1  | 26.7 | 33.9 | .188 | 7.5  | 47.4  | 20.3 | 27.7 |
| 21.5 | 1.059 | .000  | 15.4 | 55.4  | 28.9 | 36.5 | .154 | 8.7  | 56.5  | 22.6 | 30.3 |
| 22.5 | 1.071 | .000  | 16.7 | 64.5  | 31.2 | 39.2 | .125 | 10.0 | 66.5  | 24.9 | 33.1 |
| 23.5 | 1.080 | .000  | 18.1 | 74.6  | 33.7 | 42.0 | .101 | 11.4 | 77.4  | 27.4 | 35.9 |
| 24.5 | 1.089 | .000  | 19.6 | 85.6  | 36.1 | 44.9 | .081 | 12.9 | 89.0  | 29.9 | 38.8 |
| 25.5 | 1.096 | .000  | 21.1 | 97.3  | 38.7 | 47.8 | .065 | 14.5 | 101.4 | 32.5 | 41.8 |
| 26.5 | 1.101 | .000  | 22.7 | 109.6 | 41.3 | 50.8 | .053 | 16.1 | 114.3 | 35.1 | 44.8 |
| 27.5 | 1.106 | .000  | 24.4 | 122.6 | 43.9 | 53.8 | .042 | 17.7 | 127.8 | 37.7 | 47.7 |
| 28.5 | 1.108 | .000  | 26.1 | 136.1 | 46.5 | 56.7 | .035 | 19.4 | 141.7 | 40.4 | 50.7 |
| 29.5 | 1.110 | .000  | 27.8 | 150.0 | 49.2 | 59.7 | .028 | 21.1 | 156.0 | 43.0 | 53.7 |
| 30.5 | 1.110 | .000  | 29.5 | 164.3 | 51.8 | 62.6 | .024 | 22.8 | 170.5 | 45.6 | 56.6 |
| 31.5 | 1.108 | .000  | 31.1 | 178.8 | 54.3 | 65.5 | .020 | 24.5 | 185.2 | 48.1 | 59.5 |
| 32.5 | 1.106 | .000  | 32.8 | 195.5 | 56.8 | 68.3 | .017 | 26.1 | 200.0 | 50.6 | 62.2 |
| 33.5 | 1.101 | .000  | 34.4 | 208.3 | 59.2 | 71.1 | .015 | 27.6 | 214.9 | 52.9 | 64.9 |
| 34.5 | 1.096 | .000  | 35.9 | 223.2 | 61.6 | 73.7 | .013 | 29.1 | 229.8 | 55.2 | 67.5 |
| 35.5 | 1.089 | .000  | 37.3 | 238.0 | 63.7 | 76.2 | .012 | 30.5 | 244.7 | 57.3 | 69.9 |
| 36.5 | 1.080 | .000  | 38.6 | 252.8 | 65.8 | 78.5 | .012 | 31.7 | 259.4 | 59.3 | 72.1 |
| 37.5 | 1.071 | .000  | 39.7 | 267.4 | 67.7 | 80.7 | .011 | 32.8 | 273.9 | 61.1 | 74.2 |
| 38.5 | 1.059 | .000  | 40.7 | 281.9 | 69.4 | 82.6 | .011 | 33.7 | 288.2 | 62.7 | 76.1 |
| 39.5 | 1.047 | .000  | 41.5 | 296.0 | 70.9 | 84.4 | .012 | 34.4 | 302.2 | 64.1 | 77.7 |
| 40.5 | 1.033 | .000  | 42.2 | 309.9 | 72.2 | 85.9 | .013 | 34.9 | 315.7 | 65.2 | 79.1 |
| 41.5 | 1.017 | .000  | 42.6 | 323.3 | 73.2 | 87.2 | .014 | 35.2 | 328.7 | 66.1 | 80.3 |
| 42.5 | 1.001 | .000  | 42.7 | 336.2 | 74.0 | 88.2 | .016 | 35.3 | 341.0 | 66.8 | 81.2 |
| 43.5 | .982  | .000  | 42.6 | 348.4 | 74.4 | 88.9 | .019 | 35.0 | 352.5 | 67.1 | 81.7 |
| 44.5 | .963  | .000  | 42.3 | 359.7 | 74.6 | 89.4 | .024 | 34.5 | 362.9 | 67.1 | 82.0 |
| 45.5 | .942  | .000  | 41.6 | 369.9 | 74.5 | 89.4 | .030 | 33.7 | 371.8 | 66.8 | 81.9 |
| 46.5 | .919  | .000  | 40.6 | 378.7 | 74.0 | 89.1 | .038 | 32.6 | 378.8 | 66.1 | 81.4 |
| 47.5 | .896  | .000  | 39.3 | 385.5 | 73.1 | 88.5 | .050 | 31.2 | 383.2 | 65.1 | 80.6 |
| 48.5 | .870  | .000  | 37.7 | 389.7 | 71.9 | 87.4 | .066 | 29.4 | 384.2 | 63.6 | 79.3 |
| 49.5 | .844  | .000  | 35.8 | 390.5 | 70.2 | 86.0 | .088 | 27.4 | 380.7 | 61.8 | 77.6 |
| 50.5 | .816  | .000  | 33.5 | 386.9 | 68.1 | 84.0 | .118 | 25.0 | 371.7 | 59.5 | 75.5 |
| 51.5 | .786  | .000  | 30.9 | 377.6 | 65.6 | 81.7 | .159 | 22.3 | 355.4 | 56.7 | 72.9 |
| 52.5 | .756  | .001  | 28.0 | 361.3 | 62.6 | 78.8 | .212 | 19.5 | 331.5 | 53.4 | 69.8 |
| 53.5 | .723  | .001  | 24.9 | 336.9 | 59.0 | 75.5 | .279 | 16.5 | 298.8 | 49.7 | 66.2 |
| 54.5 | .690  | .002  | 21.7 | 304.0 | 55.0 | 71.6 | .360 | 13.5 | 258.0 | 45.4 | 62.0 |
| 55.5 | .655  | .003  | 18.4 | 262.9 | 50.5 | 67.2 | .454 | 10.5 | 211.0 | 40.5 | 57.3 |
| 56.5 | .618  | .004  | 15.1 | 215.7 | 45.3 | 62.2 | .556 | 7.8  | 161.5 | 35.1 | 52.0 |
| 57.5 | .581  | .007  | 12.1 | 165.9 | 39.7 | 56.6 | .661 | 5.4  | 114.1 | 29.2 | 46.2 |
| 58.5 | .541  | .011  | 9.5  | 118.2 | 33.4 | 50.4 | .759 | 3.5  | 73.3  | 22.6 | 39.7 |
| 59.5 | .501  | .018  | 7.2  | 77.1  | 26.4 | 43.6 | .844 | 2.1  | 42.2  | 15.3 | 32.6 |
| 60.5 | .480  | .023  | 5.7  | 45.8  | 19.0 | 36.3 | .906 | 1.1  | 22.0  | 7.8  | 25.1 |
| 61.5 | .480  | .025  | 4.7  | 25.6  | 11.5 | 28.9 | .946 | .6   | 10.8  | .6   | 17.6 |
| 62.5 | .480  | .026  | 4.2  | 14.4  | 7.8  | 21.4 | .970 | .3   | 4.9   | 0.0  | 10.2 |
| 63.5 | .480  | .027  | 3.9  | 8.5   | 7.0  | 13.9 | .984 | .1   | 2.1   | 0.0  | 2.9  |
| 64.5 | .480  | .027  | 3.7  | 5.7   | 6.8  | 9.5  | .991 | .1   | .9    | 0.0  | 0.0  |

MR=22.43 MG=15.38 W=83.20

## Zeichenerklärung

=====

|                                                  |           |
|--------------------------------------------------|-----------|
| TO = Laenge der Ganglinie                        | [min]     |
| Z = Spanne der Ganglinie                         | [ - ]     |
| U = Umlaufzeit                                   | [sec]     |
| GR = Gruenzeit                                   | [sec]     |
| S = Saettigungsverkehrsstaerke                   | [Ffz/sec] |
| XM = durchschnittliches Auslastungsgrad ueber TO | [ - ]     |
|                                                  |           |
| T = Zeit in Umlauf                               | [ - ]     |
| X = Auslastungsgrad                              | [ - ]     |
| POR = PO-Wert am Rotende                         | [ - ]     |
| RR = Rueckstau am Rotende                        | [Kfz]     |
| VR = Varianz von RR                              | [Kfz*Kfz] |
| RR95= 95%-Rueckstau am Rotende                   | [Kfz]     |
| RR99= 99%-Rueckstau am Rotende                   | [Kfz]     |
|                                                  |           |
| POG = PO-Wert am Gruenende                       | [ - ]     |
| RG = Rueckstau am Gruenende                      | [Kfz]     |
| VG = Varianz von RG                              | [Kfz*Kfz] |
| RG95= 95%-Rueckstau am Gruenende                 | [Kfz]     |
| RG99= 99%-Rueckstau am Gruenende                 | [Kfz]     |
|                                                  |           |
| MR = mittl. Rueckstau am Rotende ueber TO        | [Kfz]     |
| MG = mittl. Rueckstau am Gruenende ueber TO      | [Kfz]     |
| W = Wartezeit pro Fahrzeug ueber TO              | [sec]     |

Rechenbeispiel: durchschnittliche Wartezeiten und  
Rückstaulängen im Zeitraum  $T_0$   
(freier Verkehr)

Beispiel:

Berechnungsergebnisse nach Markoff'scher Kette (freier Verkehr)

| X     | W       | W1     | W2      | MR     | MB     | WM      | WMN |
|-------|---------|--------|---------|--------|--------|---------|-----|
| .400  | 9.400   | 9.375  | .025    | 3.029  | .002   | 9.432   | 31  |
| .450  | 9.749   | 9.677  | .071    | 3.413  | .008   | 9.838   | 31  |
| .500  | 10.177  | 10.000 | .177    | 3.805  | .022   | 10.390  | 31  |
| .550  | 10.736  | 10.345 | .392    | 4.216  | .054   | 11.200  | 31  |
| .600  | 11.520  | 10.714 | .806    | 4.661  | .121   | 12.471  | 31  |
| .650  | 12.706  | 11.111 | 1.595   | 5.178  | .259   | 14.622  | 32  |
| .700  | 14.702  | 11.538 | 3.164   | 5.850  | .554   | 18.636  | 33  |
| .750  | 18.591  | 12.000 | 6.591   | 6.911  | 1.236  | 27.001  | 35  |
| .800  | 27.299  | 12.500 | 14.799  | 9.013  | 2.960  | 45.822  | 37  |
| .850  | 47.488  | 13.916 | 33.572  | 13.565 | 7.134  | 86.674  | 39  |
| .900  | 83.196  | 14.849 | 68.347  | 22.428 | 15.378 | 157.111 | 45  |
| .950  | 134.827 | 15.623 | 119.204 | 36.067 | 28.311 | 260.049 | 50  |
| 1.000 | 199.115 | 16.346 | 182.769 | 54.113 | 45.692 | 393.416 | 55  |
| 1.050 | 265.057 | 17.000 | 248.058 | 72.506 | 65.115 | 543.059 | 60  |

| X     | XRM    | MN | R75M   | MN | R95M   | MN | XGM    | MN | G95M   | MN | G99M   | MN |
|-------|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|
| .400  | 3.71   | 31 | 6.70   | 31 | 8.44   | 31 | .01    | 31 | 0.00   | 31 | 0.00   | 31 |
| .450  | 4.18   | 31 | 7.38   | 31 | 9.18   | 31 | .02    | 31 | 0.00   | 31 | .33    | 31 |
| .500  | 4.68   | 31 | 8.05   | 31 | 10.01  | 31 | .06    | 31 | 0.00   | 31 | 1.73   | 31 |
| .550  | 5.23   | 31 | 8.90   | 31 | 11.11  | 31 | .14    | 31 | .51    | 31 | 3.25   | 31 |
| .600  | 5.87   | 31 | 9.96   | 31 | 12.71  | 32 | .32    | 31 | 2.00   | 31 | 5.10   | 31 |
| .650  | 6.71   | 32 | 11.65  | 32 | 15.28  | 33 | .70    | 32 | 3.99   | 32 | 7.81   | 32 |
| .700  | 7.97   | 33 | 14.65  | 33 | 19.89  | 34 | 1.53   | 33 | 7.16   | 33 | 12.41  | 34 |
| .750  | 10.29  | 34 | 20.68  | 36 | 28.38  | 37 | 3.44   | 34 | 13.19  | 35 | 20.87  | 36 |
| .800  | 15.19  | 37 | 32.27  | 39 | 42.89  | 40 | 8.00   | 37 | 24.77  | 39 | 35.42  | 40 |
| .850  | 25.34  | 40 | 50.64  | 42 | 63.69  | 43 | 17.95  | 40 | 43.18  | 42 | 56.22  | 43 |
| .900  | 42.72  | 43 | 74.62  | 45 | 89.43  | 46 | 35.26  | 43 | 67.13  | 45 | 81.97  | 45 |
| .950  | 66.34  | 46 | 102.68 | 47 | 118.84 | 48 | 58.90  | 45 | 95.21  | 47 | 111.40 | 47 |
| 1.000 | 92.91  | 48 | 132.26 | 49 | 146.06 | 48 | 86.36  | 47 | 124.78 | 48 | 138.32 | 48 |
| 1.050 | 111.07 | 52 | 148.93 | 44 | 148.39 | 38 | 111.72 | 48 | 142.04 | 47 | 147.05 | 46 |

U=60 sec GR=30 sec T0=60 min Z=.7 S=.5 Parabel-Ganglinie

Rechenbeispiel: durchschnittliche Wartezeiten und  
Rückstaulängen im Zeitraum  $T_0$   
(teilgebundener Verkehr)

Beispiel:

Berechnungsergebnisse nach Markoff'scher Kette (teilgebundener Verkehr)

| X     | W       | W1     | W2      | MR     | MG     | WM      | WMN |
|-------|---------|--------|---------|--------|--------|---------|-----|
| .400  | 9.375   | 9.375  | .000    | 3.057  | .000   | 9.375   | 30  |
| .450  | 9.678   | 9.677  | .001    | 3.426  | .000   | 9.680   | 31  |
| .500  | 10.004  | 10.000 | .004    | 3.799  | .001   | 10.012  | 31  |
| .550  | 10.361  | 10.345 | .017    | 4.175  | .002   | 10.390  | 31  |
| .600  | 10.768  | 10.714 | .054    | 4.556  | .008   | 10.858  | 31  |
| .650  | 11.267  | 11.111 | .155    | 4.949  | .025   | 11.526  | 31  |
| .700  | 11.965  | 11.538 | .427    | 5.375  | .075   | 12.695  | 31  |
| .750  | 13.231  | 12.000 | 1.231   | 5.908  | .231   | 15.464  | 32  |
| .800  | 16.899  | 12.500 | 4.399   | 6.935  | .880   | 25.068  | 35  |
| .850  | 31.907  | 13.916 | 17.990  | 10.296 | 3.823  | 62.199  | 39  |
| .900  | 66.639  | 14.849 | 51.790  | 18.463 | 11.653 | 135.722 | 43  |
| .950  | 118.469 | 15.623 | 102.846 | 31.868 | 24.426 | 240.978 | 49  |
| 1.000 | 183.421 | 16.346 | 167.074 | 50.002 | 41.769 | 377.102 | 54  |
| 1.050 | 261.391 | 17.000 | 244.391 | 73.227 | 64.153 | 566.854 | 60  |

| X     | XRM    | MN | R95M   | MN | R99M   | MN | XGM    | MN | G95M   | MN | G99M   | MN |
|-------|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|--------|----|
| .400  | 3.71   | 30 | 5.71   | 30 | 6.75   | 30 | .00    | 31 | 0.00   | 31 | 0.00   | 31 |
| .450  | 4.17   | 31 | 6.15   | 31 | 7.18   | 31 | .00    | 31 | 0.00   | 31 | 0.00   | 31 |
| .500  | 4.63   | 31 | 6.70   | 31 | 7.76   | 31 | .00    | 31 | 0.00   | 31 | 0.00   | 31 |
| .550  | 5.09   | 31 | 7.09   | 31 | 8.15   | 31 | .01    | 31 | 0.00   | 31 | 0.00   | 31 |
| .600  | 5.58   | 31 | 7.67   | 31 | 8.76   | 31 | .03    | 31 | 0.00   | 31 | .68    | 31 |
| .650  | 6.09   | 31 | 8.18   | 31 | 9.42   | 31 | .08    | 31 | .14    | 31 | 1.72   | 31 |
| .700  | 6.72   | 31 | 8.97   | 32 | 10.66  | 32 | .25    | 31 | 1.40   | 31 | 3.06   | 32 |
| .750  | 7.72   | 32 | 10.97  | 33 | 13.69  | 34 | .80    | 32 | 3.53   | 33 | 6.15   | 33 |
| .800  | 10.35  | 35 | 17.21  | 37 | 21.74  | 38 | 3.06   | 35 | 9.72   | 36 | 14.25  | 37 |
| .850  | 19.26  | 39 | 31.55  | 41 | 37.50  | 42 | 11.80  | 39 | 24.03  | 41 | 29.99  | 41 |
| .900  | 37.69  | 43 | 52.59  | 44 | 59.25  | 45 | 30.20  | 43 | 45.11  | 44 | 51.79  | 44 |
| .950  | 62.09  | 46 | 78.14  | 47 | 85.23  | 47 | 54.64  | 45 | 70.71  | 46 | 77.73  | 46 |
| 1.000 | 90.38  | 48 | 106.99 | 49 | 114.31 | 49 | 82.91  | 47 | 99.60  | 48 | 106.83 | 48 |
| 1.050 | 120.94 | 49 | 138.39 | 50 | 145.57 | 50 | 114.06 | 49 | 130.90 | 50 | 138.09 | 50 |

U=60 sec GR=30 sec T0=60 min Z=.7 S=.5 Tao=1.6 sec Parabel-Ganglinie

## Zeichenerklärung

=====

|      |                                                        |           |
|------|--------------------------------------------------------|-----------|
| X    | = Auslastungsgrad                                      | [ - ]     |
| W    | = gesamte mittl. Wartezeit                             | [sec]     |
| W1   | = erste Komponente der Wartezeit W                     | [sec]     |
| W2   | = zweite Komponente der Wartezeit W                    | [sec]     |
| MR   | = mittl. Rueckstau am Rotende                          | [Kfz]     |
| MG   | = mittl. Rueckstau am Gruenende                        | [Kfz]     |
| WM   | = max. mittl. Wartezeit                                | [sec]     |
| WMN  | = der Umlauf, indem die max. mittl. Wartezeit auftritt | [ - ]     |
| XRM  | = max. mittl. Rueckstau am Rotende                     | [Kfz]     |
| X95M | = max. 95%-Rueckstau am Rotende                        | [Kfz]     |
| X99M | = max. 99%-Rueckstau am Rotende                        | [Kfz]     |
| XGM  | = max. mittl. Rueckstau am Gruenende                   | [Kfz]     |
| X95M | = max. 95%-Rueckstau am Gruenende                      | [Kfz]     |
| X99M | = max. 99%-Rueckstau am Gruenende                      | [Kfz]     |
| MN   | = der Umlauf, indem die max. Werte auftreten           | [ - ]     |
| U    | = Umlafzeit                                            | [sec]     |
| GR   | = Gruenzeit                                            | [sec]     |
| TO   | = Laenge der Ganglinie                                 | [min]     |
| Z    | = Spanne der Ganglinie                                 | [ - ]     |
| S    | = Saettigungsverkehrsstaerke                           | [Kfz/sec] |
| Tao  | = Mindestzeitluecke bei teilgebundenem Verkehr         | [sec]     |

#### 4.2 Mikro-Instationarität der mittleren Ankunftsverkehrsstärke

Bezeichnet man Veränderungen der Ankunftsverkehrsstärken während einer relativ langen Zeit, z.B. während einer Stunde, als makroskopische Instationarität, so können Veränderungen in kürzeren Zeitabschnitten, z.B. während eines Umlaufs, als mikroskopische Instationarität bezeichnet werden. Die Mikro-Instationarität ist nur dann von Bedeutung, wenn die mittlere Verkehrsstärke in diesen kurzen Zeitintervallen periodisch variiert. Sofern die mikroskopischen Änderungen der Verkehrsstärke nicht periodische Schwingungen darstellen, wird die Mikro-Instationarität als eine stochastische Eigenschaft des Verkehrs aufgefaßt, die bereits durch die stochastische Ankunftsverteilung des Warteschlangensystems berücksichtigt ist. Die systematisch pulkweise Ankunft des Verkehrs bei einer Lichtsignalanlage im Zuge einer "Grünen Welle"

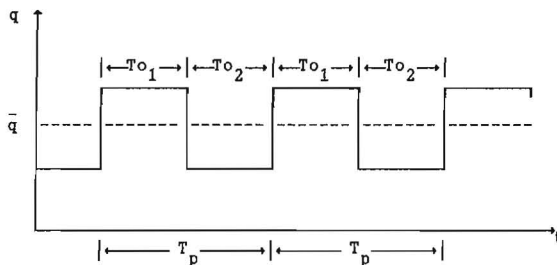


Abb. 4.2.1

ist das anschaulichste Beispiel des mikro-instationären Verkehrs. Gerade die Besonderheiten von koordinierten Lichtsignalanlagen geben Anlaß zur Betrachtung des Sonderfalls der Mikro-Instationarität.



Nur dieser Fall wird im folgenden betrachtet.

Wenn der Verkehr nur mikro-instationär ist, kann man die Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors der Rückstaulänge analog zum stationären Verkehr ermitteln.

Abb. 4.2.1 zeigt ein Beispiel der Mikro-Instationarität:  $T_{0_1}$  und  $T_{0_2}$  sind zwei Unterintervalle, die durch zwei Unter-Übergangsmatrizen  $P_1$  und  $P_2$  definiert sind. Die beiden Unterintervalle setzen sich zusammen zu einem Hauptintervall  $T_p$ , das sich periodisch wiederholt. Die Übergangsmatrix über das Hauptintervall  $T_p$  ist dann:

$$P_p = P_1 \cdot P_2$$

Im allgemeinen gilt:

$$P_{T_p} = \prod_{\substack{\text{alle} \\ \text{Unter-} \\ \text{intervalle} \\ \text{in } T_p}} P_i \quad (4.2.1)$$

Für die Problematik der Mikro-Instationarität existiert eine Grenzverteilung des Wahrscheinlichkeitsvektors  $p$  am Ende eines Hauptintervalls dann und nur dann, wenn die Haupt-Übergangsmatrix  $P_p$  über die Zeit konstant bleibt. In diesem Sonderfall ist die Lösung der Markow'schen Kette bei Mikro-Instationarität identisch wie bei dem stationären Fall. Die Bedingung dafür, daß die Haupt-Übergangsmatrix  $P_p$  konstant bleibt, ist, daß die Unter-Übergangsmatrizen in ihren Werten und ihrer Reihenfolgen für alle Hauptintervalle identisch sind.

Wenn  $T_p$  nur einen Umlauf enthält, wie beim koordinierten Verkehr mit gleicher Umlaufzeit  $U$ , hat die Mikro-Instationarität bei Pois-

son-verteilen Ankünften (D.h. in allen Unterintervallen sind die Ankünfte Poisson-verteilt) keine Wirkung auf die Grenzverteilung der Rückstaulänge am Grünende, weil nach Gl.2.3.1

$$\begin{aligned}
 P_{T_p} &= P_U = P_R \cdot P_G \\
 &= A(m_R) \cdot A(m_G) \cdot C(c) \\
 &= A(m_R + m_G = m_U) \cdot C(c) \\
 &= A(m_U) \cdot C(c) \quad (Gl. 2.3.1*)
 \end{aligned}$$

Die Poisson-Verteilung bedeutet in diesem Zusammenhang, daß die Zahl der Fahrzeuge, die in jedem Unterintervall mit in sich konstanter Verkehrsstärke ankommen, eine poissonverteilte Zufallsgröße ist. Da die Summe mehrerer poissonverteilten Zufallsgrößen selbst poissonverteilt ist, ist auch  $m_U = m_R + m_G$  eine poissonverteilte Zufallsgröße. Gl. 2.3.1\* gilt also in diesem Fall nicht nur für einen konstanten Zufluß sondern auch für mikro-instationäre Zuflüsse. Dies bedeutet: Sofern im Zufluß zu einer Lichtsignalanlage Mikro-Instationarität auftritt und sofern dabei abschnittsweise die Poissonverteilung zutrifft, hat diese Mikro-Instationarität keinen Einfluß auf die Übergangsmatrix  $P_U$ .

Dies trifft nicht mehr zu, wenn die Bedingung der abschnittsweise gültigen Poissonverteilung nicht mehr gilt. Dies ist z.B. bei teilgebundenem Verkehr der Fall. Da im jedem Zeitabschnitt mit in sich gleicher Verkehrsbelastung eine andere Verkehrsstärke vorherrscht, unterscheiden sich von Teilabschnitt zu Teilabschnitt auch die Zeitlücken-Verteilungen bei den Ankünften. Deshalb verändert sich in jedem Zeitsegment auch die in Abs. 3.3. hergeleitete Reduzierung der

Rückstaulänge durch die Teilgebundenheit.

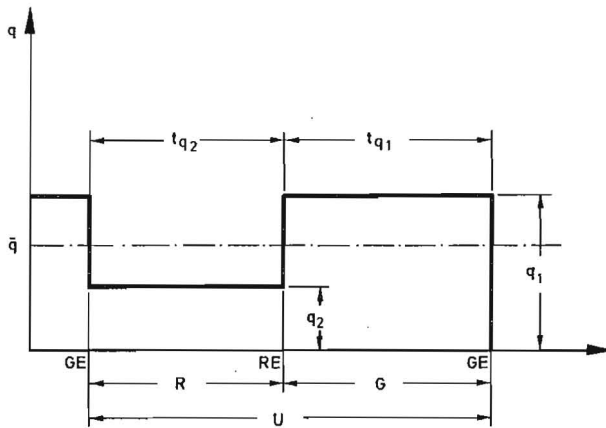


Abb. 4.2.2

Die Übergangsmatrix von einem Grünende zum nächsten Grünende beim teilgebundenem Verkehr mit mikro-instationärer Ankunft ist dann

$$P_{T_g} = P_{U_g} = A(m_R, k_R^*) \cdot A(m_G, k_G^*) \cdot C(c)$$

mit

$m_R$  = mittlere Zahl der Ankünfte in der Rotzeit

$m_G$  = mittlere Zahl der Ankünfte in der Grünzeit

$k_R^*$  = Reduzierungsfaktor der Varianz  $\sigma_m^2$  in der Rotzeit

(nach Gl.3.3.16\*)

$k_G^*$  = Reduzierungsfaktor der Varianz  $\sigma_m^2$  in der Grünzeit

(nach Gl. 3.3.16\*)

(vgl. Abs. 3.3)

In Abs. 3.3 wurde gezeigt, daß der Einfluß der Teilgebundenheit durch einen Reduzierungsfaktor  $R^*$  gegenüber dem freien Verkehr beschrieben werden kann. Beim Verkehr mit pulkweiser Ankunft kann so ein Reduzierungsfaktor ebenfalls ermittelt werden. Siehe Abb. 4.2.2: Der Verkehr in einem Umlauf wird in zwei Bereiche aufgeteilt: Im Bereich der Sperrzeit  $R$  tritt die Verkehrsstärke  $p_2$  und im Bereich der Freigabezeit  $G$  die Verkehrsstärke  $p_1$  auf. Beide Bereiche haben die entsprechende Länge  $t_{q_2} = R$  und  $t_{q_1} = G$ .

Dies ist als ein Sonderfall der Mikro-Instationarität aufzufassen. Man kann ihn als eine Art Idealfall der Koordinierung auffassen, bei dem gerade während der Grünzeit der stärkere Verkehrsstrom eintrifft.

Für den Fall der idealen Koordinierung (vgl. Abb. 4.2.2) gilt für den Wert  $k_R$  in Gl. 3.3.28:

$$\begin{aligned}
 k_{R_{\text{pulk}}} &= \int \frac{[1 - (1 - q(m) \cdot \bar{r})^2 - q(m)^2 \cdot \sigma_r^2]}{(2 - x)} \cdot f(m) \cdot dm \\
 &= \frac{[1 - (1 - q_G \cdot \bar{r})^2 - q_G^2 \cdot \sigma_r^2]}{(2 - x)} \cdot p(m_G) \\
 &\quad + \frac{[1 - (1 - q_R \cdot \bar{r})^2 - q_R^2 \cdot \sigma_r^2]}{(2 - x)} \cdot p(m_R) \quad (4.2.2)
 \end{aligned}$$

mit

$$k_{R_{\text{pulk}}} = k_R\text{-Wert für pulkweise Ankunft}$$

$$\bar{r} = \text{mittlere Mindestzeitlücke}$$

$\sigma_r^2$  = Varianz der Mindestzeitlücke

$$m_i = q_i \cdot t_{q_i}$$

= Verkehrsmenge in Teilabschnitt  $t_{q_i}$

$$p(m_G) = \frac{q_G \cdot t_{q_G}}{q \cdot (t_{q_R} + t_{q_G})} = \frac{q_G \cdot t_{q_G}}{\bar{q} \cdot U}$$

= Anteil der Verkehrsmenge mit Verkehrsstärke  $q_G = q_1$

in Freigabezeit G

$$p(m_R) = \frac{q_R \cdot t_{q_R}}{q \cdot (t_{q_R} + t_{q_G})} = \frac{q_R \cdot t_{q_R}}{\bar{q} \cdot U}$$

= Anteil der Verkehrsmenge mit Verkehrsstärke  $q_R = q_2$

in Sperrzeit R

$q(m)$  = Verkehrsstärke als Funktion von m

x = Verkehrsauslastungsgrad des ganzen Umlaufs

Hier ist  $t_{q_R} = R$  und  $t_{q_G} = G$ . Setzt man dies und  $p(m_G)$ ,  $p(m_R)$  in Gl

4.2.2 ein, erhält man

$$k_{R_{pulk}} = \frac{1}{\bar{q} \cdot U \cdot (2-x)} \cdot \left\{ [1 - (1 - q_G \cdot \bar{r})^2 - q_G^2 \cdot \sigma_r^2] \cdot q_G \cdot G + [1 - (1 - q_R \cdot \bar{r})^2 - q_R^2 \cdot \sigma_r^2] \cdot q_R \cdot R \right\} \quad (4.2.3)$$

mit

$$\bar{q} = \frac{q_R \cdot R + q_G \cdot G}{U}$$

Der Reduzierungsfaktor nach Gl. 3.3.8 ist dann

$$R_{\text{pulk}}^* = 1 - k_{R_{\text{pulk}}}$$

Die Wartezeit zweiter Art  $W_{II}$  enthält nur einen stochastischen Anteil. Dieser ist pro Fahrzeug

$$W_{II} = \frac{N_{GE} \cdot R_{\text{pulk}}^*}{\bar{q}} \quad (4.2.4)$$

Die entsprechende Wartezeit erster Art  $W_I$  bei pulkweisem Verkehr ist nach PÖSCHL(1982)

$$W_I = \frac{R^2}{2 \cdot \bar{q} \cdot U} \cdot \frac{(s + q_R - q_G) \cdot q_R}{(s - q_G)} \quad (4.2.5)$$

Die gesamte mittlere Wartezeit pro Fahrzeug für den Fall der Mikro-Instationarität bei teilgebundenem Verkehr ergibt sich zu:

$$W = W_I + W_{II}$$

(mit  $W_I$ ,  $W_{II}$  nach Gl. 4.2.4 bzw. 4.2.5)

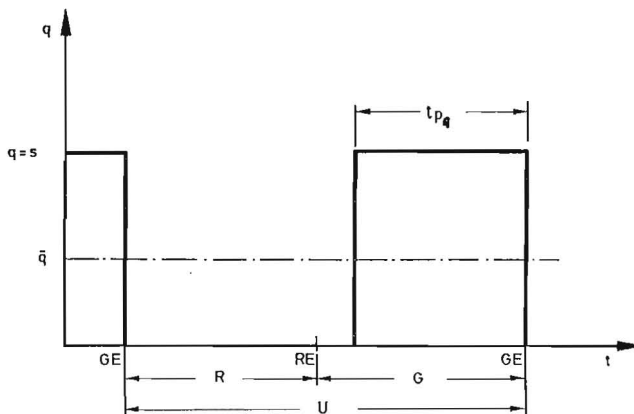


Abb. 4.2.3

Es wird jetzt der Extremfall einer "Grünen Welle" betrachtet: Während eines Teils der Grünzeit fließt der gesamte Verkehr mit der Sättigungsverkehrsstärke  $s$  zu, d.h.  $q_G=s$ ,  $p(m_G)=1$  und  $p(m_R)=0$ ,  $x \neq 1$  (vgl. Abb. 4.2.3). Dann ist nach Gl. 4.2.3

$$\begin{aligned} k_{R_{\text{pulk}}} &= \frac{[1 - (1 - q_G \cdot \bar{\tau})^2 - q_G^2 \cdot \sigma_r^2]}{(2 - x)} \cdot p(m_G) \\ &= \frac{[1 - (1 - s \cdot \bar{\tau})^2 - s^2 \cdot \sigma_r^2]}{(2 - x)} \\ &= \frac{2 \cdot s \cdot \bar{\tau} - (\bar{\tau}^2 + \sigma_r^2) \cdot s^2}{(2 - x)} \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

Der Reduzierungsfaktor ist

$$\begin{aligned} R_{\text{pulk}}^* &= 1 - k_{\text{pulk}} \\ &= 1 - \frac{2 \cdot s \cdot \bar{\tau} - (\bar{\tau}^2 + \sigma_r^2) \cdot s^2}{(2 - x)} \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

Verwendet man das gleiche Beispiel wie in Abs. 3.3 (vgl. Gl. 3.3ff) mit  $\bar{\tau}=1,6$  sec,  $\sigma_r^2=1,6^2/6=0,43$  sec<sup>2</sup> und  $s=0.5$  Fz/sec, dann erhält man den Reduzierungsfaktor bei der "extremen Grünene Welle"

$$R_{\text{pulk}}^* = 1 - \frac{0,85}{(2 - x)}$$

Weil im Bereich der Sperrzeit kein Verkehr zufließt, ist die Wartezeit erster Art  $W_I$  in diesem Fall gleich Null.

Für diesen Sonderfall ergibt sich die Wartezeit zu:

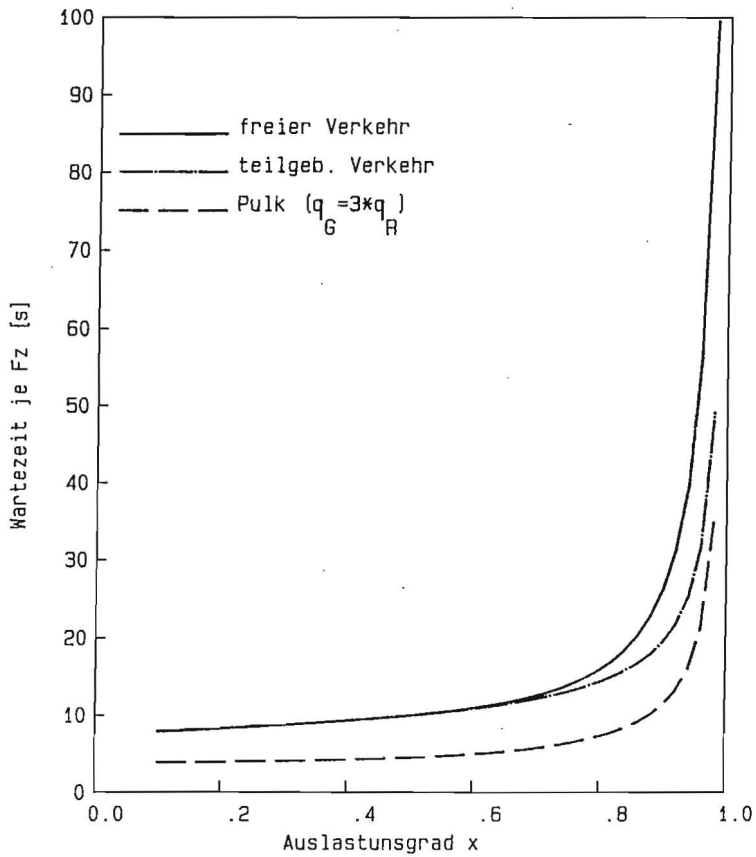
$$W = W_{II} = \frac{1}{q} \cdot N_{GE,f} \cdot R_{\text{pulk}}^* =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{q} \cdot \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} \\
&\quad \cdot \left[ 1 - \frac{2 \cdot s \cdot \bar{r} - (\bar{r}^2 + \sigma_r^2) \cdot s^2}{(2-x)} \right] \\
&= \frac{1}{q} \cdot \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2(1-x)} \cdot \left[ 1 - \frac{0,85}{(2-x)} \right] \\
&\hspace{15em} (4.2.8)
\end{aligned}$$



Abb. 4.2.4 Vergleich der Wartezeit

$$U = 60 \text{ sec} \quad G = 30 \text{ sec}$$



#### 4.3 Vorschlag für die näherungsweise Berechnung der Wartezeit bei instationärem Verkehr

Durch das bisher diskutierte Berechnungsverfahren ist es möglich, die Verkehrsvorgänge an Lichtsignalanlagen bis ins Detail rechnerisch zu beschreiben. Der mittels der Theorie der stochastischen Prozesse ermittelte Wahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge am Grün- und Rotende liefert eine präzise Darstellung der Verkehrszustände, sowohl bei stationären Bedingungen, bei instationären Bedingungen, bei freiem als auch bei teilgebundenem Verkehr. Allerdings ist eine solche Berechnung nur unter großem Aufwand an einer EDV-Anlage möglich. Ein derartiger Aufwand ist bei einer praktischen Anwendung kaum zu realisieren. Dieses Verfahren kann deshalb als eine theoretische Berechnungsmethode nur dazu dienen, im Rahmen einer wissenschaftlichen Untersuchung eine möglichst genaue Lösung für das Modell des Verkehrsablaufs an Lichtsignalanlagen zu ermöglichen. Im Hinblick auf die Genauigkeit ist dieser Ansatz anderen Methoden, z.B. den im folgenden diskutierten Näherungslösungen oder Monte-Carlo-Simulationen, überlegen.

In diesem Absatz wird nun ein Ansatz vorgeschlagen, mit dem die exakten Werte der mittleren Wartezeiten bei instationären Verhältnissen möglichst gut angenähert werden können. Ziel ist die Angabe einer Gleichung oder eines Systems von Gleichungen für diese Näherungslösung.

Die folgenden Überlegungen sind demnach weniger als zwingende analytische Herleitungen aufzufassen sondern eher als ein (im mathe-

matischen Sinn) pragmatischer Weg zu der gesuchten Näherung. Dies bedeutet: Selbstverständlich sind auch andere Wege zu einer Annäherung denkbar.

Zur näherungsweisen Ermittlung der Rückstaulänge und der mittleren Wartezeit an Lichtsignalanlagen bei instationärem Zufluß stehen bereits mehrere bekannte Verfahren zur Verfügung: Davon sind die Formeln von AKCELIK(1980), CATLING(1977) und KIMBER(1977) die bekanntesten. Die Akcelik-Formel ist eine sogenannte Low-Definition-Formel. D.h.: Die Verkehrsstärke wird im relativ langen Zeitabschnitten, z.B. 30 oder 60 Minuten als konstant

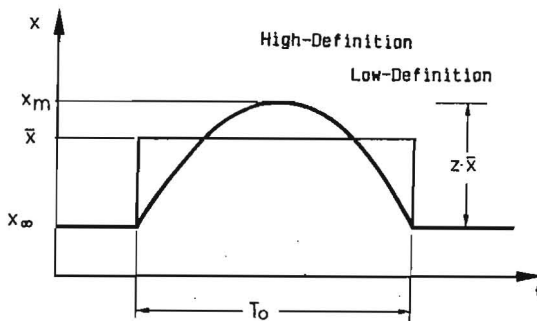


Abb. 4.3.0: Low-Definition-Annäherung einer Auslastung-Ganglinie

angesehen. Eine allmähliche Steigerung oder ein langsamer Abfall der Verkehrsstärke kann nicht berücksichtigt werden. Dadurch wird die Anwendung der Akcelik-Formel sehr einfach. Dies bringt zugleich einige Ungenauigkeiten mit sich.

Die Catling- und Kimber-Formel sind sogenannte High-Definition-Formeln. D.h.: Sie teilen die Ganglinie der Verkehrsstärke in mehrere Teilintervalle ein. Dadurch können sie übliche, typischerweise auftretende Ganglinien der Verkehrsstärke nachbilden. Diese Formeln lassen deswegen ein genaueres Ergebnis erwarten (Abb.4.3.0). Jedoch ist der Berechnungsaufwand für die Anwendung dieser Formeln trotz aller Vereinfachung sehr groß, sodaß für ihre Anwendung in der Praxis auch nur eine Berechnung an einer EDV-Anlage in Betracht kommt. Die Kimber-Formel beruht auf einem M/M/1-Warteschlangensystem, d.h. einem System mit der höchsten möglichen Zufälligkeit. Ihre Anwendbarkeit für die Zufahrten an Lichtsignalanlagen, die durch einen pauschalen Kennwert C erreicht werden soll, ist deswegen begrenzt. In folgenden werden nur die Akcelik-Formel und die Catling-Formel als Repräsentanten der Low- und High-Definition-Formel mit den theoretischen Werten verglichen.

In Abb. 4.1.3 und 4.1.3\* ist bereits ein Vergleich der oben genannten Formeln mit den theoretischen, mittels Markow'scher Ketten exakt berechneten, Ergebnissen dargestellt worden. Man erkennt, daß die Ergebnisse nach Catling geringfügig größer und die Ergebnisse nach Akcelik deutlich kleiner als die exakten Werte sind. Die Catling-Formel ergibt die relativ genaueren Werte. Diese liegen aber generell über den exakten theoretischen Werten. Dies wird dadurch verursacht, daß der bei der Berechnung der Wartezeit angewendeten Rückstau-Formel die nötige Genauigkeit fehlt. Die Ergebnisse nach der Akcelik-Formel liegen dagegen sehr stark unter den theoretischen Werten. Entscheidender Grund hierfür ist die Tatsache, daß eine

Verkehrsstärke-Ganglinie mit einer ausgeprägten Spitze (entsprechend der Realität) eine erheblich andere Rückstauentwicklung an einer Lichtsignalanlage ergibt als eine gemittelte Rechteck-Ganglinie (entsprechend Akceliks Voraussetzungen).

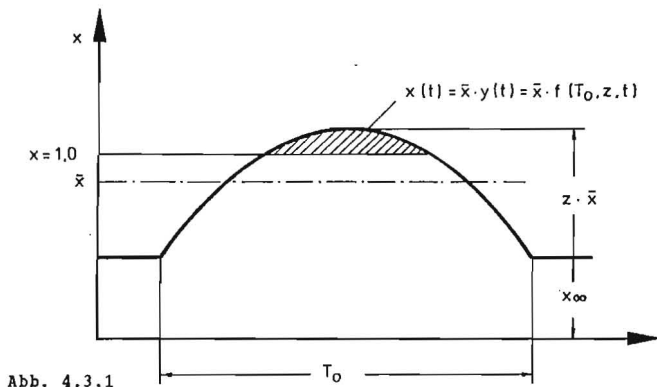


Abb. 4.3.1

Auf der Basis der hier durchgeführten theoretischen Überlegungen und numerischen Berechnungen wird eine neue Näherungsformel für die Ermittlung der mittleren Wartezeit an Lichtsignalanlagen vorgeschlagen. Diese Formel soll den einfachen Rechenaufwand der Low-Definition-Formel mit der großen Genauigkeit der High-Definition-Ansätze verbinden. Entscheidend dafür ist die Berücksichtigung der Verkehrsstärke-Ganglinien in der Spitzenstunde.

Betrachtet man einen beliebigen Ganglinientyp für den mittleren Verkehrsauslastungsgrad mit der Ganglinienlänge  $T_0$ , der Spanne  $z$  und dem durchschnittlichen mittlerem Verkehrsauslastungsgrad über die ganze Ganglinie  $\bar{x} = \frac{\bar{q}}{Q}$ , so ist

$$x(t) = \frac{q(t)}{Q} = \bar{x} \cdot y(t). \quad (\text{Abb.4.3.1})$$

mit

$\bar{x}$  = mittlerer Auslastungsgrad in Zeitintervall der Länge  $T_0$

$\bar{q}$  = mittlere Stärke des Zuflusses während des Zeitintervalls der Länge  $T_0$

$Q$  = maximal mögliche Abflußstärke während des Zeitintervalls der Länge  $T_0$

$y(t)$  = Einheitganglinie für den Typ der Funktion  $x(t)$  bzw.  $q(t)$

$x(t)$  = Ganglinie des Auslastungsgrades

$q(t)$  = Ganglinie des Zuflusses

Zur Herleitung einer Näherungsformel wird im Grundsatz der gleiche Ansatz gewählt, den auch Akcelik und Kimber benutzt haben: Es werden die beiden Fälle des stationären Zustands und des instationären Zustands (d.h. hier: mit beliebiger Überlastung) gegenübergestellt. Zwischen beiden wird ein asymptotischer Übergang als Näherungslösung für instationäre Verhältnisse mit begrenzter Dauer gesucht.

Nach Akcelik's Überlegung kann die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug bei instationärem Verkehr durch die mittlere Rückstaulänge des betrachteten Zeitintervalls ermittelt werden. Seine Formel für die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug lautet:

$$W = W_I + W_{II} \quad (4.3.0)$$

mit

$$W_I = \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} \quad \text{(1. Glied der Webster-Gleichung)}$$

und

$$W_{II} = \frac{1}{\bar{q}} \cdot \left[ N_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] - \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \cdot N_\infty \right] \quad x_\infty < \bar{x} \quad (4.3.1)$$

Diese Formel gilt für den Fall, daß die Rückstaulänge außerhalb des betrachteten Zeitintervalls der Länge  $T_0$  berücksichtigt wird. Die Zeichen in Gl. 4.3.1 bedeuten:

$N_\infty$  = Rückstaulänge außerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_0$

$x_\infty$  = Auslastungsgrad außerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_0$

Setzt man hier  $x_\infty = 0$  und  $N_\infty = 0$ , erhält man

$$W_{II} = \frac{1}{\bar{q}} \cdot N_0 \cdot \bar{x} = \frac{N_0}{\bar{q}} \quad (4.3.2)$$

Das erste Glied von Gl. 4.3.0  $W_I$  berücksichtigt die Wartezeit als Folge der während der Rotzeit anschwellenden und während der Grünzeit abnehmenden Rückstaulänge. Das zweite Glied  $W_{II}$  steht für die Berücksichtigung der Instationarität und der zeitweiligen Überlastung. (Herleitung siehe Anhang B)

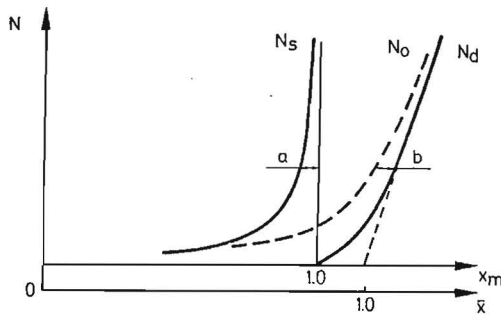


Abb. 4.3.2

Die Frage ist jetzt: Wie kann man die mittlere Rückstaulänge wäh-

rend des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  errechnen? Akcelik hat eine Methode verwendet, bei der die mittlere Rückstaulänge  $N_0$  durch eine Transformation (gleichmäßiger Übergang) zwischen dem Verlauf der stochastischen Rückstaulänge bei stationärem Verkehr  $N_s$  und dem Verlauf der deterministischen Rückstaulänge bei instationärem Verkehr  $N_d$  ermittelt wird. Der Ausgleich überbrückt den Bereich zwischen den beiden Extremfällen, der durch rein analytische Herleitung bisher nicht exakt zu beschreiben ist. Wie bei Akcelik und Kimber wird für diese Übergangsfunktion  $N_T$  angesetzt:

$$a \stackrel{!}{=} b$$

(vgl. Abb. 4.3.2, gesuchte Übergangsfunktion = unterbrochene Linie)

In der Abb. 4.3.2 wird die x-Achse mit  $x_m$  bezeichnet. Gemeint ist damit der maximale Auslastungsgrad während des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  (in Abb. 4.3.0  $x_m = x_{\max}$ ). Sobald  $x_m$  den Wert  $x_m = 1$  übersteigt, tritt die deterministische mittlere Rückstaulänge  $N_d$  bei instationärem Verkehr auf und zugleich strebt die stochastische Rückstaulänge  $N_s$  bei stationärem Verkehr gegen unendlich (vgl. Abb. 4.3.2). Weil als stochastische mittlere Rückstaulänge bei stationärem Verkehr die mittlere Reststaulänge am Grünende aufgefaßt wird, kann hier für  $N_s$  Miller's Formel für stationären Verkehr (steady-state-Strom) angewendet werden (Miller, 1968, vgl Gl. 3.0.8). D.h.:

$$N_s = \frac{\exp[-1.33 \cdot \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)} / x]}{2(1-x)} \quad (4.3.3)$$

Eine Näherungsdarstellung dieser Formel ist (ebenfalls nach MILLER):



$$N_s = \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (x - x_0)}{1 - x} & \text{für } x > x_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.4)$$

mit

$$x_0 = 0,67 + \frac{s \cdot G}{600}$$

Für den hier betrachteten Fall bedeutet diese Formel:

$$N_{s,m} = \frac{\exp[-1,33 \cdot \sqrt{s \cdot G} \cdot (1 - x_m) / x_m]}{2(1 - x_m)} \quad (4.3.3^*)$$

$$\approx \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (x_m - x_{0,m})}{1 - x_m} & \text{für } x_m > x_{0,m} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.4^*)$$

mit

$$x_{0,m} = 0,67 + \frac{s \cdot G}{600}$$

Index m bedeutet, daß hier die Variable x auf  $x_{\max}$  bezogen ist.

Die mittlere deterministische Reststaulänge während des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  ergibt sich durch die Integration aller Reststaulängen im Bereich  $x(t) > 1$  geteilt durch die Zeit  $T_0$ . In dem Bereich der Ganglinie, in dem während des Zeitintervalls der Länge  $T_0$   $x(t) > 1$  ist, tritt systematisch ein Rückstau auf, der nicht im selben Umlauf bei Grünende wieder abgebaut werden kann. Bei rein deterministischer Betrachtungsweise, d.h. ohne die Berücksichtigung einer zufälligen Ankunftsverteilung, beträgt die Rückstaulänge am Ende eines Umlaufs, der in das Zeitintervall der Länge  $T_0$  fällt:

$$N_d(t) = \int_{t_u}^t n_d(t) dt$$

mit

$$n_d(t) = \begin{cases} q(t) - Q = (x(t) - 1) \cdot Q & \text{für } q(t) > Q \text{ oder } x(t) > 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} (\bar{x} \cdot y(t) - 1) \cdot Q & \text{für } q(t) > Q \text{ oder } x(t) > 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$t$  = Zeitpunkt am Ende eines Umlaufs

$t_u$  = Untergrenze des Zeitintervalls der Länge  $T_o$

Somit ist die mittlere deterministische Rückstaulänge während des Zeitintervalls der Länge  $T_o$ :

$$N_d = \frac{1}{T_o} \int_{t_u}^{t_u + T_o} N_d(t) \cdot dt$$

$$= \frac{1}{T_o} \int_{t_u}^{t_u + T_o} \left\{ \int_{t_u}^t n_d(t) \cdot dt \right\} dt \quad (4.3.5)$$

Wenn man den Auslastungsgrad während des Zeitintervalls der Länge  $T_o$  als konstant betrachtet, (d.h.  $x(t) \equiv \bar{x}$  und  $x_m = \bar{x}$  wie bei der Akcelik-Formel), dann ist

$$N_d = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot (\bar{x} - 1) \cdot Q \cdot T_o & \text{für } \bar{x} > 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.6)$$

$$N_s = \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (\bar{x} - x_o)}{1 - \bar{x}} & \text{für } \bar{x} > x_o \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.7)$$

Als Transformationsfunktion kann in diesem Sonderfall ebenso wie bei Akcelik angesetzt werden:

$$N_T = N_O = \begin{cases} \frac{Q \cdot T_O}{4} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x})^2 + \frac{12(\bar{x} - x_O)}{Q \cdot T_O}} \right] & x < x_O \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.8)$$

Weil nach der Konvention der Verkehrsablauf nicht mit dem maximalen Auslastungsgrad  $x_m$  innerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_O$  beschrieben wird, sondern mit dem mittleren Auslastungsgrad  $\bar{x}$  über das ganze Zeitintervall der Länge  $T_O$ , ist hier eine Koordinatensystem-Transformation über die x-Achse notwendig, um die nachfolgenden Formeln nur mit  $\bar{x}$  beschreiben zu können. In Abb. 4.3.3 sind beide Koordinatensysteme dargestellt (in der Abb. 4.3.3 ist  $x_m$  durch  $\bar{x}'$  ersetzt worden. Die Beziehung zwischen den beiden Koordinatensystemen kann durch den Faktor  $k_k$  ausgedrückt werden (vgl. Abb. 4.3.0):

$$k_k = \frac{x_{\max}}{\bar{x}}$$

mit

$x_{\max}$  = maximaler Auslastungsgrad bei einer Ganglinie mit der mittlerem Auslastungsgrad  $\bar{x}$  über das Zeitintervall der Länge  $T_O$

$\bar{x}$  = mittlerer Auslastungsgrad über das Zeitintervall der Länge  $T_O$

Bei einem vorgewählten Ganglinientyp ist das Verhältnis  $x_{\max}/\bar{x}$  nur von der Ganglinien-Spanne  $z$  abhängig. Das Verhältnis hängt nicht

von  $\bar{x}$  ab. Demnach ist die Schreibweise sinnvoll

$$k_k = k_k(z) = \frac{x_{\max}}{\bar{x}}$$

Weil an der Stelle  $\bar{x}' = 1$  aufgrund der Vorgabe für die Koordinatentransformation gelten soll (vgl. Abb. 4.3.3)  $\bar{x} = x_1$ , gilt

$$k_k = k_k(z) = \frac{x_{\max}}{\bar{x}} = \frac{1}{x_1}$$

$x_1$  ist damit derjenige mittlere Auslastungsgrad über das Zeitintervall der Länge  $T_0$ , von dem ab die Ganglinie  $x(t)$  gerade den Wert  $x = 1.0$  (entspricht  $\bar{x}' = x_m = 1$ ) übersteigt. Damit ist auch  $x_1$  allein als Funktion der Spanne  $z$  darstellbar:

$$x_1 = \frac{\bar{x}}{x_{\max}} = f(z)$$

Dann ist

$$N_{s,m} = N'_s = N_s$$

$$= \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (\bar{x}' - x'_0)}{1 - \bar{x}'} & \text{für } \bar{x}' > x'_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (\bar{x}/x_1 - x'_0/x_1)}{1 - \bar{x}/x_1} & \text{für } \bar{x} > x_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.9)$$

mit

$$\bar{x}' = \bar{x}/x_1$$

$$x'_0 = x_0/x_1$$

Es wird nochmal betont:  $x_1$  ist derjenige mittlere Auslastungsgrad über das Zeitintervall der Länge  $T_0$  (im Koordinatensystem  $\bar{x}$ ), von dem ab die Ganglinie  $x(t)$  gerade den Wert  $x=1.0$  (entspricht  $\bar{x}=x_m=1$ ) übersteigt (vgl. Abb. 4.3.0).  $x_1$  hängt somit auch vom Typ der Ganglinie  $y(t)$  ab. D.h. durch die Berücksichtigung der Ganglinienform tritt bereits im Zeitintervall  $x_1 < \bar{x} < 1$  ein deterministischer Rückstau auf. Bei Akcelik's und Kimber's Low-Definitin-Herleitungen wird ein derartiger Rückstau dagegen erst ab  $\bar{x} > 1$  berücksichtigt (vgl. z.B. Akcelik, 1980, Abb 7-9, jeweils oben; Kimber, Hollis, 1979, Fig.6).

Analog zum Auslastungsgrad  $x_1$  wird definiert:

$$x_2 = \frac{\bar{x}}{x_\infty}$$

mit

$\bar{x}$  = mittlerer Auslastungsgrad im Zeitintervall der Länge  $T_0$

$x_\infty$  = Auslastungsgrad nach dem Zeitintervall der Länge  $T_0$

(vgl. Abb. 4.3.0)

Es wird angenommen, daß  $x_\infty$  konstant über die Zeit ist. Außerdem muß  $x_\infty < 1$  sein. Im Bereich  $x_\infty > 1$  wäre die Problematik Instationarität nicht mehr sinnvoll, weil der in dem Zeitintervall der Länge  $T_0$  gebildete Rückstau keine Möglichkeit mehr hätte, sich wieder abzubauen. Dies bedeutet: ab  $x_\infty = 1$  und damit für mittlere Auslastungsgrade  $\bar{x} > x_2$  geht die mittlere Rückstaulänge über in die deterministische Rückstaulänge (vgl. Abb. 4.3.3).  $x_2$  ist somit ein charakteristischer Wert auf der Skala der Auslastungsgrade. Es gilt

$$x_1 < \bar{x} < x_2 < x_m.$$

Theoretisch kann jetzt eine Transformationsfunktion der mittleren

Rückstaulänge  $N_T$  zwischen  $N_S$  (Gl. 4.3.4\*) und  $N_d$  (Gl. 4.3.5) ermittelt werden. Dies ist aber sehr schwierig, weil die Funktion der mittleren deterministischen Rückstaulänge  $N_d$  (Gl. 3.4.5) je nach Ganglinientypen verschieden und in jedem Fall sehr kompliziert ist. Deswegen sind hier einige Vereinfachungen notwendig, um eine für praktische Anwendungen handliche Formel herzuleiten.

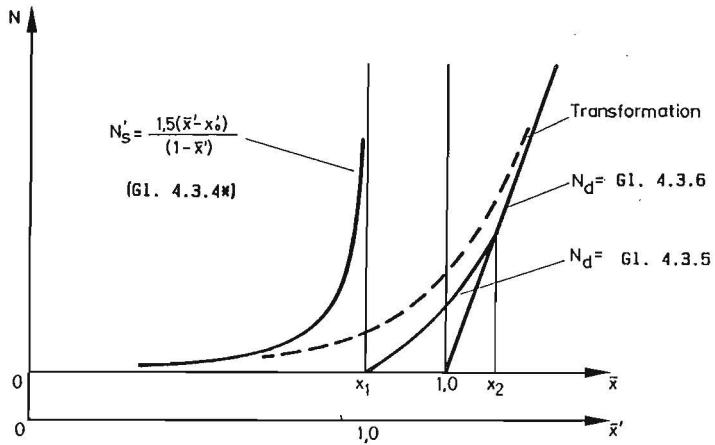


Abb. 4.3.3

Zur Herleitung einer weiteren Vereinfachung betrachten wir Abb. 4.3.3. Darin wird der gekrümmte Funktionsverlauf für  $N_d$  durch eine angepaßte Näherungsgerade  $N_d^*$  ersetzt (Abb. 4.3.4).

Wie in Abb. 4.3.4 gezeigt, ist die Näherungsgerade durch die zwei Punkte  $(x_1^*, y_1)$  und  $P(x_2^*, y_2)$  bestimmt. Die Koordinaten der beiden Punkte sind:

$$y_1 = y_{x=x_1^*} = 0$$

$$y_2 = y_{x=x_2^*} = (x_2^* - 1) \cdot Q \cdot T_0 / 2$$

(Anwendung von Gl. 4.3.6)

Mit dieser Definition wird - ebenso wie zuvor gezeigt - eine Koordinatentransformation vorgenommen. Durch sie soll erreicht werden (vgl. Abb. 4.3.4):  $x_m (=x^*) = 1$  geht über in  $\bar{x} = x_1^*$ . Das Verhältniss der Werte auf den beiden Abszissen lautet dann

$$k_k^* = \frac{x_{\max}^*}{\bar{x}} = \frac{1}{x_1^*}$$

bzw.

$$\bar{x}' = x_{\max} = \frac{\bar{x}}{x_1^*}$$

Somit ist analog zu Gl. 4.3.9

$$N'_S = N_S = \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (\bar{x}' - x'_0)}{1 - \bar{x}'} & \text{für } \bar{x}' > x'_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.14)$$

$$= \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (\bar{x}/x_1^* - x_0/x_1^*)}{1 - \bar{x}/x_1^*} & \text{für } \bar{x} > x_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

In Anwendung der Geradengleichung zwischen den Punkten  $(x_1^*, 0)$  und  $(x_2^*, y_2^*)$  ergibt sich für die Funktion  $N_d^*$  in Abb. 4.3.4:

$$N'_d = N_d = \frac{1}{2} \cdot (\bar{x} - x_1^*) \cdot Q \cdot T_0 \cdot \frac{(x_2^* - 1)}{(x_2^* - x_1^*)} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (\bar{x}' - 1) \cdot Q \cdot T_o \cdot \frac{(x_2^* - 1)}{(x_2^*/x_1^* - 1)} \quad \text{für } \bar{x} < x_2^* \quad (4.3.15)$$

mit

$$\bar{x}' = \bar{x}/x_1^*$$

$$x_o' = x_o/x_1^*$$

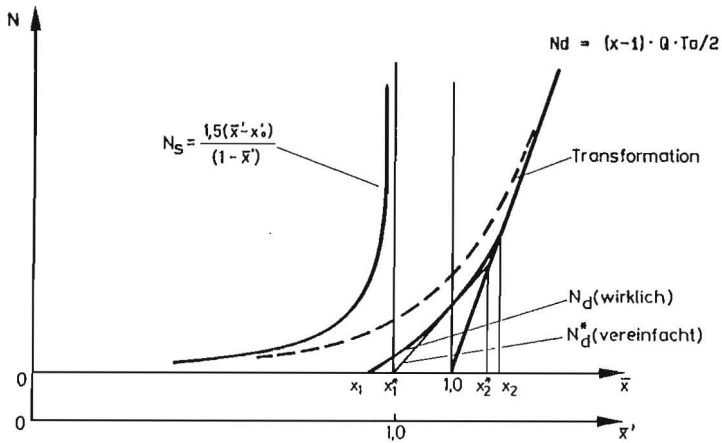


Abb.4.3.4

Vergleicht man jetzt Gl. 4.3.6, Gl. 4.3.7 mit Gl. 4.3.14, Gl. 4.3.15, so stellt man fest, daß die beiden Funktionsgruppen dieselben Formen haben. Demnach ergibt sich hier auch eine Übergangsfunktion der Form nach Gl. 4.3.8. Ersetzt man in Gl. 4.3.8  $\bar{x}$  durch  $\bar{x}' = \bar{x}/x_1^*$  und  $T_o$  durch  $T_o' = T_o \cdot (x_2^* - 1)/(x_2^*/x_1^* - 1)$ , dann erhält man:



$$N_T = N_O = \begin{cases} \frac{Q \cdot T'_O}{4} \cdot \left[ \bar{x}' - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x}')^2 + \frac{12(\bar{x}' - x'_O)}{Q \cdot T'_O}} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x'_O \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(4.3.16)

Die Gl. 4.3.16 gilt aber nur für ein  $\bar{x}$  im Bereich  $\bar{x} < x_2^*$ . Wenn  $\bar{x}$  über  $x_2^*$  steigt, gilt die deterministische Rückstauformel:

$$\begin{aligned} N_d' = N_d &= \frac{1}{2} \cdot (\bar{x} - 1) \cdot Q \cdot T_O \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( \bar{x}' - \frac{1}{x_1^*} \right) \cdot x_1^* \cdot Q \cdot T_O \end{aligned} \quad (4.3.17)$$

Dann ist das Transformationsergebnis:

$$\begin{aligned} N_T = N_O &= \begin{cases} \frac{Q \cdot T_O \cdot x_1^*}{4} \cdot \left[ \bar{x}' - \frac{1}{x_1^*} + \sqrt{\left( \frac{1}{x_1^*} - \bar{x}' \right)^2 + \frac{12(\bar{x}' - x'_O + 1/x_1^* - 1)}{Q \cdot T}} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x_O \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ &= \begin{cases} \frac{Q \cdot T_O}{4} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x})^2 + \frac{12(\bar{x} - x_O + x_1^* - 1)}{Q \cdot T_O}} \right] & \begin{matrix} \bar{x} > x_O \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

(4.3.18)

Die durchschnittliche mittlere Wartezeit über den ganz Zeitraum  $T_O$  ist dann nach Gl. 4.3.1 zu ermitteln.

Durch die oben geführte Diskussion ist festgestellt, daß eine Transformation für instationären Verkehr möglich ist, auch wenn eine kontinuierlich veränderliche Form der Ganglinie berücksichtigt wird. Die von der Form der Ganglinie abhängigen Parameter sind  $T_O$ ,  $x_1^*$  und

$x_2^*$ . Solche Parameter können durch die vorgegebene Ganglinienform ermittelt werden.

In Abb. 4.3.5 werden die in Abb. 4.3.4 dargestellten Parameter  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_1^*$  und  $x_2^*$  nach ihren Bedeutung noch einmal veranschaulicht. Betrachtet man eine Ganglinie mit  $x(t) = \bar{x} \cdot y(t)$ , so sind alle Parameter allein von der Form der Ganglinie bestimmt. Alle Parameter können durch die Spanne  $z$  der Ganglinie ausgedrückt werden.

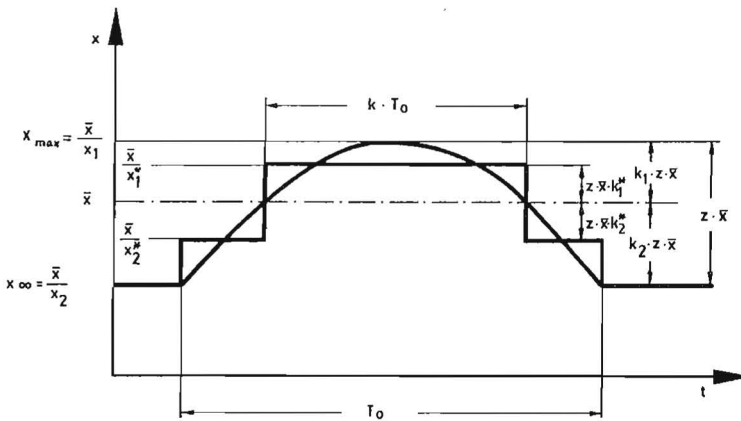


Abb. 4.3.5

Die in Abb. 3.3.4 eingeführte Näherungsgerade  $N_d^*$  ist gleichbedeutend mit der Repräsentation der gekrümmten Ganglinie durch eine treppenartige Ganglinie (Abb. 4.3.5). Diese Näherungsgerade wird so gewählt, daß die Funktion  $N_d^*$  an dem Punkt  $\bar{x}=1$  die Funktion  $N_d$  tangiert (vgl. Abb. 4.3.4). Eine andere Wahl der Funktion  $N_d^*$  wäre auch möglich, z.B. eine Gerade durch die Punkte  $(x_1, 0)$  und  $(x_2, y|_{x=x_2})$ . Dies bedeutet zugleich, daß die gekrümmte wirkliche Ganglinie und

die vereinfachte treppenartige Ganglinie sich genau bei dem Punkt  $x = \bar{x}$  schneiden.  $x_1^*$ - und  $x_2^*$ -Wert können dann nach der Maßgabe ermittelt werden, daß die Summe der Flächen über (bzw. unter) der Linie  $x = \bar{x}$  in der gekrümmten Ganglinie und der treppenförmigen Annäherung gleich sind. Die gesuchten Parameter sind somit:

$$x_1 = \frac{\bar{x}}{x_{\max}} = \frac{1}{1+k_1 \cdot z}$$

$$x_2 = \frac{\bar{x}}{x_{\infty}} = \frac{1}{1-k_2 \cdot z}$$

$$x_1^* = \frac{\bar{x}}{\bar{x}/x_1^*} = \frac{1}{1+k_1^* \cdot z}$$

$$x_2^* = \frac{\bar{x}}{\bar{x}/x_2^*} = \frac{1}{1-k_2^* \cdot z}$$

Die entsprechenden  $x_1^-$ ,  $x_2^-$ ,  $x_1^*$  und  $x_2^*$ -Werte für sämtliche hier vorgeschlagenen Ganglinienformen sind in Tab. 4.3.1 eingetragen.

Tab. 4.3.1

| Gln. Form | $k_1$         | $k_2$         | $k_1^*$       | $k_2^*$       | $x_1$                     | $x_2$                     | $x_1^*$                    | $x_2^*$                    | k     |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-------|
| Parabel   | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{9}$ | 0,31          | $\frac{1}{1+1/3 \cdot z}$ | $\frac{1}{1-2/3 \cdot z}$ | $\frac{1}{1+2/9 \cdot z}$  | $\frac{1}{1-0,31 \cdot z}$ | 0,582 |
| Cos       | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0,32          | 0,32          | $\frac{1}{1+1/2 \cdot z}$ | $\frac{1}{1-1/2 \cdot z}$ | $\frac{1}{1+0,32 \cdot z}$ | $\frac{1}{1-0,32 \cdot z}$ | 0,5   |
| Gerade    | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{1+1/2 \cdot z}$ | $\frac{1}{1-1/2 \cdot z}$ | $\frac{1}{1+1/4 \cdot z}$  | $\frac{1}{1-1/4 \cdot z}$  | 0,5   |

(vgl. Abb. 4.1.1 und 4.3.5)

Die auf diese Weise bestimmten  $x_1^*$ - und  $x_2^*$ -Werte, sowie die durch  $x_1^*$  und  $x_2^*$  charakterisierten Geraden zur näherungsweisen Darstellung der deterministischen Reststaulänge bewirken, daß die tatsächliche

Ganglinie durch eine Treppenlinie ersetzt wird. Die Randbedingung, daß die Flächengröße über und unter  $x=\bar{x}$  durch die Umformung nicht verändert wird, gewährleistet, daß die vereinfachten Transformationsergebnisse der Gl. 4.3.16 und Gl. 4.3.18 in der Nähe von  $\bar{x}=1$  sich von der tatsächlichen Transformationfunktion  $N_T$  nur geringfügig unterscheiden, weil an dem Punkt  $\bar{x}=1$  die reale Kurve  $N_d$  und die Approximationsgerade  $N_d^*$  einander tangieren. Diese Eigenschaft der neuen Transformationsformel erlaubt ihre Verwendung bei der Leistungsfähigkeitsberechnung unter instationärem Verkehr, vor allem im Bereich eines Auslastungsgrades der Signalzufahrt in der Größenordnung von  $x = 1$  - einer Größenordnung, die in der Praxis heute vielfach für Spitzenstunden angestrebt wird.

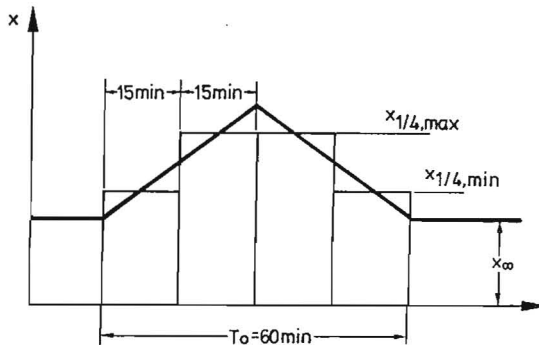


Abb. 4.3.7

Es wurde in Zusammenhang mit Tabelle 4.3.1 über die Bestimmung der Parameter der theoretischen Ganglinien diskutiert. Dabei sind die Ganglinien auf einige mathematische Standardformen eingeschränkt

worden. In der Praxis können die durch Verkehrszählungen ermittelten Verkehrsganglinien durch eine Regression an eine Standardganglinienform angepaßt werden. Dies ist jedoch für die Praxis eine ungeeignete Vorgehensweise. Wenn z.B. nur die vier viertelstündigen Auslastungsgrade der Spitzenstunde  $x_{1/4}$  bekannt sind - wie dies in der Praxis häufig der Fall ist - können die für die weitere Berechnung notwendigen Parameter  $x_1^*$  und  $x_2^*$  direkt ermittelt werden: Betrachtet man die Spitzenstunde als eine zentralsymmetrische Ganglinie mit  $T_0 = 60 \text{ min}$  (Abb. 4.3.7), so ist

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{4} \sum x_{1/4} \\ x_1^* &= \frac{\bar{x}}{x_{1/4, \max}} \\ x_2^* &= \frac{\bar{x}}{x_{1/4, \min}} = \frac{\bar{x}}{2 \cdot \bar{x} - x_{1/4, \max}}\end{aligned}$$

wobei  $x_{1/4, \max}$  die beiden größeren,  $x_{1/4, \min}$  die beiden kleineren viertelstündigen Auslastungsgrade sind. Wenn die betrachtete Ganglinie der Spitzenstunde asymmetrisch ist, werden der Mittelwert der beiden größeren  $x_{1/4}$  als  $x_{1/4, \max}$ , der Mittelwert der beiden kleineren  $x_{1/4}$  als  $x_{1/4, \min}$  verwendet. Wenn der Auslastungsgrad außerhalb der Spitzenstunde  $x_\infty$  auch bekannt ist, erhält man direkt

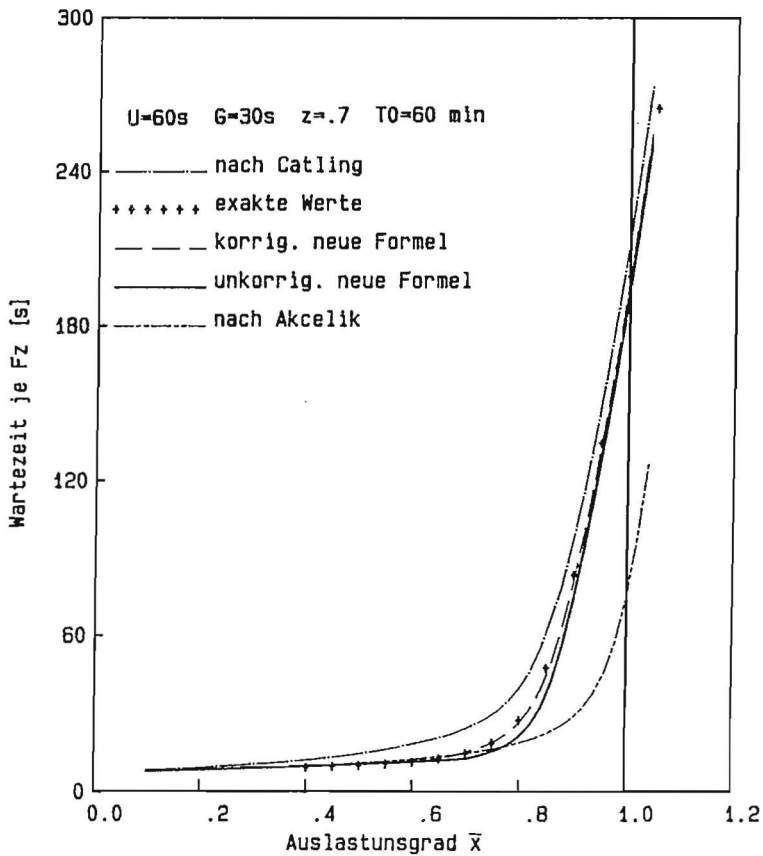
$$x_2 = \frac{\bar{x}}{x_\infty}$$

Andernfalls ist die Ganglinie als eine Geradenkombination anzunehmen, dann ist

$$x_2 = \frac{\bar{x}}{x_\infty} = \frac{\bar{x}}{2 \cdot (x_{1/4, \max} - \bar{x})}$$

Die hier entwickelte Näherungslösung ist mit der exakten Lösung

Abb. 4.3.8 mittlere Wartezeit bei instationärem Verkehr  
nach verschiedenen Ansätzen mit  
 $U = 60s$ ,  $G = 30s$ ,  $z = 0.7$  und  $T_0 = 60 \text{ min}$



verglichen worden. Zum Vergleich sind auch die Formeln von Catling und Akcelik herangezogen worden. Abb. 4.3.8 zeigt an einem Beispiel diesen Vergleich. Verwendet wurde als Ganglinie eine Parabel. Es zeigt sich, daß die neue Näherungsformel die exakte Lösung mit Markow-Ketten besser annähert als die Formeln von Catling und Akcelik. Die durch die neue entwickelte Formel errechneten Werte sind allerdings im Bereich  $0,8 < \bar{x} < 0,9$  immer noch niedriger als die exakten Werte, weil die gewählte Approximationsgerade in diesem Bereich unter der ersetzten realen Kurve liegt (Abb. 4.3.4).

Tab. 4.3.2

| Spanne z | G  | nach Catling | nach Akcelik | unkorr. neue Formel | korrig. neue Formel |
|----------|----|--------------|--------------|---------------------|---------------------|
| 0.5      | 20 | 14.06        | 40.94        | 5.90                | 4.10                |
|          | 30 | 11.72        | 40.29        | 4.37                | 2.79                |
| 0.7      | 20 | 13.96        | 60.95        | 7.23                | 3.09                |
|          | 30 | 12.83        | 59.46        | 5.33                | 2.23                |
| 0.9      | 20 | 14.02        | 83.66        | 9.30                | 2.70                |
|          | 30 | 16.98        | 79.06        | 7.77                | 3.44                |
| zusammen |    | 13.14        | 59.02        | 6.41                | 2.92                |

Vergleich der Reststreuungen verschiedener Wartezeitformeln zu den exakten Werten in sec

Diese Abweichung ist zu korrigieren, indem in Gl. 4.3.16 und 4.3.18  $x'_0$  durch  $x_0$  ersetzt werden ( $x_0 = 0.67 + s \cdot G/600$ ,  $x'_0 = x_0/x_1^*$ ,  $x_0 < x'_0$ ). D.h.: Bei Gl. 4.3.14 wird  $x'_0$  auf  $x_0$  herabgesetzt. Dies führt zu einer Erhöhung der  $N_s$ -Werte und damit auch einer Erhöhung der  $N_0$ -Werte, vor allem im Bereich  $x_0 < \bar{x} < 1$ . Die Ergebnisse sind dann viel genauer (Abb. 4.3.8, Tab. 4.3.2, und weiterer Vergleich in Abb.

4.4.11, 4.4.12).

Die mittlere Reststaulänge lautet jetzt:

$$N_0 = \begin{cases} \frac{Q \cdot T'_0}{4} \cdot \left[ \bar{x}' - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x}')^2 + \frac{12(\bar{x}' - x_0)}{Q \cdot T'_0}} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x_0 \\ \bar{x} < x_2^* \end{matrix} \\ \frac{Q \cdot T_0}{4} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x})^2 + \frac{12[(1 - x_0) \cdot x_1^* - (1 - \bar{x})]}{Q \cdot T_0}} \right] & \begin{matrix} \bar{x} > x_0 \cdot x_1^* \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(4.3.18<sup>\*</sup>)

mit

$$x_0 = 0,67 + \frac{s \cdot G}{600}$$

Zum Vergleich wurden die verschiedenen Näherungsformeln auch rechnerisch der exakten Lösung für die mittlere Wartezeit gegenübergestellt. Dazu wurde die Reststreuung an jeweils 30 Stützstellen ermittelt. In Tabelle 4.3.2 ist als Ergebnis diese Reststreuung dargestellt (Einheit: sec). Die Tabelle gilt für eine Parabel-Ganglinie mit  $U = 60$  sec. Die Spanne  $z$  ist von 0.5 bis 0.9 variiert. Es ist erkenntbar, daß die neue Formel bereits deutlich genauer ist als Catling's Formel. Mit der zuvor genannten Korrektur wird der Fehler vernachlässigbar gering (rechte Spalte). Der mittlere Fehler der mittleren Wartezeit wird dann kleiner als 3 sec. Akcelik's Formel erweist sich auch in diesem Vergleich als unzureichend.

Analog kann auch die maximale Reststaulänge am Ende des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  transformiert werden (vgl. Abb. 4.3.9):



Weil

$$N'_{m_d} = \begin{cases} (\bar{x}'-1) \cdot Q \cdot T'_0 & \text{für } \bar{x} < x_2^* \\ (\bar{x}-1) \cdot Q \cdot T_0 & \text{für } \bar{x} > x_2^* \end{cases} \quad (4.3.19)$$

und

$$N'_{m_s} = \begin{cases} \frac{1,5 \cdot (\bar{x}' - x'_0)}{1 - \bar{x}'} & \text{für } \bar{x}' > x'_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.19^*)$$

Dann ist die transformierte maximale Reststaulänge

$$N_m = \begin{cases} \frac{Q \cdot T'_0}{2} \cdot \left[ \bar{x}' - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x}')^2 + \frac{6(\bar{x}' - x'_0)}{Q \cdot T'_0}} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x'_0 \\ \bar{x} < x_2^* \end{matrix} \\ \frac{Q \cdot T_0}{2} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x})^2 + \frac{6[(1 - x_0) \cdot x_1^* - (1 - \bar{x})]}{Q \cdot T_0}} \right] & \begin{matrix} \bar{x} > x_0^* \cdot x_1^* \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.3.20)$$

Die maximal mögliche mittlere Wartezeit in dem Umlauf am Ende des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  lautet dann:

$$W_m = W_I + \frac{N_m}{Q}$$

Der Unterschied zwischen der durchschnittlichen Wartezeit und der maximal möglichen Wartezeit ist in Abb. 4.3.10 leicht zu erkennen. Die maximale Reststaulänge  $N_m$  (bzw. die maximale Wartezeit) ist in der Größenordnung knapp das Zweifache der mittlern Reststaulänge  $N_0$  (bzw. der mittleren Wartezeit). Die maximale Rückstaulänge am Rotende ist dann näherungsweise

$$N_{mR} = N_m + \bar{q} \cdot R \quad (4.3.21)$$

In Abb. 4.3.9 sind zur Verdeutlichung der verschiedenen Ansätze den Ablauf der Rückstaulänge nochmals dargestellt.

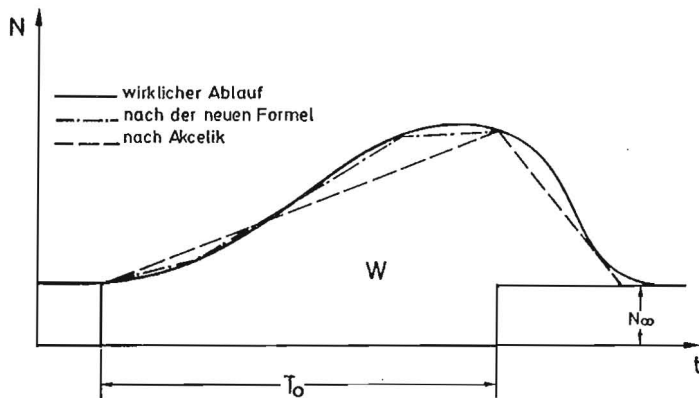


Abb. 4.3.9 Vergleich der Ganglinie des mittleren Reststaus nach der High- und der Low-Definitionsformel sowie nach der hier entwickelten Formel

Abb. 4.3.10 durchschnittliche und maximale Wartezeit im  
Zeitraum  $T_0$

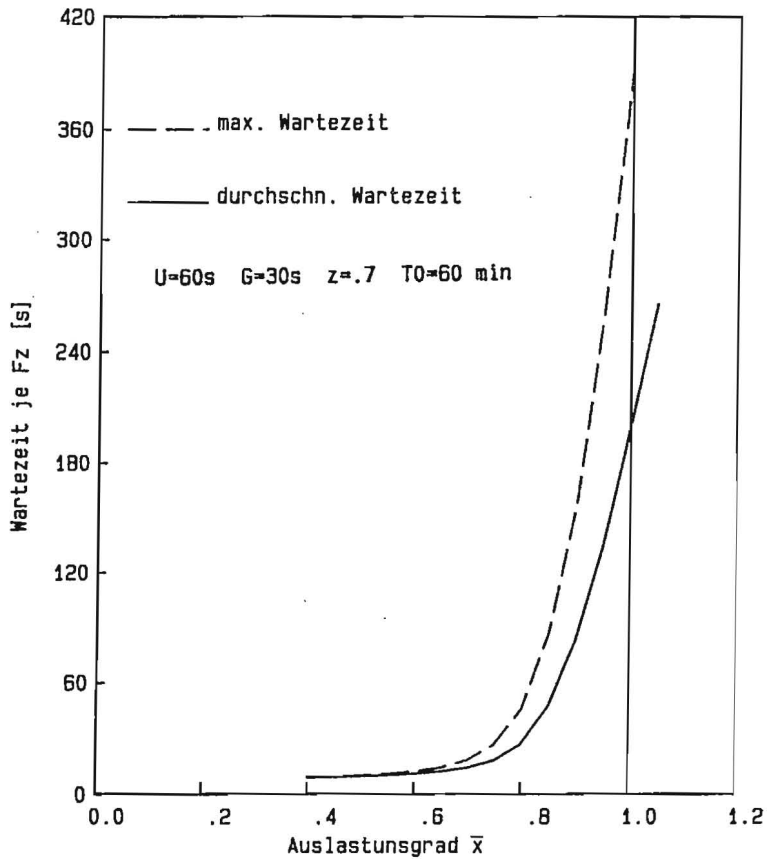


Abb. 4.3.11 :

Vergleich der Wartezeiten nach der neuen Formel

(Gl. 4.3.0,  $N_0$  nach Gl. 4.3.18<sup>\*</sup>)

und der Berechnung aus der Markow-Kette (exakte Werte)

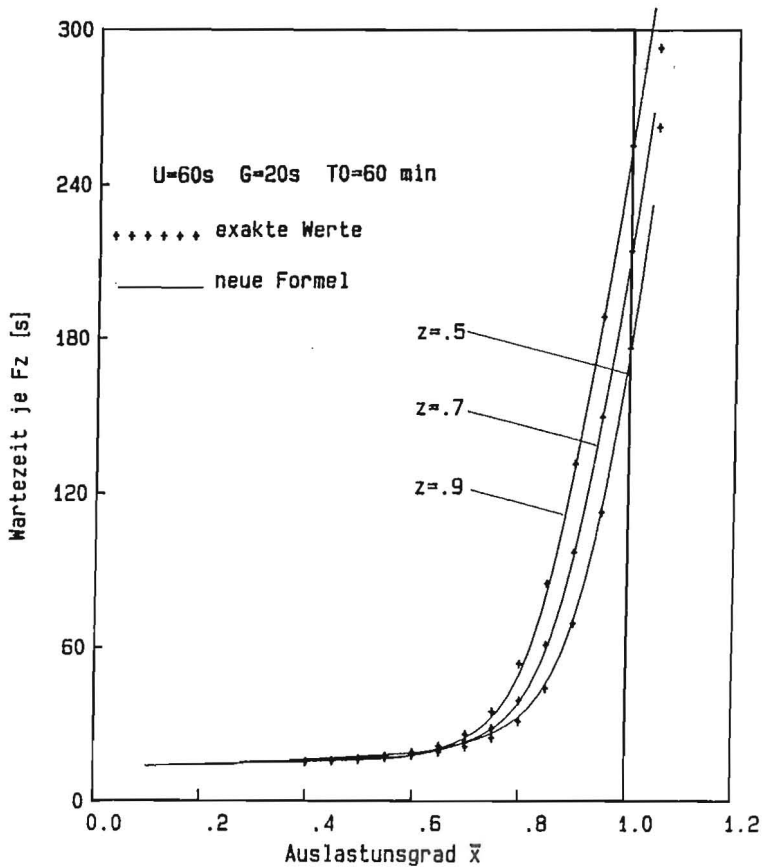
 $U=60$  sec,  $G=20$  sec,  $T_0=60$  min

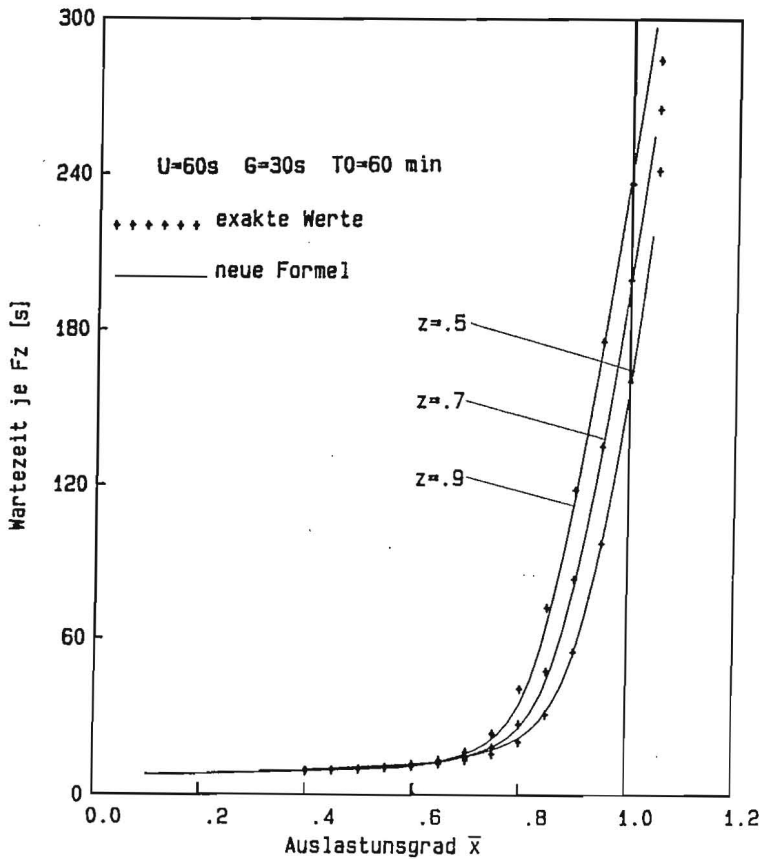
Abb. 4.3.12:

Vergleich der Wartezeiten nach der neuen Formel

(Gl. 4.3.0,  $N_0$  nach Gl. 4.3.18\*)

und der Berechnung aus der Markow-Kette (exakte Werte)

$U = 60 \text{ sec}$ ,  $G=30 \text{ sec}$ ,  $T_0=60 \text{ min}$



## 4.4 Instationarität und Teilgebundenheit

Wenn man eine Ganglinie der mittleren Verkehrsstärke bzw. des Verkehrsauslastungsgrades durch eine mathematische Funktion charakterisiert, ist die Marco-Instationarität dieser Ganglinie allein von den Typ der Funktion und deren Spanne  $z$  bestimmt. In Abb. 4.3.5 erkennt man, daß  $x_1^*$ ,  $x_2^*$  allein durch  $z$  ermittelt werden können. Die Tendenz ist: Je größer  $z$  ist, desto kleiner sind die  $x_1^*$  und desto größer sind die  $x_2^*$ -Werte (vgl. auch Tab. 4.3.1).

Setzt man

$$k_x = (1+k_1^* \cdot z)$$

$$k_T = \frac{k_2^*}{k_2^* + k_1^*}$$

dann ist

$$\bar{x}' = \bar{x} / x_1^* = \bar{x} \cdot (1+k_1^* \cdot z) = \bar{x} \cdot k_x$$

und

$$T_o' = T_o \cdot \frac{(x_2^* - 1)}{(x_2^* / x_1^* - 1)} = T_o \cdot \frac{\frac{1}{1-k_2^* \cdot z} - 1}{\frac{1+k_1^* \cdot z}{1-k_2^* \cdot z} - 1} = T_o \cdot \frac{k_2^*}{k_2^* + k_1^*} = T_o \cdot k_T$$

wobei  $k_1^*$ ,  $k_2^*$  die Charakterisierungsfaktoren sind, durch die die  $x_1^*$  und  $x_2^*$ -Werte bestimmt werden. Diese Charakterisierungsfaktoren  $k_1^*$  und  $k_2^*$  sind allein vom Typ der gewählten Ganglinienfunktion abhängig (vgl. Tab. 4.3.1). Die Werte von  $k_1^*$  und  $k_2^*$  sind hier mit den Werten von  $k_x$  und  $k_T$  in Tab. 4.4.1 eingetragen.

Tab. 4.4.1

| Gln. Form | $k_1^*$ | $k_2^*$ | $k_x$            | $k_T$ |
|-----------|---------|---------|------------------|-------|
| Parabel   | 2/9     | 0,31    | $1+2/9 \cdot z$  | 0,582 |
| Cos       | 0,32    | 0,32    | $1+0,32 \cdot z$ | 0,5   |
| Gerade    | 1/4     | 1/4     | $1+1/4 \cdot z$  | 0,5   |

D.h.: Die Marco-Instationarität des Verkehrsablaufs innerhalb des betrachteten Zeitraums  $T_0$  kann mittels der Verwendung eines scheinbaren durchschnittlichen Verkehrsauslastungsgrades  $\bar{x}' = \bar{x} \cdot k_x$  und einer scheinbaren Ganglinienlänge  $T'_0 = T'_0 \cdot k_T$  dargestellt werden (Im Bereich  $x_1^* < \bar{x} < x_2^*$ ). Man kann durch Betrachtung der  $k_x$ - und  $k_T$ -Werte feststellen, daß die Spanne  $z$  nur den scheinbaren durchschnittlichen Verkehrsauslastungsgrad  $\bar{x}'$  aber nicht die scheinbare Ganglinienlänge  $T'_0$  beeinflußt. Je größer die Ganglinienspanne  $z$  ist, desto größer ist auch der scheinbare Verkehrsauslastungsgrad. Die scheinbare Ganglinienlänge  $T'_0$  ist dagegen für einen bestimmten Ganglinientyp unabhängig von der Ganglinienspanne  $z$ . Weil ein größerer scheinbarer Verkehrsauslastungsgrad zu einer größeren Reststaulänge  $N_0$  führt (Gl. 4.3.18\*), kann man feststellen, daß die Instationarität, beschrieben durch die Ganglinienspanne  $z$ , zur Zunahme der Reststaulänge und deswegen zur Zunahme der Wartezeit führt.

$k_x$  variiert im allgemeinen Fall zwischen 1.1 bis 1.2,  $k_T$  variiert zwischen 0.5 bis 0.6. D.h.: Die Form der Ganglinie kann auch bei der Verwendung der Akcelik-Formel berücksichtigt werden. Dies wird erreicht, wenn der mittlere Auslastungsgrad  $\bar{x}$  auf das 1.1- bis 1.2-

-Fache erhöht und die Intervalllänge  $T_0$  auf die Hälfte reduziert wird.

Im Absatz 3.3 wurde bereits diskutiert, daß die Teilgebundenheit des Verkehrs nur den stochastischen Anteil der Reststaulänge bzw. der Wartezeit beeinflusst. Die Teilgebundenheit des Verkehrs kann durch Gl. 3.3.28 mit  $k_R$  quantitativ beschrieben werden. Je größer  $k_R$  ist, desto stärker ist der Verkehr teilgebunden. Betrachtet man jetzt eine Zufahrt eines mit Lichtsignalanlagen gesteuerten Knotenpunktes, dann ist (vgl. Gl. 3.3.28)

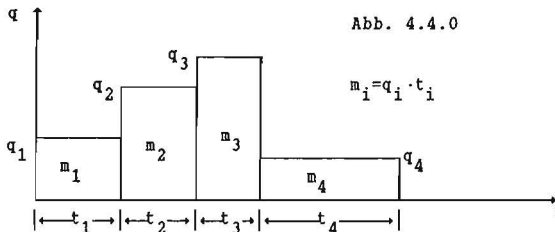
$$k_R = \int \frac{1 - (1 - \bar{r} \cdot q(m))^2 - q(m)^2 \cdot \sigma_r^2}{2 - x(m)} \cdot f(m) \cdot dm \quad (4.4.2)$$

mit

$\bar{r}$  = mittlere Mindestzeitlücke der gebunden fahrenden Fahrzeuge

$\sigma_r^2$  = Varianz dieser Mindestzeitlücken

Dabei ist  $m$  die Variable für die Verkehrsmenge, d.h. für eine Anzahl von Fahrzeugen.  $q(m)$  ist die Verkehrsstärke, mit der die Menge  $m$  zufließt. Zur weiteren Erläuterung:  $q(m)$  ist die Umkehrfunktion von  $m = M(q)$ . Dabei ist  $m$  die Menge der Fahrzeuge, die mit der Verkehrsstärke  $q$  zufließen. Z.B.: im Fall einer in Abschnitte diskretisierten Ganglinie (Abb. 4.4.0):





Hier gehört zu jedem  $m_i$  eine Verkehrsstärke  $q_i$ . Dies wird in der verallgemeinerten Form durch die Funktion  $q(m)$  ausgedrückt.  $x(m)$  ist dann die zugehörige Funktion  $q(m)/Q$ , mit  $Q$  = maximale Leistungsfähigkeit der Zufahrt in Fz/sec.

Die Gl. 4.4.2 ist nur theoretisch von Bedeutung, für eine praktische Anwendung ist sie nicht zweckmäßig. Übernimmt man die Annahmen von Abs. 4.3, daß die Ganglinie durch die in der Abb. 4.3.5 dargestellten Treppenlinie ersetzt werden kann, dann kann das Integral in Gl. 4.4.2 durch eine Summation ersetzt werden. Daraus ergibt sich unter Anwendung der zusammen mit Abb. 4.3.5 verwendeten Variablen für  $k_R$ :

$$\begin{aligned}
 k_{R_{\text{inst}}} &= \frac{1}{\bar{q} \cdot T_0} \cdot \left\{ \frac{[1 - (1 - \bar{q}/x_1^* \cdot \bar{r})^2 - \bar{q}^2/x_1^{*2} \cdot \sigma_r^2]}{2 - x(m_1)} \cdot \bar{q}/x_1^* \cdot k \cdot T_0 \right. \\
 &\quad \left. + \frac{[1 - (1 - \bar{q}/x_2^* \cdot \bar{r})^2 - \bar{q}^2/x_2^{*2} \cdot \sigma_r^2]}{2 - x(m_2)} \cdot \bar{q}/x_2^* \cdot (1-k) \cdot T_0 \right\} \\
 &= \frac{k}{x_1^*} \cdot \frac{[1 - (1 - \bar{q}/x_1^* \cdot \bar{r})^2 - \bar{q}^2/x_1^{*2} \cdot \sigma_r^2]}{2 - x(m_1)} + \\
 &\quad + \frac{(1-k)}{x_2^*} \cdot \frac{[1 - (1 - \bar{q}/x_2^* \cdot \bar{r})^2 - \bar{q}^2/x_2^{*2} \cdot \sigma_r^2]}{2 - x(m_2)} \quad (4.4.3)
 \end{aligned}$$

mit

$$x(m_1) = \begin{cases} \frac{\bar{q}}{x_1^* \cdot Q} & x(m_1) < 1 \\ 1 & x(m_1) \geq 1 \end{cases}$$

$$x(m_2) = \begin{cases} \frac{\bar{q}}{x_2^* \cdot Q} & x(m_2) < 1 \\ 1 & x(m_2) \geq 1 \end{cases}$$

$\bar{q}$  = mittlere Verkehrsstärke über das Zeitintervall der  
Länge  $T_0$

$k$ ,  $x_1^*$  und  $x_2^*$ : Charakterisierungsfaktoren der Ganglinie

(vgl. Tab. 4.3.1)

Somit ist der Verminderungsfaktor der Teilgebundenheit für instationären Verkehr näherungsweise:

$$R_{inst}^* = 1 - k_{R_{inst}}$$

Alle von der Ganglinie bestimmte Parameter  $k$ ,  $x_1^*$  und  $x_2^*$  sind der Tab. 4.3.1 zu entnehmen.

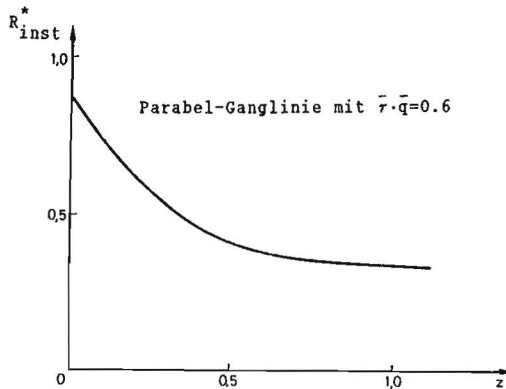


Abb. 4.4.1

In Abb. 4.4.1 ist der Verlauf von  $R_{\text{inst}}^*$  mit  $\bar{r} \cdot \bar{q} = 0,6$  für eine parabelförmige Ganglinie in Abhängigkeit von der Spanne  $z$  dargestellt. Man erkennt, daß die Zunahme der Instationarität (zunehmendes  $z$ ) auch zu einer Zunahme der Teilgebundenheit (abnehmender Teilgebundenheitsfaktor  $R^*$ ) führt. Diese Zunahme der Teilgebundenheit vermindert dann den stochastischen Anteil der Reststaulänge bzw. der Wartezeit. Fasst man alle Faktoren zusammen, kann man die endgültige Formel für instationären Verkehr erhalten:

- Die durchschnittliche Reststaulänge über  $T_0$

$$N_0 = \begin{cases} \frac{Q \cdot T_0'}{4} \cdot \left[ \bar{x}' - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x}')^2 + \frac{12(\bar{x}' - x_0)}{Q \cdot T_0'} \cdot R_{\text{inst}}^*} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x_0 \\ \bar{x} < x_2^* \end{matrix} \\ \frac{Q \cdot T_0}{4} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x})^2 + \frac{12[(1 - x_0) \cdot x_1^* - (1 - \bar{x})]}{Q \cdot T_0} \cdot R_{\text{inst}}^*} \right] & \begin{matrix} \bar{x} > x_0 \cdot x_1^* \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.4.4)$$

- Die maximale Reststaulänge innerhalb  $T_0$

$$N_m = \begin{cases} \frac{Q \cdot T_0'}{2} \cdot \left[ \bar{x}' - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x}')^2 + \frac{6(\bar{x}' - x_0)}{Q \cdot T_0'} \cdot R_{\text{inst}}^*} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x_0 \\ \bar{x} < x_2^* \end{matrix} \\ \frac{Q \cdot T_0}{2} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1 - \bar{x})^2 + \frac{6[(1 - x_0) \cdot x_1^* - (1 - \bar{x})]}{Q \cdot T_0} \cdot R_{\text{inst}}^*} \right] & \begin{matrix} \bar{x} > x_0 \cdot x_1^* \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.4.5)$$

mit

$$\bar{x}' = \bar{x} \cdot k_x$$

$$T'_O = T_O \cdot k_T$$

$$x_1^* = \frac{1}{k_x}$$

$Q$  = maximale Abflußstärke der Zufahrt

$R_{inst}^*$  = Reduzierungsfaktor der Teilgebundenheit

Alle Parameter der Ganglinie können aus Tab. 4.3.1 und Tab. 4.4.1 entnommen werden.

Die hier geführte Diskussion über die Instationarität und Teilgebundenheit ergibt: Diese beiden Eigenschaften des Verkehrs wirken sich jeweils gegenteilig auf die Reststaulänge bzw. auf die Wartezeit aus. Die Teilgebundenheit beeinflusst aber nur den stochastischen Anteil, während die Instationarität hauptsächlich den deterministischen Anteil der Wartezeit und des Rückstaus beeinflusst. Die Teilgebundenheit ist aber andererseits auch von der Instationarität abhängig.

Aus der in diesem Kapitel durchgeführten Analyse können die folgenden Schlüsse gezogen werden:

1. Mit Zunahme der Instationarität nimmt der deterministische Anteil der Reststaulänge bzw. der Wartezeit zu.
2. Mit Zunahme der Instationarität nimmt auch die Teilgebundenheit zu. Deswegen nimmt der stochastische Anteil der Reststaulänge bzw. der Wartezeit ab.
3. Die Abnahme des stochastischen Anteils der Restaulänge bzw. der Wartezeit ist im allgemeinen Fall kleiner als die Zunahme des deterministischen Anteils.
4. Mit Zunahme der Instationarität nimmt im allgemeinen Fall auch

die gesamte Reststaulänge bzw. die Wartezeit zu.

Die Wartezeit bei instationärem Verkehr hat aber keinen allgemeinen Zusammenhang mit der Wartezeit bei stationärem Verkehr, Je nach der Größenordnung der Instationarität, der Länge der Ganglinie und des Verkehrsauslastungsgrades kann die Wartezeit bei instationärem Verkehr größer oder kleiner als die bei stationärem Verkehr sein.

## 5. Leistungsfähigkeit einer Zufahrt an Lichtsignalanlagen

### 5.0 Definition der Leistungsfähigkeit

Bei der Leistungsfähigkeit eines Knotenpunktes unterscheidet man die Grenz-Leistungsfähigkeit und die praktische Leistungsfähigkeit. Die Grenz-Leistungsfähigkeit ist die Leistungsfähigkeit, die bei voller Auslastung aller Grünzeiten erreicht wird. Sie ist somit der Quotient der Freigabezeit durch den Mindestzeitbedarf, den ein Fahrzeug benötigt, um die Haltelinie zu überfahren. Bei der Grenz-Leistungsfähigkeit herrscht ein Auslastungsgrad von  $x=1$  vor. Dies ist stets mit sehr langen Wartezeiten verbunden. Im stationärem Fall, d.h. bei lang andauerndem konstant starkem Zufluß  $q$ , treten bei einem Zufluß von  $q=\text{Grenzleistungsfähigkeit}$  unendlich lange, d.h. über alle Grenze wachsende, Rückstaulängen und Wartezeiten auf (vgl. Abb. 3.3.1 oder 3.3.4). Im Falle instationären Verkehrs treten für Perioden mit  $x>1$  ebenfalls sehr große Wartezeiten für Kraftfahrzeuge auf (vgl. Abb. 4.1.6).

Die praktische Leistungsfähigkeit ist diejenige Leistungsfähigkeit, bei der die Verkehrsqualität für die Verkehrsteilnehmer in zumutbaren Grenzen bleibt.

Eine einheitliche Definition für die praktische Leistungsfähigkeit gibt es bisher noch nicht. In der Praxis wird meistens das 1,2-fache der zu erwartenden Verkehrsstärke der Berechnung zugrunde gelegt, um Instationaritäten auszugleichen und um eine zu große Wartezeit zu vermeiden (RILSA 1981). Dies bedeutet, daß hier als prak-

tische Leistungsfähigkeit das 0,83-fache der maximalen Leistungsfähigkeit angesehen wird ( $0,83=1/1,2$ ).

Üblicherweise wird in der Straßenverkehrstechnik die praktische Leistungsfähigkeit so festgelegt, daß bei ihr noch eine ausreichende Verkehrsqualität gewährleistet ist. Als Maßstab für die Verkehrsqualität an Lichtsignalanlagen wird überwiegend die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug verwendet. Deshalb wird hier als praktische Leistungsfähigkeit diejenige Verkehrsstärke definiert, bei der gerade noch eine vorgegebene mittlere Wartezeit (pro Fahrzeug) eingehalten wird.

### 5.1 Leistungsfähigkeit unter stationärem Verkehr

Bei den Lichtsignalanlagen unter stationärem Verkehr wird meistens die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug als das maßgebende Kriterium für die Beschreibung der Verkehrsqualität angewendet. Z.B wird im Highway Capacity Manual (HCM,1985) eine maßgebende Wartezeit  $W_m = 60$  sec als äußerster zulässiger Wert (LOS E) vorgeschlagen.

Die mittlere Wartezeit unter stationärem Verkehr ist nach Miller's vereinfachter Formel (Gl. 4.3.4, vgl auch Gl. 3.3.32):

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{1,5(x-x_0)}{(1-x) \cdot q} \cdot R^* \\
 &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} + \frac{1,5(x-x_0) \cdot U}{(1-x) \cdot s \cdot G \cdot x} \cdot R^* \quad (5.1.1)
 \end{aligned}$$

mit

$R^*$  = Faktor für Teilgebundenheit

(vgl. Gl. 3.3.8, 3.3.25 und Abb. 3.3.3)

Das ist eine Funktion von dritter Ordnung bezüglich x. Löst man dies nach x auf, so erhält man

$$x = f(W, G, U, R^*)$$

Setzt man die maßgebende Wartezeit  $W_m$  ein, bekommt man den entsprechenden Verkehrsauslastungsgrad  $x|_{W=W_m}$ . Die Leistungsfähigkeit bei dieser maßgebenden Wartezeit  $W_m$  ist dann

$$L = x|_{W=W_m} \cdot \frac{s \cdot G}{U} \cdot 3600 \quad [Fz/h] \quad (5.1.1^*)$$



Die Auflösung der Gl. 5.1.1 nach  $x$  ist jedoch nicht einfach durchzuführen. Deshalb sind Überlegungen zur weiteren Vereinfachung durchzuführen.

Man kann aus der bisherigen Herleitungen und graphischen Darstellungen erkennen, daß  $x|_{W=W_m}$  bei  $W_m=60-300$  sec für stationären Verkehr zwischen 0,8 und 0,99 (vgl. Abb. 3.2.1) und für instationären Verkehr zwischen 0,8 und 1,1 liegt (vgl. Abb. 4.3.11 und 4.3.12). Die Wartezeit erster Art  $W_I$  (Gl. 2.4.1) verändert sich in dem Bereich  $0,8 < x < 1,1$  nur sehr geringfügig. Betrachtet man  $x$  in dem ersten Glied von Gl. 5.1.1 als konstant mit dem Wert  $x=1$ , so geht  $W_I$  über in  $W_I = \frac{R}{2}$ . Dann ist der dadurch entstandene Fehler der mittleren Wartezeit (vgl. /61/, Bronstein 1981, Abs. 2.1.2.2):

$$\begin{aligned}\Delta W &= \frac{dW_I}{dx} \cdot \Delta x \\ &= \frac{d}{dx} \left[ \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot x)} \right] \cdot \Delta x \\ &= -\frac{G}{2} \cdot \ln(1-\lambda \cdot x) \cdot \Delta x\end{aligned}\quad (5.1.2)$$

Mit den für praktische Anwendungen maximalen sinnvollen Werten von  $G=50$  sec,  $\lambda=0,6$  und  $x=1$ ,  $\Delta x=0,2$  ist die maximal mögliche Abweichung der Wartezeit wegen dieser Vereinfachung:

$$\Delta W = -\frac{50}{2} \cdot \ln(1-0,6 \cdot 1) \cdot 0,2 = 4,6 \text{ sec}$$

Für die praktischen Anwendungen ist  $\Delta W$  von keiner großen Bedeutung. Normalerweise liegt diese Abweichung nur unter 2 sec. Zugleich liegt  $\Delta W$  aus der Sicht der Verkehrsqualität auf der sicheren Seite; d.h. bei Anwendung der o.g. Vereinfachung wird eine bis zu 2 sec

größere Wartezeit berechnet als sie sich nach der genauen Formel ergeben würde. Akzeptiert man diese Vereinfachung, kann man die Wartezeit mit  $0,8 < x < 1,0$  für stationären Verkehr wie folgt schreiben:

$$W = \frac{R}{2} + \frac{1,5(x-x_0) \cdot U}{(1-x) \cdot s \cdot G \cdot x} \cdot R^* \quad (5.1.3)$$

Löst man diese Gleichung nach  $x$  mit der maßgebenden Wartezeit  $W_m$  auf, erhält man den auf diese  $W_m$  bezogenen Verkehrsauslastungsgrad

$$x_m = \frac{1}{2} \cdot (A + \sqrt{A^2 + B}) \quad (5.1.4)$$

mit

$$A = 1 - \frac{1,5 \cdot R^*}{(W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q}$$

$$B = \frac{6 \cdot R^* \cdot x_0^*}{(W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q}$$

$$Q = \frac{s \cdot G}{U}$$

$$R^* = R \Big|_{x=x_m}$$

Weil hier  $R^*$  noch von  $x_m$  abhängig ist, muß eine Iterationsberechnung durchgeführt werden. Eine Vereinfachung dafür ist, daß  $R^*$  mit vorgewähltem  $x_m$  berechnet wird. Eine sinnvolle Vorwahl ist  $R^* = R^* \Big|_{x=0,95}$ . Weil die Teilgebundenheit in der Praxis sehr schwer zu definieren ist, kann man vereinfacht den Wert  $R^* = 1$  benutzen (freier Verkehr).

Denkbar ist es auch, die praktische Leistungsfähigkeit anhand der Überlastungswahrscheinlichkeit zu definieren. Für  $P_u$  gilt nach Gl. 3.2.8

$$P_{\text{ü}} = x^{2,16(s \cdot G)^{0,426}} \quad (5.1.5)$$

Die Auflösung nach x ergibt:

$$x_{m,\text{ü}} = \sqrt[2,16 \cdot (s \cdot G)^{0,426}]{P_{\text{ü}_m}} \quad (5.1.6)$$

$x_{m,\text{ü}}$  = maßgebender Auslastungsgrad, errechnet nach einer  
vorgegebenen zulässigen Überlastungswahrscheinlichkeit

$P_{\text{ü}_m}$

## 5.2 Leistungsfähigkeit unter instationärem Verkehr

Analog zum stationären Verkehr wird hier auch für den instationären Verkehr die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug als das für die praktische Leistungsfähigkeit maßgebende Kriterium der Verkehrsqualität verwendet. Dabei ist zu unterscheiden nach der durchschnittlichen mittleren Wartezeit aller Fahrzeuge, die im Zeitraum  $T_0$  ankommen, und der mittleren Wartezeit der Fahrzeuge, die in dem Umlauf ankommen, der innerhalb des betrachteten Zeitraum  $T_0$  am höchsten belastet ist. Wir betrachten zuerst die durchschnittliche mittlere Wartezeit aller Fahrzeuge als das Hauptkriterium der praktischen Leistungsfähigkeit. Die Zusammensetzung der Wartezeit bei instationärem Verkehr ist in Anhang B dargestellt, die entsprechende Formel der durchschnittlichen Wartezeit nach AKCELIK(1980) ist (vgl. Gl. 4.3.0 und 4.3.1)

$$W = \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} + \frac{1}{\bar{q}} \cdot \left[ N_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] - \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \cdot N_\infty \right] \quad x_\infty < \bar{x} \quad (5.2.1)$$

wobei  $N_\infty$  die Basisreststaulänge,  $x_\infty$  der Basisverkehrsauslastungsgrad außerhalb des Zeitraums  $T_0$  ist. Weil nach MILLER (Gl. 4.3.4) die Basisreststaulänge  $N_\infty$  im Bereich  $x < x_0$  als Null angesehen werden kann, gilt für  $x_\infty < x_0$

$$\begin{aligned} W &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} + \frac{1}{\bar{q}} \cdot N_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] = \\ &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} + \frac{N_0}{\bar{x} \cdot \bar{q}} \cdot \left[ \frac{\bar{x}-x_\infty}{1-x_\infty} \right] \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

mit

$$x_o = 0,67 + \frac{s \cdot G}{600}$$

Auch wenn  $x_{\infty}$  größer als  $x_o$ , aber nicht größer als 0,8 wäre, würde  $N_{\infty}$  nur sehr kleine Werte annehmen. Deshalb kann man die Gl. 5.2.2 bis zu  $x_{\infty} < 0,8$  benutzen. Diese Bedingung ist in der Praxis immer erfüllt. Andernfalls hat die Betrachtung der Instationarität keinen Sinn mehr, weil sich Rückstaulängen nach der betrachteten Spitzenstunde nicht mehr im übersehbaren Zeit abbauen.

Setzt man in Gl. 5.2.2 die für Gl. 5.1.3 durchgeführten Vereinfachungen ein, dann ist

$$W = \frac{R}{2} + \frac{N_o \cdot (1 - 1/x_2)}{Q \cdot (1 - \bar{x}' \cdot x_1^*/x_2)} \quad (5.2.3)$$

mit

$$\bar{x}' = \bar{x}/x_1^*$$

$x_1^*$  und  $x_2$ : Charakterisierungsfaktoren der Ganglinie

(vgl. Tab. 4.3.1)

Die Wirkungen der beiden Vereinfachungen ( $\bar{x}=1$  für das erste Glied;  $N_{\infty}=0$  für das zweite Glied.) wirken sich gegenläufig aus. Die gesamte Auswirkung ist dann nicht größer als  $4-2 = 2$  sec. Nimmt man die entsprechende Formel für  $N_o$  und ermittelt man die Umkehrfunktion nach  $\bar{x}'$ , erhält man für  $\bar{x}_m < x_2^*$ :

$$\begin{cases} \bar{x}_m' = \frac{1}{2} \cdot (A - \sqrt{A^2 - 4 \cdot B}) \\ \bar{x}_m' = x_1^* \cdot \bar{x}_m' \end{cases} \quad \text{für } \bar{x}_m < x_2^* \quad (5.2.4)$$

mit

$$A = \frac{2\beta \cdot [\alpha + \alpha\beta + 1] + 12 \cdot \bar{R}^* / (Q \cdot T'_0)}{\alpha\beta \cdot (\alpha\beta + 2)}$$

$$B = \frac{\beta \cdot (\beta + 2) + 12 \cdot \bar{x}_0 \cdot \bar{R}^* / (Q \cdot T'_0)}{\alpha\beta \cdot (\alpha\beta + 2)}$$

$$\alpha = x_1^* / x_2$$

$$\beta = \frac{4}{T'_0} \cdot \left( W_m - \frac{R}{2} \right) \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\bar{x}_2}}$$

und für  $\bar{x} > x_2^*$

$$x_m = \frac{1}{2} \cdot (A - \sqrt{A^2 - 4B}) \quad \text{für } \bar{x}_m > x_2^* \quad (5.2.4^*)$$

mit

$$A = \frac{2\beta \cdot [\alpha + \alpha\beta + 1] + 12 \cdot \bar{R}^* / (Q \cdot T_0)}{\alpha\beta \cdot (\alpha\beta + 2)}$$

$$B = \frac{\beta \cdot (\beta + 2) + 12 \cdot [(\bar{x}_0 - 1) \cdot x_1^* + 1] \cdot \bar{R}^* / (Q \cdot T_0)}{\alpha\beta \cdot (\alpha\beta + 2)}$$

$$\alpha = 1/x_2$$

$$\beta = \frac{4}{T_0} \cdot \left( W_m - \frac{R}{2} \right) \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{\bar{x}_2}}$$

Wenn die Verkehrsstärke außerhalb des Zeitraums  $T_0$  niedrig genug ist, kann man  $N_\infty$  durch Null ersetzen (Siehe oben im Anschluß an Gl. 5.2.1). Zusätzlich wird zur Vereinfachung angesetzt:  $x_\infty = 0$  (wie bei Akcelik's Herleitung). Daß diese Annahme nicht zu erheblichen Fehlern führt, wird später gezeigt (vgl. Abb. 5.2.1). In diesem Fall ist die durchschnittliche mittlere Wartezeit während des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  :

$$W = \frac{R}{2} + \frac{N_o}{Q} \quad \text{mit } x_{\infty} = 0 \quad (5.2.5)$$

Der maßgebende Verkehrsauslastungsgrad ist dann

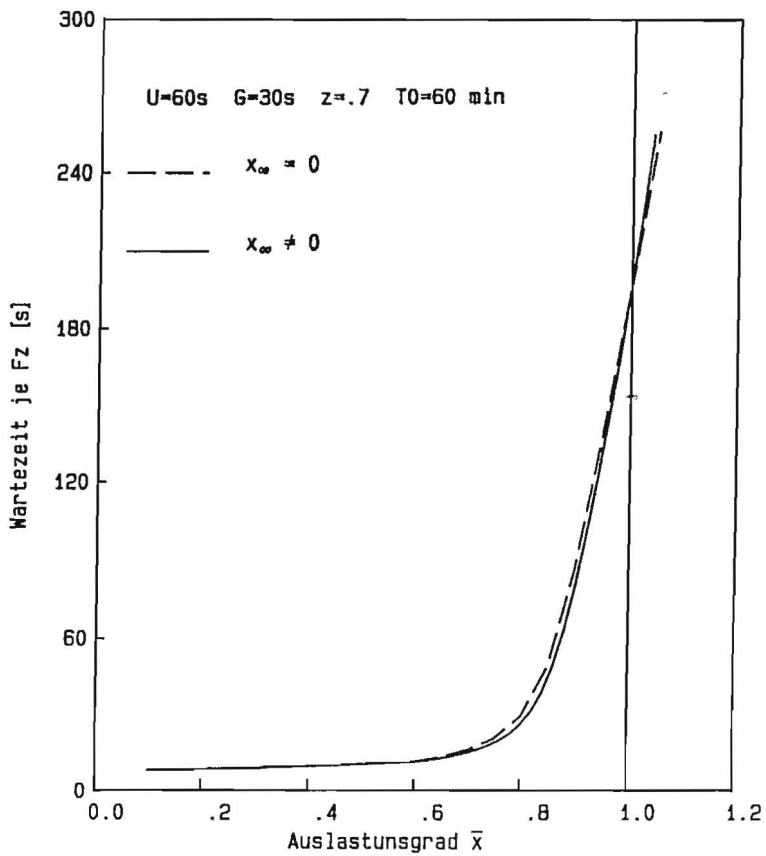
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x}'_m = 1 - \frac{\frac{3}{4} \cdot R^* \cdot (1-x_o) - [(W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q]^2 / (Q \cdot T_o)}{\frac{1}{2} \cdot (W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q - \frac{3}{4} R^*} \\ \bar{x}_m = x_1^* \cdot \bar{x}'_m \quad \text{für } \bar{x}_m < x_2^* \\ \bar{x}_m = 1 - \frac{\frac{3}{4} \cdot R^* \cdot x_1^* \cdot (1-x_o) - [(W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q]^2 / (Q \cdot T_o)}{\frac{1}{2} \cdot (W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q - \frac{3}{4} R^*} \\ \quad \text{für } \bar{x}_m > x_2^* \end{array} \right. \quad (5.2.6)$$

Für die praktischen Anwendungen ist diese Formel, besonders mit gemessenen  $x_1^*$ - und  $x_2^*$ -Werten, sehr einfach. Weil man hier  $N_{\infty}$  und  $x_{\infty}$  als null annimmt, wird die während der Überstauung außerhalb des Zeitraum  $T_o$  entstehende zusätzliche Wartezeit vollständig als ein Teil der durch die im  $T_o$  angekommenen Fahrzeuge verursachten Wartezeit mit gerechnet, während bei  $x_{\infty} \neq 0$  die Wartezeit wegen der Basisreststaulänge  $N_{\infty}$  entstehenden Wartezeit abgezogen wurde. Die Wartezeit ohne  $N_{\infty}$  ist dann im Bereich von  $\bar{x} < 1$  größer und im Bereich von  $\bar{x} > 1$  kleiner als mit  $N_{\infty}$ , der Unterschied ist aber sehr geringfügig (Abb. 5.2.1).

Mit den oben berechneten maßgebenden Verkehrsauslastungsgraden kann man aber nur bedingt den Verkehrsablauf beschreiben, weil die mittleren Wartezeiten bzw. die Reststaulängen bei instationärem Verkehr auch statistisch gesehen nicht in allen Umläufen gleich sind (Abb. 4.3.9). Die mittlere Wartezeit kann zu einem bestimmten

Abb. 5.2.1

## Vergleich der Wartezeit





Zeitpunkt innerhalb des Zeitintervalls  $T_0$  wesentlich größer als die durchschnittliche mittlere Wartezeit aller Fahrzeuge im Zeitraum  $T_0$  sein. Deshalb sollte auch die Ganglinie der Rückstaulängen und der Wartezeiten betrachten (vgl. Abb. 4.3.9). Dann kann man die maximal mögliche mittlere Wartezeit in dem Umlauf, der innerhalb des betrachteten Zeitraum  $T_0$  am höchsten belastet ist, auch als ein Kriterium der praktischen Leistungsfähigkeit einbeziehen.

Die maximal mögliche mittlere Wartezeit bildet sich in dem Umlauf aus, in dem der längsten Reststau bei Grünende entsteht. Diese maximale mittlere Wartezeit ist näherungsweise

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{R}{2} + \frac{N_m}{\bar{q}} \cdot \bar{x} \\ &= \frac{R}{2} + \frac{N_m}{Q} \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

Diese Gleichung gilt analog zu Gl. 5.2.5 mit den gleichen Vereinfachungen, die dort angenommen wurden; d.h.  $N_\infty = 0$  und  $x_\infty = 0$ .  $N_m$  ist der größte mittlere Rückstau bei Grünende innerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_0$ . Dieser tritt i.a. am Ende des Zeitintervalls  $T_0$  ein, zumindest dann wenn  $\bar{x} > 1$  ist. Ermittelt man die Kehrfunktion nach  $\bar{x}'$  oder  $\bar{x}$ , erhält man für den maßgebenden Auslastungsgrad  $\bar{x}_{mm} < x_2^*$  (bezogen auf die maximale mittlere Wartezeit innerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_0$ ):

$$\begin{cases} \bar{x}'_{mm} = 1 - \frac{6(1-x_0) \cdot R^* / (Q \cdot T_0') - \beta^2}{2\beta + 6R^* / (Q \cdot T_0')} \\ \bar{x}_{mm} = x_1^* \cdot \bar{x}'_{mm} \end{cases} \quad \text{für } \bar{x}_{mm} < x_2^* \quad (5.2.8)$$

mit

$$\beta = \frac{2}{T'_O} \cdot \left( W_m - \frac{R}{2} \right)$$

und für  $x_{mm} > x_2^*$

$$\bar{x}_{mm} = 1 + \frac{6 \cdot (1 - x_O) \cdot x_1^* \cdot R^* / (Q \cdot T_O) - \beta^2}{2\beta + 6 \cdot R^* / (Q \cdot T_O)}$$

für  $\bar{x}_{mm} > x_2^*$   
(5.2.8\*)

mit

$$\beta = \frac{2}{T} \cdot \left( W_m - \frac{R}{2} \right)$$

Die maximal mögliche mittlere Wartezeit (d.h. am Ende des Zeitintervalls der Länge  $T_O$ ) ist knapp zweifach so groß wie die durchschnittliche Wartezeit (d.h. gemittelt über das gesamte Zeitintervall  $T_O$ ). D.h., wenn alle Fahrzeuge durchschnittlich über den Zeitraum  $T_O$  60 sec warten, müssen die Fahrzeuge, die in dem am höchsten belasteten Umlauf ankommen, fast 120 sec warten. Wenn auch solche Fahrzeuge nur im Mittel bis zu 60 sec warten sollen, dann darf es nur ein geringerer Auslastungsgrad  $\bar{x}_{mm}$  zugelassen werden.

Außer der Wartezeit gibt es auch andere Kriterien, die die Verkehrsqualität im instationären Fall beschreiben. Eine solche Größe kann z.B. die Länge der Zeit sein, in der die Staulänge größer als die Basisrückstaulänge  $N_\infty$  ist. D.h. (Abb. 4.3.9):

$$T = T \Big|_{N > N_\infty}$$

Wenn eine Lichtsignalanlage leistungsfähig sein soll, muß auch ge-

währleistet werden, daß die Dauer des Verkehrstaus nicht die zumutbare Grenze überschreitet. Es ist leicht einzusehen, daß die gesamte Dauer des Staus (der Länge  $N > N_\infty$ ) eine Funktion der Reststaulänge  $N_0$  ist

$$T = f(N_0) \quad (5.2.9)$$

$N_0$  ist die mittlere Rückstaulänge im Zeitintervall der Leistungsfähigkeitänge  $T_0$  (vgl. Gl. 4.3.18<sup>\*</sup>). Wenn man alle Annahmen, die bis jetzt eingeführt wurden, übernimmt, dann ist

$$T = \begin{cases} \frac{T_0 \cdot N_0}{N_{0,a}} \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] & \text{für } \bar{x} < x_2^* \\ T_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.2.10)$$

mit

$N_{0,a}$  = mittlere Rückstaulänge nach Akcelik-Formel (Gl. 4.3.8)

$$x_\infty = \bar{x}/x_2$$

Der Zusammenhang dieser Zeitdauer mit dem mittleren Auslastungsgrad im Zeitintervall  $T_0$  wird in Abb. 5.2.2 dargestellt. Man kann erkennen, daß eine leichte Verminderung des Auslastungsgrades im Bereich  $\bar{x} > 1$  zur drastischen Reduzierung der Stauzeitdauer führen kann. D.h.: Bei einer überlasteten Zufahrt kann eine geringfügige Erhöhung der Leistungsfähigkeit zu einer wesentlichen zeitlichen Verkürzung der Stausituation führen. Dies könnte z.B. sehr nützlich sein für die Verkehrsregelung einer Tunnelzufahrt (vgl. Erfahrungsbericht in /50/, Abs. 11.3).

Bezeichnet man das Verhältnis  $\frac{N_0}{N_{0,a}}$  mit  $k_N$ , ist der entsprechende

maßgebende Verkehrsauslastungsgrad

$$\bar{x}_{m_T} = \frac{x_2 \cdot T_m}{T_o \cdot k_N \cdot (x_2 - 1) + T_m} \quad (5.2.11)$$

mit

$T_m$  = maximal zugelassene zeitliche Dauer der Stausituation

$$k_N = \begin{cases} > 1 & \text{für } x_{m_T} < x_2^* \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$x_2$  und  $x_2^*$ : Charakterisierungsfaktoren der Ganglinie

(vgl. Tab. 4.3.1)

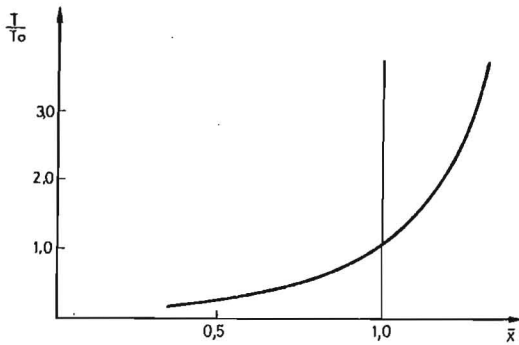


Abb. 5.2.2

## 5.3 Zahlenbeispiele

Beispiel 1:

Ganglinienform: Parabel

$$T_0 = 60 \text{ min}, z = 0,6$$

$$U = 60 \text{ sec}, G = 30 \text{ sec}, s = 0,5 \text{ sec, freier Verkehr}$$

$$W_m = 60 \text{ sec (für durchschnittliche mittlere Wartezeit)}$$

$$W_{mm} = 120 \text{ sec (für maximale mittlere Wartezeit)}$$

gesucht:

maßgebende Leistungsfähigkeit nach  $W_m$  und  $W_{mm}$ .

Nach Tab. 4.3.1 und 4.4.1 ist

$$k_x = (1 + 2/9 \cdot z) = 1,133$$

$$x_2^* = \frac{1}{1 - k_2^* \cdot z} = \frac{1}{1 - 0,31 \cdot z} = 1,229$$

$$x_1^* = \frac{1}{k_x} = 0,8832$$

$$k_T = \frac{k_2^*}{k_1^* + k_2^*} = \frac{0,31}{2/9 + 0,31} = 0,582$$

$$x_2 = \frac{1}{1 - 2/3 \cdot z} = 1,667$$

Und

$$x_0 = 0,67 + \frac{s \cdot G}{600} = 0,695$$

$$Q = \frac{s \cdot G}{U} = 0,25$$

$$Q \cdot T_0' = Q \cdot T_0 \cdot k_T = 0,25 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 0,582 = 523,8$$

Nimmt man an, daß der gesuchte Auslastungsgrad  $\bar{x}_m < x_2^*$  ist, so ist für

die Leistungsfähigkeit nach  $W_m$  (Gl. 5.2.4)

$$\alpha = \frac{x_1^*}{x_2} = 0,883/1,667 = 0,529$$

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{4}{T_o \cdot k_T} \cdot \left(W_m - \frac{R}{2}\right) \cdot \frac{1}{1-1/x_2} \\ &= \frac{4}{60 \cdot 60 \cdot 0,582} \cdot \left(60 - \frac{30}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{1-1/1,667}\right) = 0,215\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= \frac{2\beta \cdot [\alpha + \alpha\beta + 1] + 12 \cdot \bar{R}^* / (Q \cdot T_o')}{\alpha\beta \cdot (\alpha\beta + 2)} \\ &= \frac{2 \cdot 0,215 \cdot (0,529 \cdot 0,215 + 0,215 + 1) + 12/523,8}{0,215 \cdot 0,529 \cdot (0,215 \cdot 0,529 + 2)} = 3,033\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= \frac{\beta \cdot (\beta + 2) + 12 \cdot \bar{x}_o \cdot \bar{R}^* / (Q \cdot T_o')}{\alpha\beta \cdot (\alpha\beta + 2)} \\ &= \frac{0,215 \cdot (0,215 + 2) + 12 \cdot 0,695/523,8}{0,215 \cdot 0,529 \cdot (0,215 \cdot 0,529 + 2)} = 2,047\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_m' &= \frac{1}{2} \left( A - \sqrt{A^2 - 4 \cdot B} \right) \\ &= \left( 3,033 - \sqrt{3,033^2 - 4 \cdot 2,047} \right) / 2 = 1,014\end{aligned}$$

$$\bar{x}_m = \bar{x}_m' \cdot x_1^* = 1,014 \cdot 0,883 = 0,895 \quad x_2^* = 1,229$$

Die Leistungsfähigkeit ist dann (Gl. 5.1.1\*)

$$L = \bar{x}_m \cdot \frac{s \cdot G}{U} \cdot 3600 = 0,895 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 3600 = 805 \text{ [Fz/h]}$$

Wenn man  $x_\infty = 0$  einsetzt, dann ist (Gl. 5.2.6)

$$\begin{aligned}\bar{x}_m' &= 1 - \frac{\frac{3}{4} \cdot R^* \cdot (1 - x_o) - \left[ \left(W_m - \frac{R}{2}\right) \cdot Q \right]^2 / (Q \cdot T_o')}{\frac{1}{2} \cdot \left(W_m - \frac{R}{2}\right) \cdot Q - \frac{3}{4} R^*} \\ &= 1 - \frac{3/4 \cdot (1 - 0,695) - (45 \cdot 0,25)^2 / 523,8}{1/2 \cdot 45 \cdot 0,25 + 3/4} = 1,002\end{aligned}$$

$$\bar{x}_m = \bar{x}'_m \cdot x_1^* = 1,002 \cdot 0,883 = 0,885$$

Die Leistungsfähigkeit ist jetzt (Gl. 5.1.1.\*)

$$L = \bar{x}_m \cdot \frac{s \cdot G}{U} \cdot 3600 = 0,885 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 3600 = 796 \text{ [Fz/h]}$$

Der Unterschied ist sehr gering.

Und für die Leistungsfähigkeit nach  $w_{mm}$  ist (Gl. 5.2.8)

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2}{T_o \cdot k_T} \cdot \left( w_{mm} - \frac{R}{2} \right) \\ &= \frac{2}{60 \cdot 60 \cdot 0,582} \cdot \left( 120 - \frac{30}{2} \right) = 0,100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x'_{mm} &= 1 - \frac{6(1-x_o) \cdot R^* / (Q \cdot T_o') - \beta^2}{2\beta + 6R^* / (Q \cdot T_o')} \\ &= 1 - \frac{6 \cdot (1-0,695) / 523,8 - 0,100^2}{2 \cdot 0,100 + 6 / 523,8} = 1,031 \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{mm} = \bar{x}'_{mm} \cdot x_1^* = 1,031 \cdot 0,883 = 0,910$$

Die Leistungsfähigkeit ist nach  $w_{mm}$  ist dann (Gl. 5.1.1.\*)

$$L = \bar{x}_{mm} \cdot \frac{s \cdot G}{U} \cdot 3600 = 819 \text{ [Fz/h]}$$

Beispiel 2:

Wie oben aber Ganglinienform unbekannt, nur der Mittelwert der beiden größeren viertelstündigen Auslastungsgrade ist angegeben:

$$x_{1/4, \max} = 1,2 \cdot \bar{x}$$

gesucht:

Die Leistungsfähigkeit nach dem Kriterium  $W_m = 60 \text{ sec}$

Die Ganglinienform wird als Geraden-Kombination angenommen mit  $x_\infty = 0$  (vgl. Abb. 4.3.7):

Dann ist

$$x_1^* = \frac{\bar{x}}{x_{1/2, \max}} = 1/1,2 = 0,833$$

$$x_T = 0,5$$

$$x_O, Q \text{ wie bei Beispiel 1}$$

$$Q \cdot T'_O = Q \cdot T_O \cdot k_T = 0,25 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 0,5 = 450$$

Für die Leistungsfähigkeit nach  $W_m$  mit  $x_\infty = 0$  ist dann (Gl. 5.2.6)

$$\begin{aligned} \bar{x}'_m &= 1 - \frac{\frac{3}{4} \cdot R^* \cdot (1 - x_O) - [(W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q]^2 / (Q \cdot T'_O)}{\frac{1}{2} \cdot (W_m - \frac{R}{2}) \cdot Q - \frac{3}{4} R^*} \\ &= 1 - \frac{3/4 \cdot (1 - 0,695) - (45 \cdot 0,25)^2 / 450}{1/2 \cdot 45 \cdot 0,25 + 3/4} = 1,008 \end{aligned}$$

$$\bar{x}_m = \bar{x}'_m \cdot x_1^* = 1,008 \cdot 0,833 = 0,840$$

Die Leistungsfähigkeit ist dann (Gl. 5.1.1\*)

$$L = \bar{x}_m \cdot \frac{s \cdot G}{U} \cdot 3600 = 0,840 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 3600 = 756 \text{ [Fz/h]}$$



#### 5.4 Vergleich der Leistungsfähigkeiten nach verschiedenen Ansätzen und Parametern in Abbildungen

In den folgenden Abbildungen 5.4.1 bis 5.4.4 sind einige der Formeln anhand ihrer Ergebnisse graphisch gegenübergestellt.

In Abb. 5.4.1 ist für konstante Grünzeiten  $G$  die Leistungsfähigkeit als Funktion der Umlaufzeit  $U$  dargestellt. Die Grenzleistungsfähigkeit geht dabei naturgemäß mit wachsenden  $U$  zurück, weil bei  $G=\text{const.}$  und zunehmenden  $U$ , der Grünzeitanteil pro Stunde abnimmt.

Die stationär definierte praktische Leistungsfähigkeit liegt nur geringfügig unter der maximalen Leistungsfähigkeit. In der gleichen Größenordnung, jedoch stets geringfügig höher liegt die praktische Leistungsfähigkeit basierend auf Akceliks Formel. Dies war zu erwarten, da Akcelik stets geringere als die stationären Wartezeiten voraussetzt (vgl. Abb. 5.4.1, Wartezeiten mit stationärer, Akcelik's Formel und neue Formel). Die praktische Leistungsfähigkeiten nach der hier entwickelten genaueren Formel für instationären Verkehr liegen deutlich unter der Leistungsfähigkeiten nach den anderen Ansätzen.

Abb. 5.4.2 bis 5.4.4 sind mit den hier für instationären Verkehr entwickelten Ansätzen errechnet. Angegeben ist jeweils die praktische Leistungsfähigkeit unter der Vorgabe, daß die mittlere Wartezeit (gemittelt über alle im Spitzenintervall der Länge  $T_0$  ankommenden Fahrzeuge) unter 60 sec betragen soll.

Abb. 5.4.2 zeigt, daß die Spanne  $z$  der Ganglinie einen Einfluß auf die praktische Leistungsfähigkeit hat. Mit niedrigen  $z$ , d.h.

mit relativ flach verlaufender Ganglinie der Verkehrsstärke, ergibt sich die höchste Leistungsfähigkeit.

Abb. 5.4.3 zeigt den Einfluß der Länge des Spitzenverkehrs- Intervalls. Wie zu erwarten, ist bei einer kurzen Spitzendauer (kleines  $T_0$ ) die Leistungsfähigkeit höher anzusetzen. Allerdings ist dieser Unterschied zwischen 30 und 90 min sehr gering.

Abb. 5.4.4 zeigt den Einfluß einer Verdoppelung der zulässigen mittleren Wartezeit von 60 auf 120 sec. Naturgemäß steigt dadurch die dann ermittelte praktische Leistungsfähigkeit an. Der Anstieg liegt je nach Grünzeit  $G$  zwischen 20 und 80 Kfz/h.

Abb. 5.4.1

Vergleich der Leistungsfähigkeiten nach verschiedenen Formeln

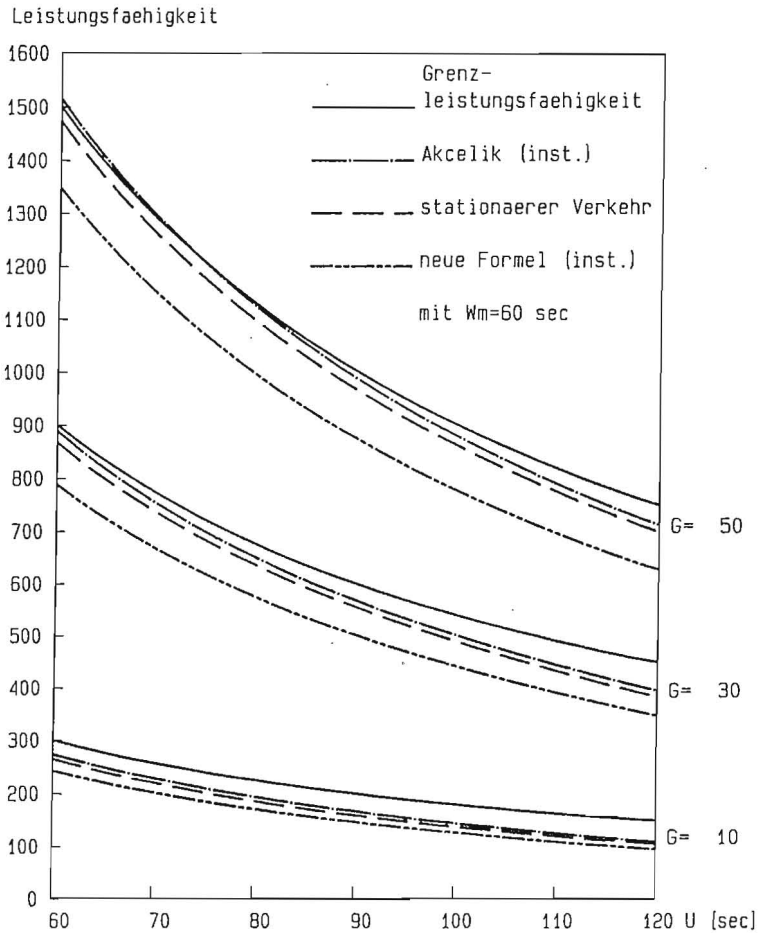
Leistungsfähigkeit mit  $T_0=60$  min  $Z=.7$  Typ: Parabel

Abb. 5.4.2

Vergleich der Leistungsfähigkeiten mit variierten  $z$ -Werten

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

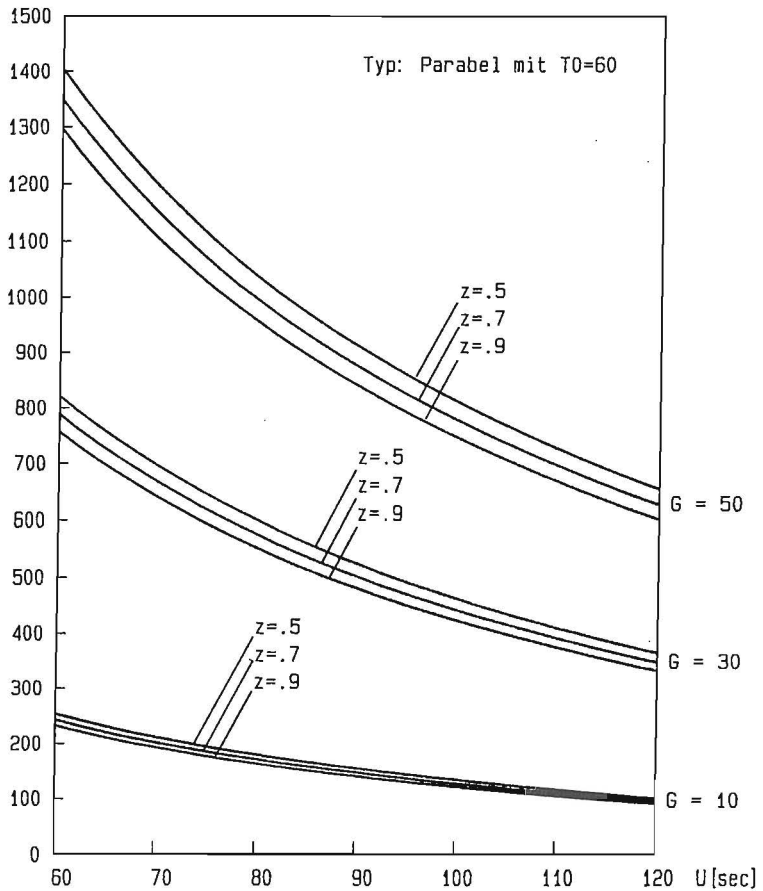
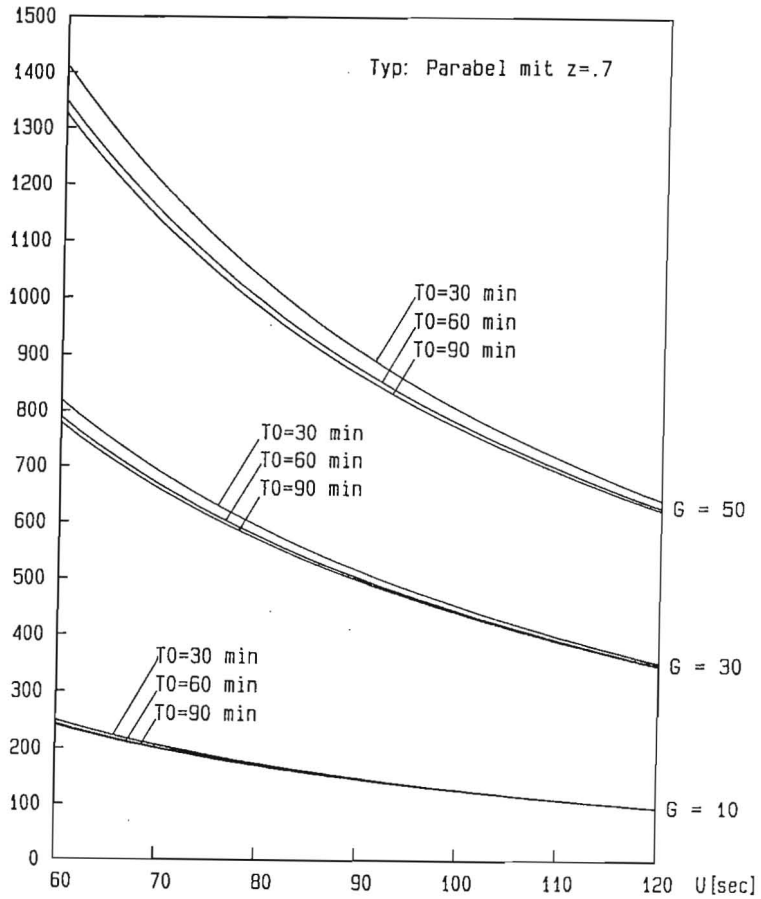
Vergleich der Leistungsfähigkeiten  $W_m=60$  sec

Abb. 5.4.3

Vergleich der Leistungsfähigkeiten mit variierten  $T_0$ -Werten

Leistungsfähigkeiten [Kfz/h]



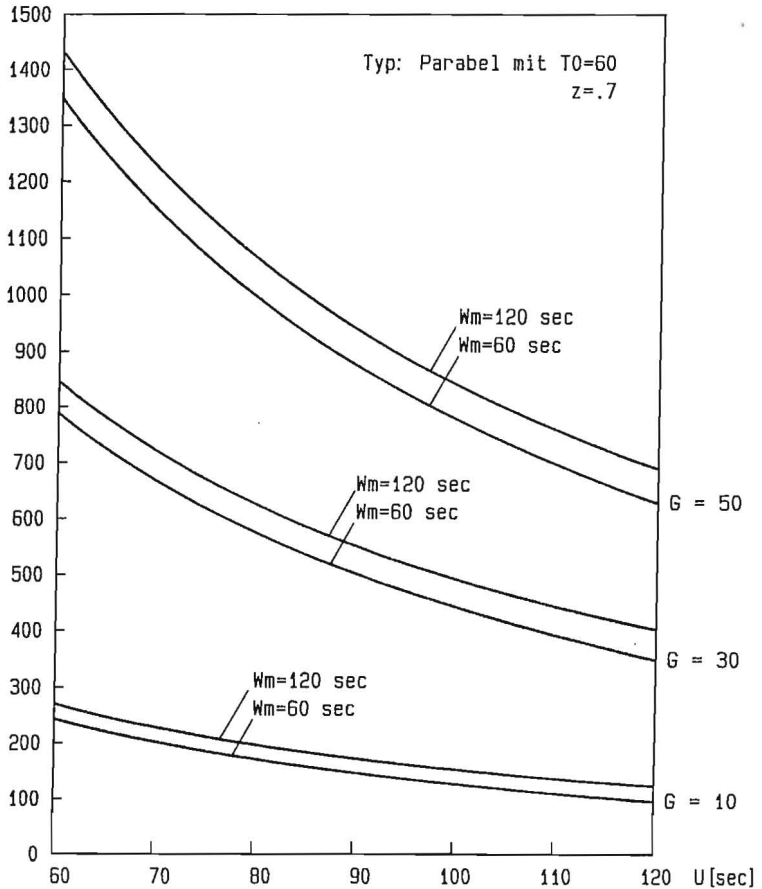
Vergleich der Leistungsfähigkeiten

 $W_m=60 \text{ sec}$

Abb. 5.4.4

Vergleich der Leistungsfähigkeiten mit variierten  $W_m$ -Werten

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]



Vergleich der Leistungsfähigkeiten

Praktische Leistungsfähigkeiten hinsichtlich des maßgebenden Auslastungsgrades  $x_m$  für den stationären Fall (nach Miller) und für den instationären Fall nach der Formel von Akcelik und nach der hier neu entwickelten Wartezeitformel mit verschiedenen Parametern

- Tab. 5.4.1 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.3$
- Tab. 5.4.2 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Tab. 5.4.3 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$
- Tab. 5.4.4 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.9$
- Tab. 5.4.5 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 30 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Tab. 5.4.6 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 30 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$
- Tab. 5.4.7 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 90 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Tab. 5.4.8 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 90 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$
- Tab. 5.4.9 :  $W_m = 120 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Tab. 5.4.10:  $W_m = 120 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$





Tab. 5.4.2

LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU)  
KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM

WM= 60. [SEC] TO= 60. [MIN] Z= .5 S= .5 Xoo= .66667\*XM  
GANGLINIENFORM: PARABEL

| U   | G= 10             | G= 15             | G= 20             | G= 25             | G= 30             | G= 35             | G= 40              | G= 45              | G= 50              | G= 55                    |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|
| 60  | .88<br>.92<br>.85 | .92<br>.95<br>.87 | .94<br>.97<br>.89 | .95<br>.98<br>.90 | .96<br>.99<br>.91 | .97<br>.99<br>.92 | .97<br>1.00<br>.93 | .98<br>1.01<br>.93 | .98<br>1.01<br>.94 | .98 S<br>1.01 A<br>.94 W |
| 70  | .86<br>.89<br>.82 | .90<br>.93<br>.86 | .92<br>.95<br>.88 | .94<br>.96<br>.89 | .95<br>.98<br>.90 | .96<br>.99<br>.91 | .97<br>.99<br>.92  | .97<br>1.00<br>.92 | .98<br>1.00<br>.93 | .98 S<br>1.01 A<br>.93 W |
| 80  | .83<br>.87<br>.80 | .87<br>.91<br>.83 | .90<br>.93<br>.86 | .93<br>.95<br>.88 | .94<br>.96<br>.89 | .95<br>.97<br>.90 | .96<br>.98<br>.91  | .97<br>.99<br>.91  | .97<br>1.00<br>.92 | .98 S<br>1.00 A<br>.92 W |
| 90  | .80<br>.84<br>.77 | .85<br>.88<br>.81 | .88<br>.91<br>.84 | .91<br>.93<br>.86 | .93<br>.95<br>.87 | .94<br>.96<br>.88 | .95<br>.97<br>.89  | .96<br>.98<br>.90  | .96<br>.99<br>.91  | .97 S<br>.99 A<br>.92 W  |
| 100 | .77<br>.81<br>.74 | .81<br>.86<br>.79 | .85<br>.89<br>.82 | .88<br>.91<br>.84 | .91<br>.93<br>.86 | .92<br>.95<br>.87 | .94<br>.96<br>.88  | .95<br>.97<br>.89  | .96<br>.98<br>.90  | .96 S<br>.98 A<br>.91 W  |
| 110 | .74<br>.78<br>.71 | .78<br>.82<br>.75 | .82<br>.86<br>.79 | .86<br>.89<br>.81 | .88<br>.91<br>.84 | .90<br>.93<br>.85 | .92<br>.94<br>.87  | .94<br>.96<br>.88  | .95<br>.97<br>.89  | .95 S<br>.97 A<br>.90 W  |
| 120 | .71<br>.74<br>.67 | .74<br>.78<br>.71 | .78<br>.82<br>.75 | .82<br>.86<br>.78 | .85<br>.89<br>.81 | .88<br>.91<br>.83 | .90<br>.93<br>.85  | .92<br>.94<br>.86  | .93<br>.95<br>.87  | .94 S<br>.96 A<br>.88 W  |

S NACH STATIONAERER FORMEL VON MILLER  
A NACH AKCELIK  
W NACH DER NEUEN FORMEL (WU)

Tab. 5.4.3

| LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU) |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
|--------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM                                      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| WM= 60. [SEC] TO= 60. [MIN] Z= .7 S= .5 Xoo=.33333*XM              |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| GANGLINIENFORM: PARABEL                                            |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| U                                                                  | G= 10 | G= 15 | G= 20 | G= 25 | G= 30 | G= 35 | G= 40 | G= 45 | G= 50 | G= 55 |   |
| 60                                                                 | .88   | .92   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | S |
|                                                                    | .91   | .94   | .96   | .98   | .99   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.01  | 1.01  | A |
|                                                                    | .81   | .84   | .85   | .87   | .88   | .88   | .89   | .89   | .90   | .90   | W |
| 70                                                                 | .86   | .90   | .92   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | S |
|                                                                    | .89   | .92   | .95   | .96   | .98   | .98   | .99   | 1.00  | 1.00  | 1.01  | A |
|                                                                    | .78   | .82   | .84   | .85   | .86   | .87   | .88   | .89   | .89   | .90   | W |
| 80                                                                 | .83   | .87   | .90   | .93   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | S |
|                                                                    | .86   | .90   | .93   | .95   | .96   | .97   | .98   | .99   | 1.00  | 1.00  | A |
|                                                                    | .76   | .80   | .82   | .84   | .85   | .86   | .87   | .88   | .88   | .89   | W |
| 90                                                                 | .80   | .85   | .88   | .91   | .93   | .94   | .95   | .96   | .96   | .97   | S |
|                                                                    | .84   | .88   | .91   | .93   | .95   | .96   | .97   | .98   | .99   | .99   | A |
|                                                                    | .73   | .77   | .80   | .82   | .84   | .85   | .86   | .87   | .87   | .88   | W |
| 100                                                                | .77   | .81   | .85   | .88   | .91   | .92   | .94   | .95   | .96   | .96   | S |
|                                                                    | .80   | .85   | .88   | .91   | .93   | .94   | .96   | .97   | .98   | .98   | A |
|                                                                    | .71   | .75   | .78   | .80   | .82   | .83   | .84   | .85   | .86   | .87   | W |
| 110                                                                | .74   | .78   | .82   | .86   | .88   | .90   | .92   | .94   | .95   | .95   | S |
|                                                                    | .77   | .82   | .85   | .88   | .91   | .93   | .94   | .95   | .96   | .97   | A |
|                                                                    | .67   | .71   | .75   | .78   | .80   | .82   | .83   | .84   | .85   | .86   | W |
| 120                                                                | .71   | .74   | .78   | .82   | .85   | .88   | .90   | .92   | .93   | .94   | S |
|                                                                    | .73   | .77   | .82   | .85   | .88   | .90   | .92   | .94   | .95   | .96   | A |
|                                                                    | .63   | .68   | .71   | .75   | .77   | .79   | .81   | .82   | .84   | .85   | W |

Tab. 5.4.4

LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU)  
KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM

WM= 60. [SEC] TO= 60. [MIN] Z= .9 S= .5 Xoo= .4\*XM  
GANGLINIENFORM: PARABEL

| U   | G= 10             | G= 15             | G= 20             | G= 25             | G= 30             | G= 35             | G= 40              | G= 45              | G= 50              | G= 55                    |
|-----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------------|
| 60  | .88<br>.91<br>.77 | .92<br>.94<br>.80 | .94<br>.96<br>.82 | .95<br>.98<br>.83 | .96<br>.99<br>.84 | .97<br>.99<br>.85 | .97<br>1.00<br>.85 | .98<br>1.01<br>.86 | .98<br>1.01<br>.86 | .98 S<br>1.01 A<br>.87 W |
| 70  | .86<br>.88<br>.75 | .90<br>.92<br>.78 | .92<br>.95<br>.80 | .94<br>.96<br>.82 | .95<br>.97<br>.83 | .96<br>.98<br>.84 | .97<br>.99<br>.85  | .97<br>1.00<br>.85 | .98<br>1.00<br>.86 | .98 S<br>1.01 A<br>.86 W |
| 80  | .83<br>.86<br>.73 | .87<br>.90<br>.76 | .90<br>.93<br>.79 | .93<br>.95<br>.80 | .94<br>.96<br>.82 | .95<br>.97<br>.83 | .96<br>.98<br>.83  | .97<br>.99<br>.84  | .97<br>.99<br>.85  | .98 S<br>1.00 A<br>.85 W |
| 90  | .80<br>.83<br>.70 | .85<br>.87<br>.74 | .88<br>.90<br>.77 | .91<br>.93<br>.79 | .93<br>.94<br>.80 | .94<br>.96<br>.81 | .95<br>.97<br>.82  | .96<br>.98<br>.83  | .96<br>.99<br>.84  | .97 S<br>.99 A<br>.84 W  |
| 100 | .77<br>.80<br>.67 | .81<br>.84<br>.71 | .85<br>.88<br>.74 | .88<br>.91<br>.77 | .91<br>.93<br>.78 | .92<br>.94<br>.80 | .94<br>.96<br>.81  | .95<br>.97<br>.82  | .96<br>.98<br>.83  | .96 S<br>.98 A<br>.84 W  |
| 110 | .74<br>.76<br>.64 | .78<br>.81<br>.68 | .82<br>.85<br>.72 | .86<br>.88<br>.74 | .88<br>.90<br>.76 | .90<br>.92<br>.78 | .92<br>.94<br>.80  | .94<br>.95<br>.81  | .95<br>.96<br>.82  | .95 S<br>.97 A<br>.82 W  |
| 120 | .71<br>.72<br>.61 | .74<br>.77<br>.64 | .78<br>.81<br>.68 | .82<br>.85<br>.71 | .85<br>.88<br>.74 | .88<br>.90<br>.76 | .90<br>.92<br>.78  | .92<br>.94<br>.79  | .93<br>.95<br>.80  | .94 S<br>.96 A<br>.81 W  |

S NACH STATIONAERER FORMEL VON MILLER  
A NACH AKCELIK  
W NACH DER NEUEN FORMEL (WU)

Tab. 5.4.5

| LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU) |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM                                      |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| WM= 60. [SEC] TO= 30. [MIN] Z= .5 S= .5 Xaa= .66667*XM             |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| GANGLINIENFORM: PARABEL                                            |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| U                                                                  | G= 10                               | G= 15 | G= 20 | G= 25 | G= 30 | G= 35 | G= 40 | G= 45 | G= 50 | G= 55 |   |
| 60                                                                 | .88                                 | .92   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | S |
|                                                                    | .93                                 | .96   | .98   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | A |
|                                                                    | .87                                 | .90   | .92   | .94   | .95   | .96   | .96   | .97   | .98   | .98   | W |
| 70                                                                 | .86                                 | .90   | .92   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | S |
|                                                                    | .91                                 | .94   | .96   | .98   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | A |
|                                                                    | .84                                 | .88   | .90   | .92   | .93   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | W |
| 80                                                                 | .83                                 | .87   | .90   | .93   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | S |
|                                                                    | .88                                 | .92   | .94   | .96   | .98   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | A |
|                                                                    | .82                                 | .85   | .88   | .90   | .91   | .93   | .94   | .95   | .95   | .96   | W |
| 90                                                                 | .80                                 | .85   | .88   | .91   | .93   | .94   | .95   | .96   | .96   | .97   | S |
|                                                                    | .85                                 | .89   | .92   | .94   | .96   | .98   | .99   | 1.00  | 1.00  | 1.01  | A |
|                                                                    | .78                                 | .83   | .86   | .88   | .90   | .91   | .92   | .93   | .94   | .95   | W |
| 100                                                                | .77                                 | .81   | .85   | .88   | .91   | .92   | .94   | .95   | .96   | .96   | S |
|                                                                    | .82                                 | .86   | .90   | .92   | .94   | .96   | .97   | .98   | .99   | 1.00  | A |
|                                                                    | .75                                 | .80   | .83   | .85   | .87   | .89   | .90   | .92   | .93   | .94   | W |
| 110                                                                | .74                                 | .78   | .82   | .86   | .88   | .90   | .92   | .94   | .95   | .95   | S |
|                                                                    | .78                                 | .83   | .87   | .90   | .92   | .94   | .95   | .97   | .98   | .99   | A |
|                                                                    | .71                                 | .76   | .80   | .83   | .85   | .87   | .89   | .90   | .91   | .92   | W |
| 120                                                                | .71                                 | .74   | .78   | .82   | .85   | .88   | .90   | .92   | .93   | .94   | S |
|                                                                    | .74                                 | .78   | .83   | .86   | .89   | .91   | .93   | .95   | .96   | .97   | A |
|                                                                    | .67                                 | .71   | .76   | .79   | .82   | .84   | .86   | .88   | .89   | .90   | W |
| S                                                                  | NACH STATIONAERER FORMEL VON MILLER |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| A                                                                  | NACH AKCELIK                        |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |
| W                                                                  | NACH DER NEUEN FORMEL (WU)          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |   |





Tab. 5.4.8

```

LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU)
KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM

WM= 60. [SEC] TO= 90. [MIN] Z= .7 S= .5 Xoo= .53333*XM
GANGLINIENFORM: PARABEL

=====
U      G= 10  G= 15  G= 20  G= 25  G= 30  G= 35  G= 40  G= 45  G= 50  G= 55
=====
60      .88   .92   .94   .95   .96   .97   .97   .98   .98   .98 S
        .91   .94   .96   .97   .98   .99   .99   1.00  1.00  1.00 A
        .80   .83   .84   .86   .86   .87   .88   .88   .88   .89 W

70      .86   .90   .92   .94   .95   .96   .97   .97   .98   .98 S
        .88   .92   .94   .96   .97   .98   .98   .99   .99   1.00 A
        .78   .81   .83   .84   .85   .86   .87   .87   .88   .88 W

80      .83   .87   .90   .93   .94   .95   .96   .97   .97   .98 S
        .86   .90   .92   .94   .96   .97   .98   .98   .99   .99 A
        .76   .79   .81   .83   .84   .85   .86   .86   .87   .87 W

90      .80   .85   .88   .91   .93   .94   .95   .96   .96   .97 S
        .83   .87   .90   .93   .94   .95   .96   .97   .98   .99 A
        .73   .77   .79   .81   .83   .84   .85   .86   .86   .87 W

100     .77   .81   .85   .88   .91   .92   .94   .95   .96   .96 S
        .80   .85   .88   .91   .93   .94   .95   .96   .97   .98 A
        .70   .74   .77   .80   .81   .83   .84   .85   .85   .86 W

110     .74   .78   .82   .86   .88   .90   .92   .94   .95   .95 S
        .77   .81   .85   .88   .90   .92   .94   .95   .96   .97 A
        .67   .71   .75   .77   .79   .81   .82   .83   .84   .85 W

120     .71   .74   .78   .82   .85   .88   .90   .92   .93   .94 S
        .73   .77   .81   .85   .88   .90   .92   .93   .95   .96 A
        .63   .67   .71   .74   .77   .79   .81   .82   .83   .84 W

=====
S      NACH STATIONAERER FORMEL VON MILLER
A      NACH AKCELIK
W      NACH DER NEUEN FORMEL (WU)
=====

```

Tab. 5.4.9

| LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU) |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM                                      |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| WM= 120. [SEC] TO= 60. [MIN] Z= .5 S= .5 Xoo= .66667*XM            |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| GANGLINIENFORM: PARABEL                                            |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| U                                                                  | G= 10                               | G= 15 | G= 20 | G= 25 | G= 30 | G= 35 | G= 40 | G= 45 | G= 50 | G= 55 |       |
| 60                                                                 | .95                                 | .96   | .97   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99   | .99   | .99   | .99 S |
|                                                                    | .99                                 | 1.01  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | 1.04  | 1.04  | 1.05  | 1.05  | .99 A |
|                                                                    | .94                                 | .95   | .96   | .97   | .98   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99   | .99 W |
| 70                                                                 | .94                                 | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99   | .99   | .99 S |
|                                                                    | .98                                 | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | 1.04  | 1.04  | 1.04  | .99 A |
|                                                                    | .93                                 | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | .99   | .99 W |
| 80                                                                 | .92                                 | .95   | .96   | .97   | .98   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99   | .99 S |
|                                                                    | .97                                 | .99   | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | 1.04  | .99 A |
|                                                                    | .91                                 | .93   | .95   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | .98 W |
| 90                                                                 | .91                                 | .94   | .96   | .96   | .97   | .98   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99 S |
|                                                                    | .96                                 | .98   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | .99 A |
|                                                                    | .90                                 | .92   | .94   | .95   | .95   | .96   | .97   | .97   | .97   | .98   | .98 W |
| 100                                                                | .90                                 | .93   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | .98   | .98 S |
|                                                                    | .95                                 | .97   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | .98 A |
|                                                                    | .89                                 | .91   | .93   | .94   | .95   | .95   | .96   | .96   | .97   | .97   | .97 W |
| 110                                                                | .89                                 | .92   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | .98 S |
|                                                                    | .94                                 | .96   | .98   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | .98 A |
|                                                                    | .88                                 | .90   | .92   | .93   | .94   | .95   | .95   | .96   | .96   | .97   | .97 W |
| 120                                                                | .88                                 | .91   | .93   | .95   | .96   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98 S |
|                                                                    | .92                                 | .95   | .97   | .98   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | .98 A |
|                                                                    | .86                                 | .89   | .91   | .92   | .93   | .94   | .94   | .95   | .96   | .96   | .96 W |
| =====                                                              |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| S                                                                  | NACH STATIONAERER FORMEL VON MILLER |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| A                                                                  | NACH AKCELIK                        |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| W                                                                  | NACH DER NEUEN FORMEL (WU)          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
| =====                                                              |                                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |



Tab. 5.4.10

LEISTUNGSFAEHIGKEIT NACH MILLER, AKCELIK UND DER NEUEN FORMEL (WU)  
KRITISCHER AUSLASTUNGSGRAD XM

WM= 120. [SEC] TO= 60. [MIN] Z= .7 S= .5 Xoo= .53333\*XM  
GANGLINIENFORM: PARABEL

| U   | G= 10 | G= 15 | G= 20 | G= 25 | G= 30 | G= 35 | G= 40 | G= 45 | G= 50 | G= 55  |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 60  | .95   | .96   | .97   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99   | .99   | .99 S  |
|     | .99   | 1.01  | 1.02  | 1.03  | 1.04  | 1.04  | 1.04  | 1.05  | 1.05  | 1.05 A |
|     | .90   | .92   | .93   | .93   | .94   | .94   | .95   | .95   | .96   | .96 W  |
| 70  | .94   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99   | .99 S  |
|     | .98   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | 1.04  | 1.04  | 1.05 A |
|     | .89   | .91   | .92   | .93   | .93   | .94   | .94   | .95   | .95   | .95 W  |
| 80  | .92   | .93   | .96   | .97   | .98   | .98   | .98   | .99   | .99   | .99 S  |
|     | .97   | .99   | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | 1.04  | 1.04 A |
|     | .87   | .90   | .91   | .92   | .93   | .93   | .94   | .94   | .94   | .95 W  |
| 90  | .91   | .94   | .96   | .96   | .97   | .98   | .98   | .98   | .99   | .99 S  |
|     | .96   | .98   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.04  | 1.04 A |
|     | .86   | .89   | .90   | .91   | .92   | .92   | .93   | .93   | .94   | .94 W  |
| 100 | .90   | .93   | .93   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98   | .98 S  |
|     | .94   | .97   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.03  | 1.03  | 1.03 A |
|     | .85   | .87   | .89   | .90   | .91   | .92   | .92   | .93   | .93   | .94 W  |
| 110 | .89   | .92   | .94   | .95   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98   | .98 S  |
|     | .93   | .96   | .98   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.02  | 1.02  | 1.02  | 1.03 A |
|     | .84   | .86   | .88   | .89   | .90   | .91   | .92   | .92   | .93   | .93 W  |
| 120 | .88   | .91   | .93   | .95   | .96   | .96   | .97   | .97   | .98   | .98 S  |
|     | .92   | .95   | .97   | .98   | .99   | 1.00  | 1.01  | 1.01  | 1.02  | 1.02 A |
|     | .82   | .85   | .87   | .88   | .89   | .90   | .91   | .91   | .92   | .92 W  |

```
=====
S  NACH STATIONAERER FORMEL VON MILLER
A  NACH AKCELIK
W  NACH DER NEUEN FORMEL (WU)
=====
```

## 5.5 Berechnungsdiagramme

Aufbauend auf den zuvor beschriebenen Überlegungen sind Diagramme entwickelt worden, die

- die Auswirkungen der Instationarität auf die Qualität des Verkehrsablaufs berücksichtigen,
- für eine praktische Anwendung geeignet sind.

Sie sind errechnet mit den Vorgaben:

1. Sättigungsverkehrsstärke  $s=0.5 \text{ Fz/sec}$  (Anwendung für andere  $s$ -Werte ist durch die Umrechnung von  $G \Leftarrow 0.5 \cdot G/s$  möglich)

2. Ohne Berücksichtigung der Teilgebundenheit

3. Ganglinienform: Parabel

4. Für stationären Verkehr:

- Abb. 5.5.1 : Grenzleistungsfähigkeit ( $W_m = \infty$ )
- Abb. 5.5.2 :  $W_m = 60 \text{ sec}$
- Abb. 5.5.3 :  $W_m = 120 \text{ sec}$

5. Für instationären Verkehr:

- Abb. 5.5.4 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.3$
- Abb. 5.5.5 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Abb. 5.5.6 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$
- Abb. 5.5.7 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.9$
- Abb. 5.5.8 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 30 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Abb. 5.5.9 :  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 30 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$
- Abb. 5.5.10:  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 90 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Abb. 5.5.11:  $W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 90 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$

- Abb. 5.5.12:  $W_m = 120 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.5$
- Abb. 5.5.13:  $W_m = 120 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$ ,  $z = 0.7$

mit

$W_m$  = maximal zugelassene mittlere Wartezeit pro Fahrzeug; Mittelwert gebildet über alle Fahrzeuge, die in Spitzenverkehrs-Intervall der Länge  $T_0$  ankommen.

$T_0$  = Länge des Spitzenverkehrs-Intervalls

$z$  = Spanne der Ganglinie

Die Diagramme zeigen die mittlere Leistungsfähigkeit pro Fahrstreifen in Kfz/h auf der vertikalen Achse. Die Werte können für verschiedene Umlaufzeiten  $U$  und verschiedene Grünzeiten  $G$  abgegriffen werden. Zwischenwerte können interpoliert werden.

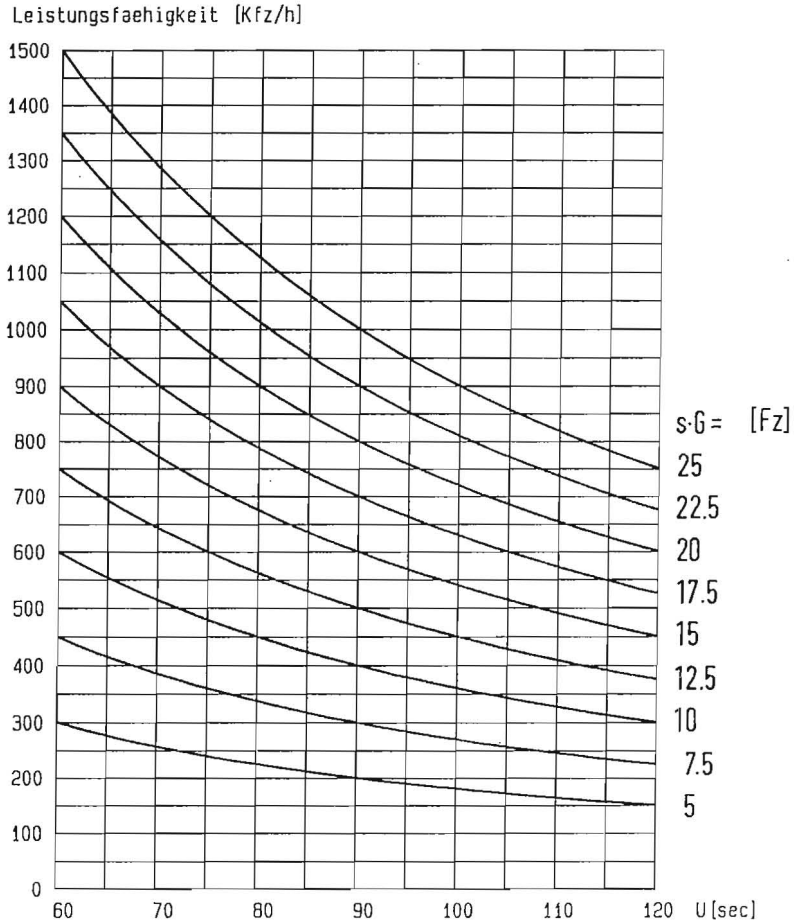
Welches Diagramme zu benutzen ist, hängt von der Ganglinie der Verkehrsstärken im jeweiligen Anwendungsfall ab.

In der Praxis wird dem Bearbeiter die Ganglinienform jedoch kaum bekannt sein oder qualifiziert abzuschätzen sein. Aufgrund der hier durchgeführten Messungen (vgl. Abs. 6) wird empfohlen, am ehesten Diagramm 5.5.5 mit

$W_m = 60 \text{ sec}$ ,  $T_0 = 60 \text{ min}$  und  $z = 0.5$

einer praktischen Anwendung für Spitzenstundenbelastungen zugrunde zu legen.  $T_0 = 60 \text{ min}$  wird deshalb vorgeschlagen, weil in der Praxis i.a. nur stündliche Belastungen bekannt sind.

Abb. 5.5.1



Grenzleistungsfähigkeit bei stationärem Verkehr

Abb. 5.5.2

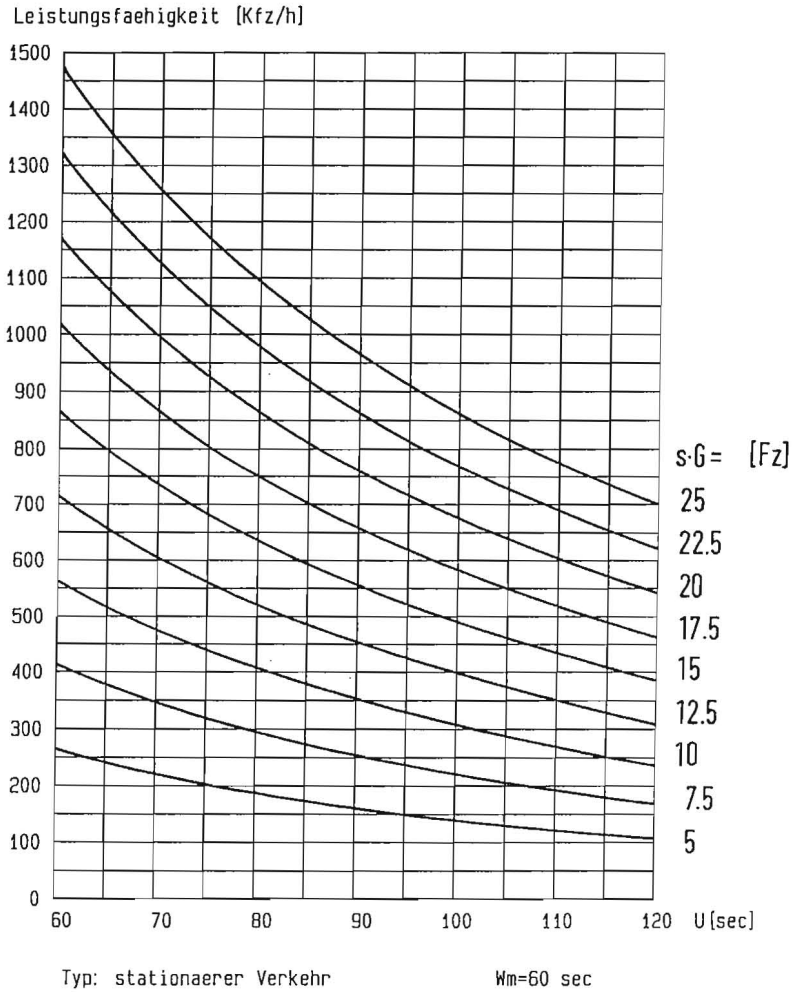
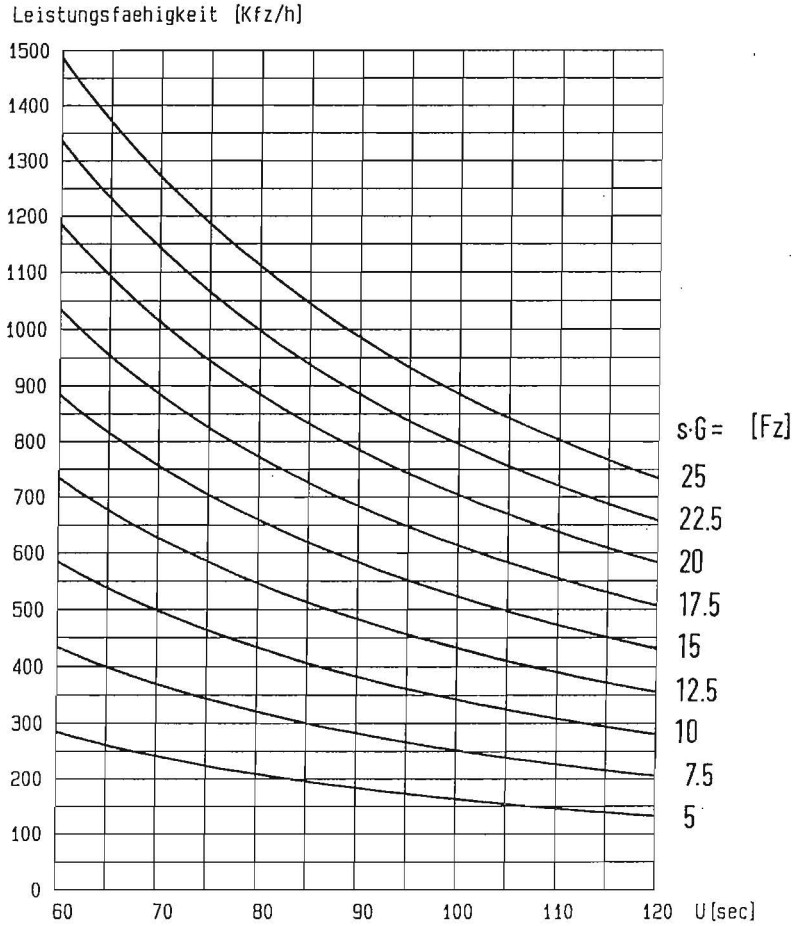


Abb. 5.5.3



Typ: stationärer Verkehr

 $W_m = 120 \text{ sec}$

Abb. 5.5.4

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

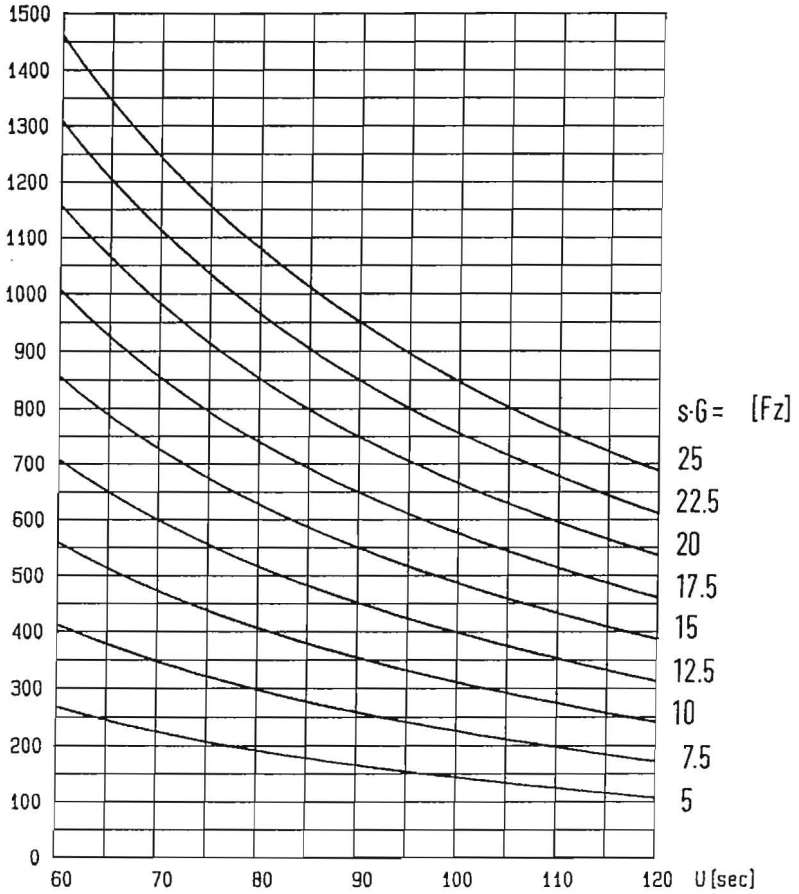
Typ: Parabel mit  $T_0=60$  min  $z=.3$   $\omega_m=60$  sec

Abb. 5.5.5

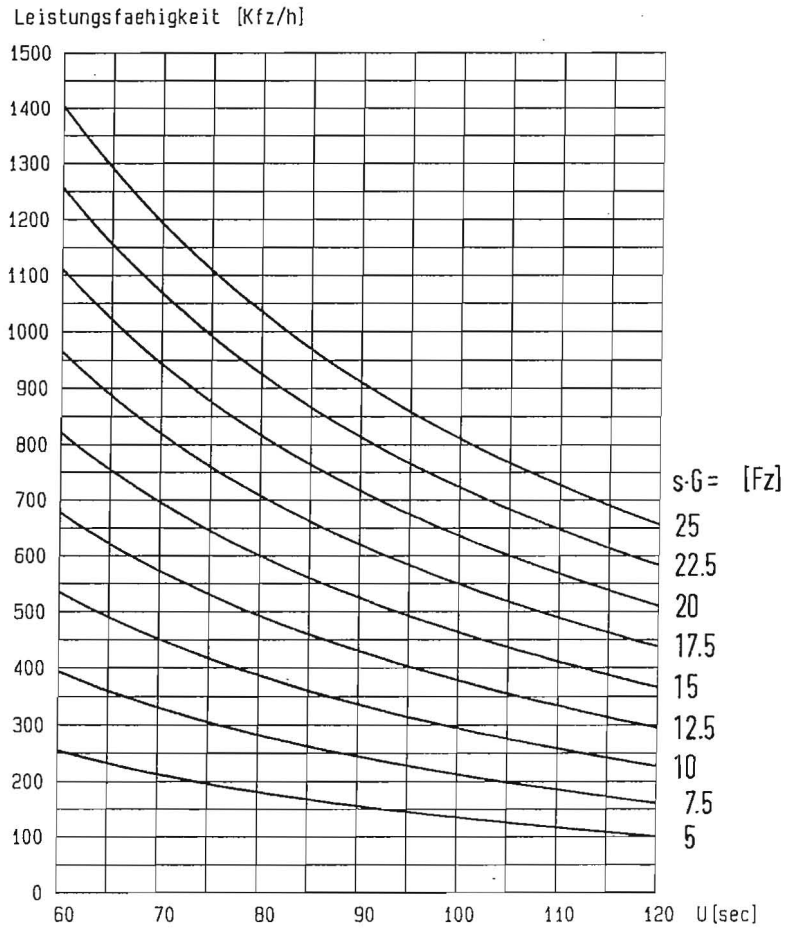
Typ: Parabel mit  $T_0=60 \text{ min}$   $z=.5$  $W_m=60 \text{ sec}$



Abb. 5.5.6

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

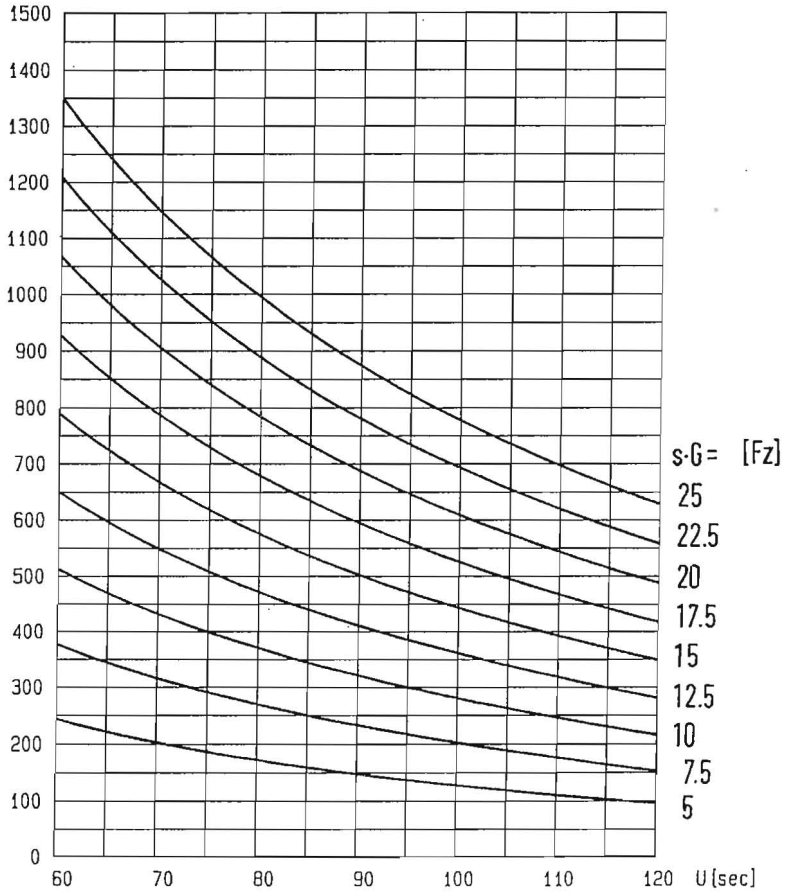
Typ: Parabel mit  $T_0=60$  min  $z=.7$  $W_m=60$  sec

Abb. 5.5.7

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

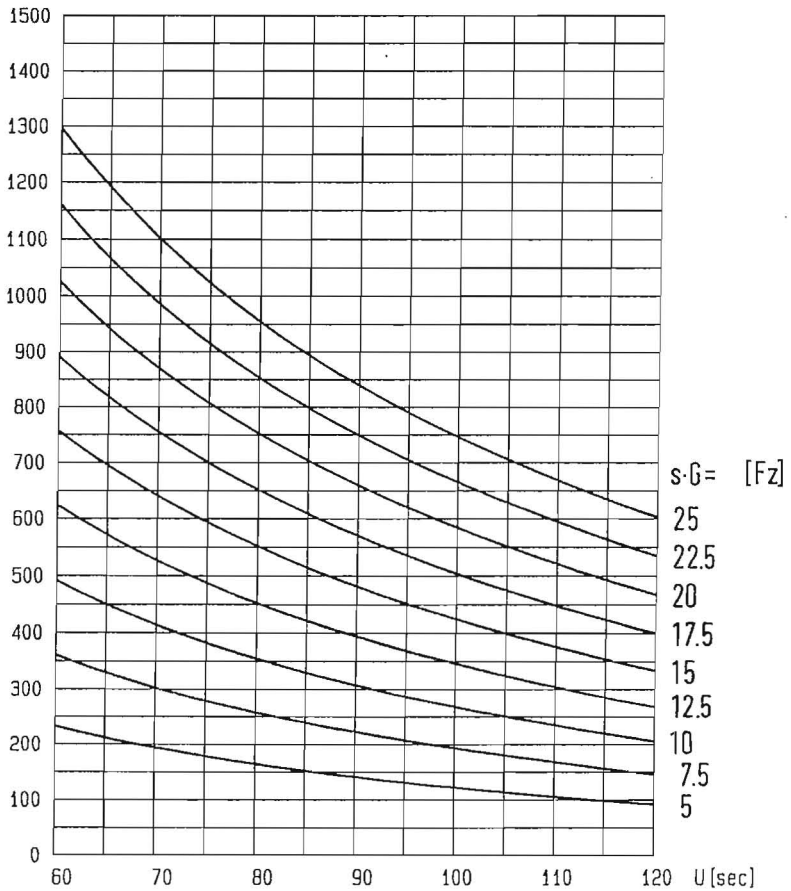
Typ: Parabel mit  $T_0=60$   $z=.9$  $W_m=60$  sec

Abb. 5.5.8

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

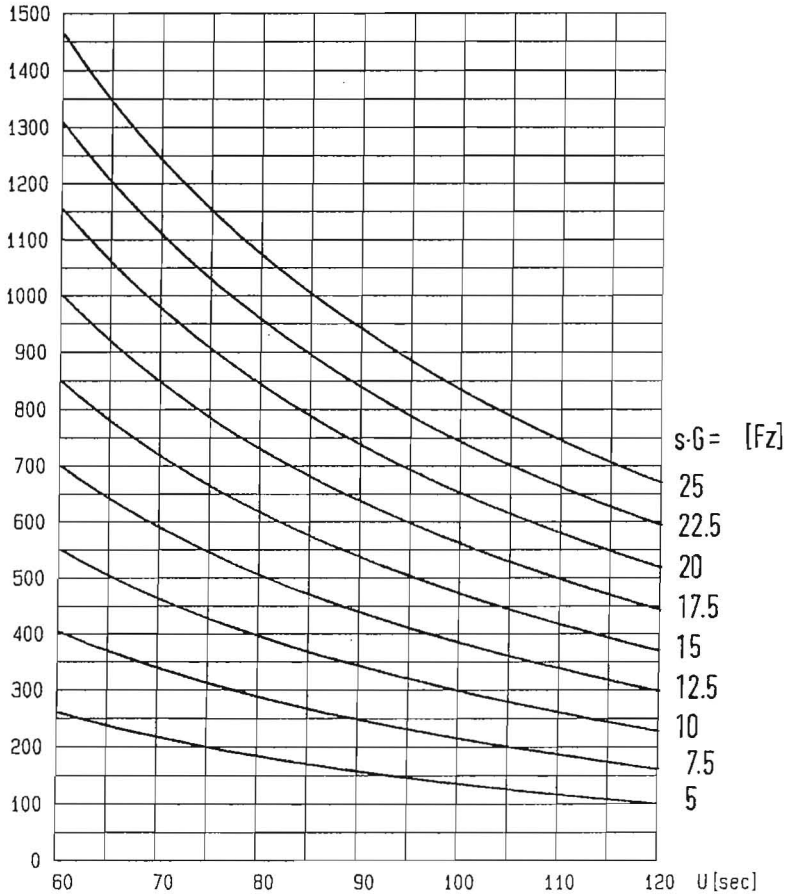
Typ: Parabel mit  $T_0=30$  min  $z=.5$   $W_m=60$  sec

Abb. 5.5.9

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

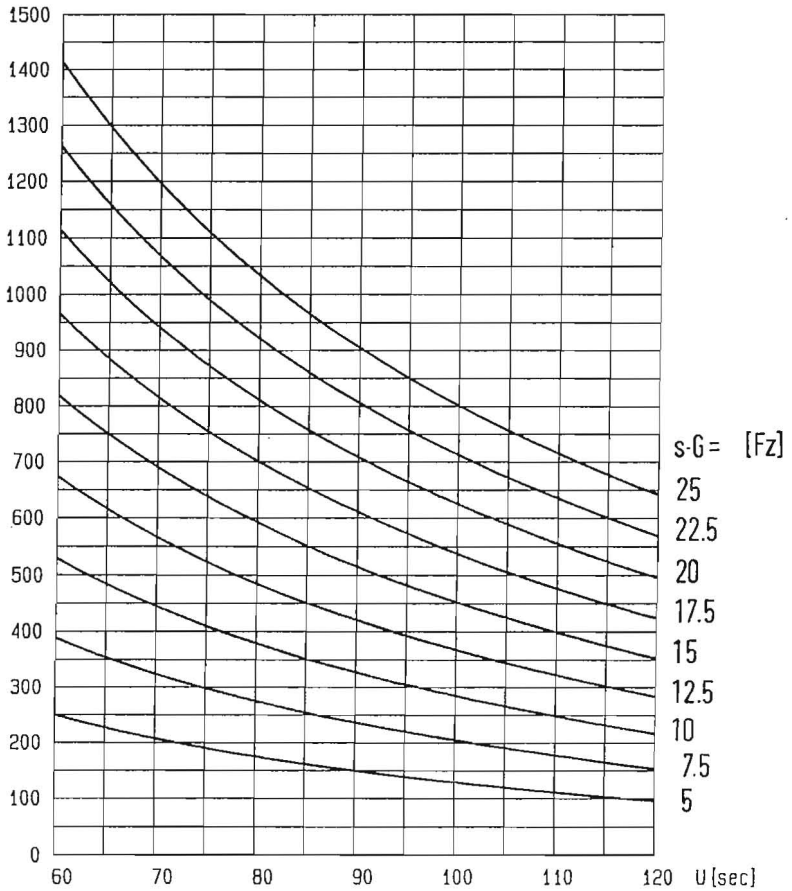
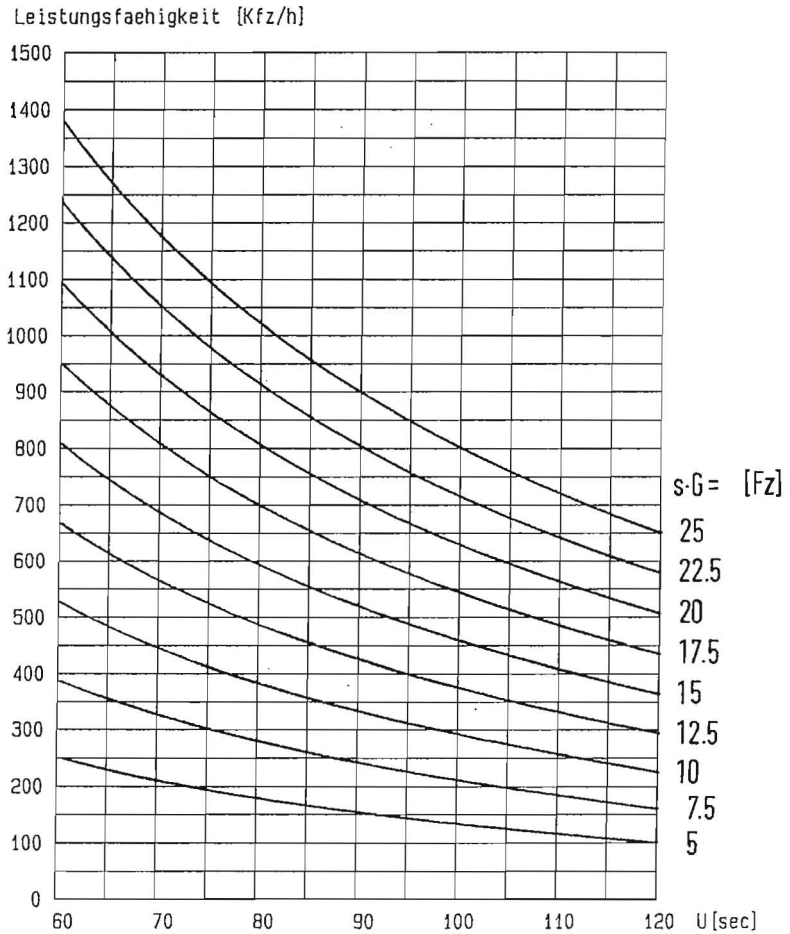
Typ: Parabel mit  $T_0=30$  min  $z=.7$  $W_m=60$  sec

Abb. 5.5.10



Typ: Parabel mit  $T_0=90$  min  $z=.5$   $W_m=60$  sec

Abb. 5.5.11

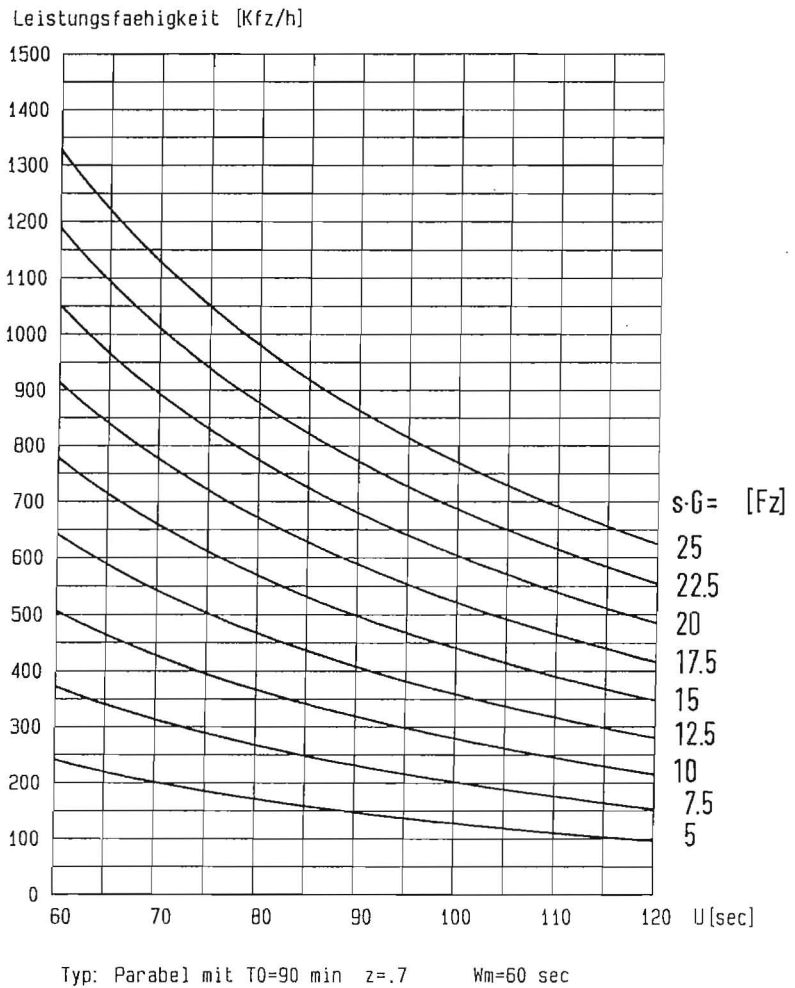


Abb. 5.5.12

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

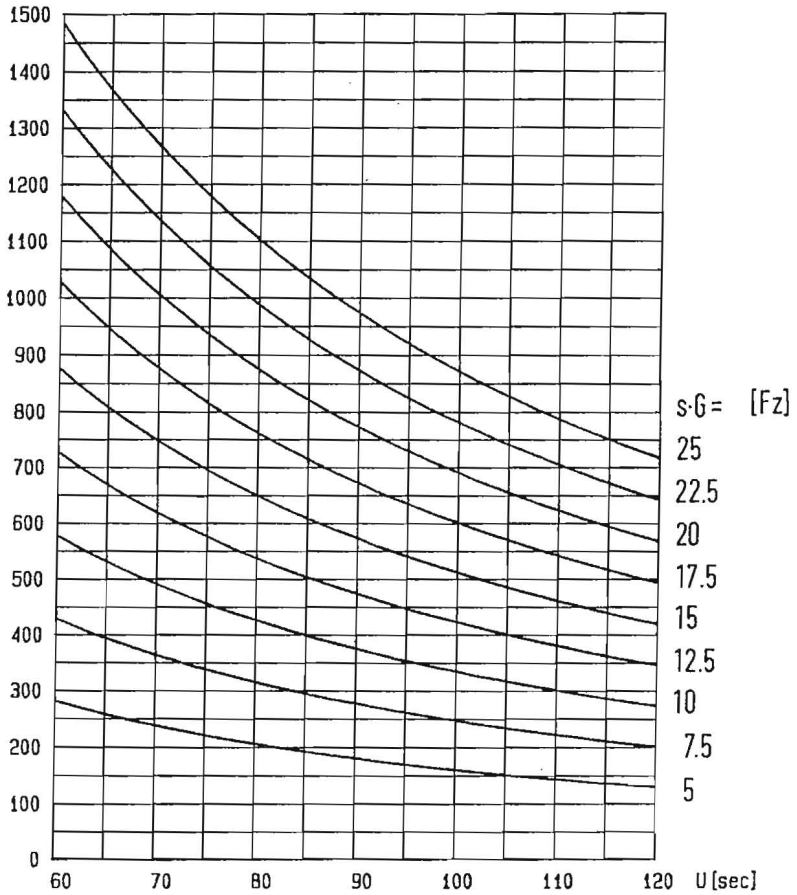
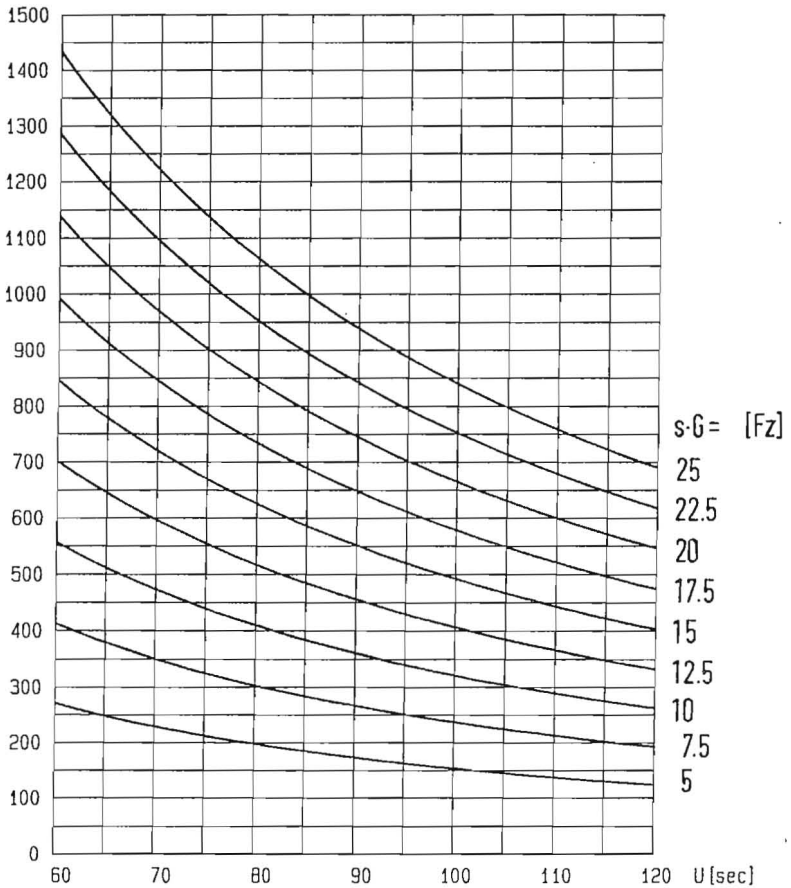
Typ: Parabel mit  $T_0=60$  min  $z=.5$   $W_m=120$  sec

Abb. 5.5.13

Leistungsfähigkeit [Kfz/h]

Typ: Parabel mit  $T_0=60$  min  $z=.7$  $W_m=120$  sec



## 6. Messungen des instationären Verkehrsablaufs an Lichtsignalanlagen

Messungen im realen Verkehrsablauf wurden aus zwei Gründen durchgeführt:

- a) Es sollte typische Ganglinien im Zufluß zu Lichtsignalanlagen ermittelt werden. Dabei bestand auch das Ziel, mathematische Funktionen zu finden, mit denen die Ganglinie der Verkehrsstärken während der Spitzenverkehrszeiten zugleich einfach und zutreffend beschrieben werden kann.
- b) Es sollte der Verlauf der Rückstaulängen unter instationären Bedingungen in der Realität mit verschiedenen Auslastungsgraden beobachtet werden. Ebenso sollten unter instationären Bedingungen die Wartezeiten der Fahrzeuge vor einer Lichtsignalanlage ermittelt werden. Diese empirischen Ergebnisse sollten mit den rechnerischen Resultaten verglichen werden, die sich bei Anwendung der hier entwickelten Theorie ergeben.

Als Meßorte wurden nach der Besichtigung verschiedener, in Betracht kommender Knotenpunkte gewählt:

- Bochum, Universitätsstraße

Die Universitätsstraße ist eine anbaufreie Radialstraße mit je drei Fahrstreifen in beiden Richtungen. Alle Knotenpunkte im betrachteten Bereich sind durch Lichtsignalanlagen gesteuert.

- Dortmund, Wittener Straße

Die Wittener Straße ist eine angebaute Radialstraße mit je einen Fahrstreifen in beiden Richtungen. Alle Knotenpunkte im betrach-

teten Bereich sind durch Lichtsignalanlagen gesteuert.

Außerdem wurde auch eine Verkehrsmessung auf der Bundesstraße B1 in Dortmund Fahrtrichtung Unna durchgeführt, die aber keinen deutlichen Spitzenstundeneffekt zeigte.

Jeweils ca. 250 m vor den von Lichtsignalanlagen gesteuerten Knotenpunkten wurde ein Meßquerschnitt festgelegt. An diesen Querschnitten wurde über jeweils mehrere Stunden der Verkehr mit Videokameras gefilmt. In die Bilder wurde automatisch die Uhrzeit mit einer Auflösung von 1 sec eingeblendet. Dadurch konnten später beim Abspielen der Videobänder die Verkehrsmengen innerhalb beliebig feiner Zeitintervalle ausgezählt werden. Die Auszählung erfolgte mit Hilfe von Listen. Der Inhalt der Listen wurde auf Datenträger übertragen. Die Auswertung am Rechner erfolgte mit den dafür üblichen Rechenprozeduren.

### 6.1 Ermittlung von Ganglinien der Verkehrsstärke

Für die beiden Fahrtrichtungen der Universitätstraße, der Wittener Straße und eine Fahrtrichtung der B1 konnten insgesamt fünf ganztägige Ganglinien ermittelt werden (jeweils von 7 Uhr bis 18 Uhr). Diese fünf Ganglinien der Verkehrsstärke sind in Anhang C in 1-Minuten- (dünnere Linie) und 15-Minuten-Intervallen (dickere Linie) dargestellt.

Nach dem Kriterium, daß die Ganglinien der Spitzenstunden einen steigenden und einen abfallenden Bereich haben sollen, können aus den Ganglinien in Anhang C die folgenden Ausschnitte als sinnvolle Spitzenverkehrs-Intervalle ausgewertet werden:

| Am 17 Mai 1987, Mittwoch                                      | Seite |
|---------------------------------------------------------------|-------|
| 1. Universitätstraße, Fahrtrichtung Stadtmitte, morgens.      | A 20  |
| 2. Universitätstraße, Fahrtrichtung Stadtmitte, abends.       | A 20  |
| 3. Universitätstraße, Fahrtrichtung Universität, morgens.     | A 21  |
| 4. Universitätstraße, Fahrtrichtung Universität, vormittags.  | A 21  |
| 5. Universitätstraße, Fahrtrichtung Universität, nachmittags. | A 21  |
| 6. Universitätstraße, Fahrtrichtung Universität, abends.      | A 21  |
| Am 9 September 1987, Donnerstag,                              |       |
| 7. Wittener Straße, Fahrtrichtung Stadtmitte, morgens.        | A 22  |
| 8. Wittener Straße, Fahrtrichtung Witten, abends.             | A 23  |
| 9. B1, Fahrtrichtung Unna, abends.                            | A 24  |

Diese neun Ausschnitte wurden mit verschiedenen vorgewählten Ganglinientypen (Parabel, Cos-Funktion, Geraden-Kombination) mit Berücksichtigung

Tab. 6.1.1

| Mess. Gln. |     |     |       |     |      |           | T <sub>0</sub> [min] |
|------------|-----|-----|-------|-----|------|-----------|----------------------|
| Nr.        | Typ | z   | RS    | k   | R    | $\bar{q}$ | Uhrzeit              |
| 1.         | P   | .36 | 4.17  | .4  | .949 | 15.84     | 105<br>7.00-8.45     |
|            | C*  | .4  | 4.04  |     |      |           |                      |
|            | G   | .45 | 4.11  |     |      |           |                      |
| 2.         | P   | .4  | 5.72  | .5  | .959 | 25.66     | 105<br>15.15-17.00   |
|            | C*  | .46 | 5.47  |     |      |           |                      |
|            | G   | .5  | 5.50  |     |      |           |                      |
| 3.         | P*  | .6  | 12.05 | .3  | .860 | 31.72     | 47<br>7.42-8.29      |
|            | C   | .68 | 12.33 |     |      |           |                      |
|            | G   | .72 | 12.24 |     |      |           |                      |
| 4.         | P   | .58 | 10.48 | .6  | .860 | 21.40     | 48<br>9.26-10.14     |
|            | C   | .58 | 10.55 |     |      |           |                      |
|            | G*  | .7  | 10.47 |     |      |           |                      |
| 5.         | P   | .4  | 9.34  | .85 | .809 | 19.34     | 74<br>12.54-14.08    |
|            | C   | .45 | 9.31  |     |      |           |                      |
|            | G*  | .49 | 9.27  |     |      |           |                      |
| 6.         | P*  | .36 | 9.74  | .3  | .889 | 19.69     | 160<br>15.15-17.45   |
|            | C   | .3  | 9.80  |     |      |           |                      |
|            | C   | .34 | 9.79  |     |      |           |                      |
| 7.         | P*  | .4  | 3.70  | .45 | .927 | 11.66     | 70<br>7.05-8.15      |
|            | C   | .4  | 3.81  |     |      |           |                      |
|            | G   | .44 | 3.74  |     |      |           |                      |
| 8.         | P*  | .36 | 3.17  | .4  | .951 | 11.06     | 140<br>15.15-17.35   |
|            | C   | .3  | 3.45  |     |      |           |                      |
|            | G   | .35 | 3.42  |     |      |           |                      |
| 9.         | P*  | .35 | 8.18  | .5  | .981 | 50.15     | 215<br>14.24-16.59   |
|            | C   | .25 | 8.69  |     |      |           |                      |
|            | C   | .3  | 8.58  |     |      |           |                      |

P = Parabel

C = Cos-Funktion

G = Gerade-Kombination

\* = Ganglinie mit der kleinsten RS

RS = Reststreuung (in Fz/min)

k = Asymmetrie-Faktor

R = Korrelationskoeffizient

 $\bar{q}$  = mittlere Verkehrsstärke  
(in Fz/min)

sichtigung des Verkehrs außerhalb des definierten Zeitraum  $T_0$  (vgl. Abb. 6.1.1, 6.1.2 und 6.1.3) und verschiedenen Parametern ( $T_0$ ,  $z$ ,  $k$ ) verglichen. Die Funktionen, die die kleinsten Reststreuungen zu den in 1-Minuten-Intervallen gemessenen Ganglinien hatten, wurden als Näherungsdarstellungen der Ganglinien angenommen. (Tab. 6.1.1)

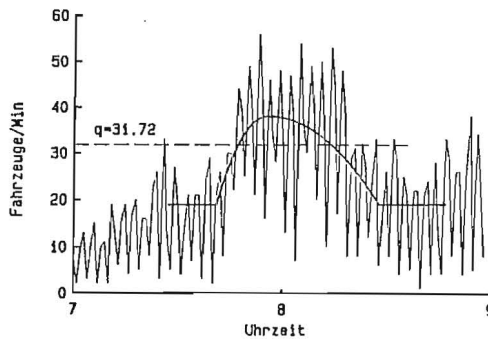


Abb. 6.1.1

In Tabelle 6.1.1 zeigt sich, daß alle drei Ganglinientypen in der Wirklichkeit auftreten. Es ist offensichtlich nicht möglich, einen bestimmten Funktionstyp als Standardganglinie zu definieren. Andererseits kann man die Frage nach dem Typ der Ganglinie möglicherweise auch unbeantwortet lassen: Die Genauigkeiten – ausgedrückt durch die Reststreuung – mit den die jeweils beste und schlechteste Funktion die Beobachtung beschreiben, unterscheiden sich nur marginal. Insofern ist eher davon auszugehen, daß alle 3 untersuchten Funktionstypen die beobachteten Spitzenverkehrs- Intervalle etwa gleich gut beschreiben. Die Frage, mit welchem Funktionstyp dann zu rechnen ist, muß deshalb eher pragmatisch beantwortet werden. Da die Parabel dabei möglicherweise wegen der einfacheren mathemati-

schen Form als vorteilhaft anzusehen ist und weil sie hier in 5 (zuzüglich. Mess. Nr. 4) von 9 Fällen sich als günstig erwiesen hat, wird vorgeschlagen, der Parabel als Typ der Ganglinie in einem Spitzenverkehrs-Intervall den Vorzug zu geben.

Hinsichtlich der Dauer  $T_0$  der Spitzenverkehrs-Intervalls sind ebenfalls unterschiedliche Werte beobachtet worden. Sie reichen von  $T_0 = 47$  min bis  $T_0 = 215$  min. Daraus ergibt sich der Schluß, daß  $T_0$ -Werte in der Größenordnung von 60 min und mehr durchaus realistisch sind, daß aber andererseits  $T_0 = 30$  min, wie dies gelegentlich diskutiert wird, ein besonders geringer Wert wäre.

Die Spanne  $z$  der Ganglinie bewegt sich in Größenordnungen von 0,35 bis 0,6 (bezogen auf die Parabel). Der Wert 0,4 scheint in einem repräsentativen Bereich zu liegen.

Es ist zu vermuten, daß die mittlere Verkehrsstärke  $\bar{q}$ , die Spanne  $z$  und die Intervalllänge  $T_0$  in einem statistischen Zusammenhang stehen könnten (vgl. Abb. 6.1.4 und 6.1.5). Angesichts des geringen Stichprobenumfangs von 9 ist hier kein eindeutiges Resultat zu erwarten. Als Tendenz deutet sich an:

- $z$  hängt mit  $T_0$  zusammen. Über  $T_0 = 60$  min ist  $z$  zwischen 0,35 bis 0,4 zu erwarten. Bei  $T_0 = 47$  min wurde  $z = 0,6$  beobachtet.
- Andere Zusammenhänge lassen sich auch als Vermutung nicht feststellen.

Es wäre wünschenswert, derartige Zusammenhänge auf der Basis umfangreicherer Meßreihen festzustellen.

Ganglinie Uni-Str. Richtg. Stadtmitte

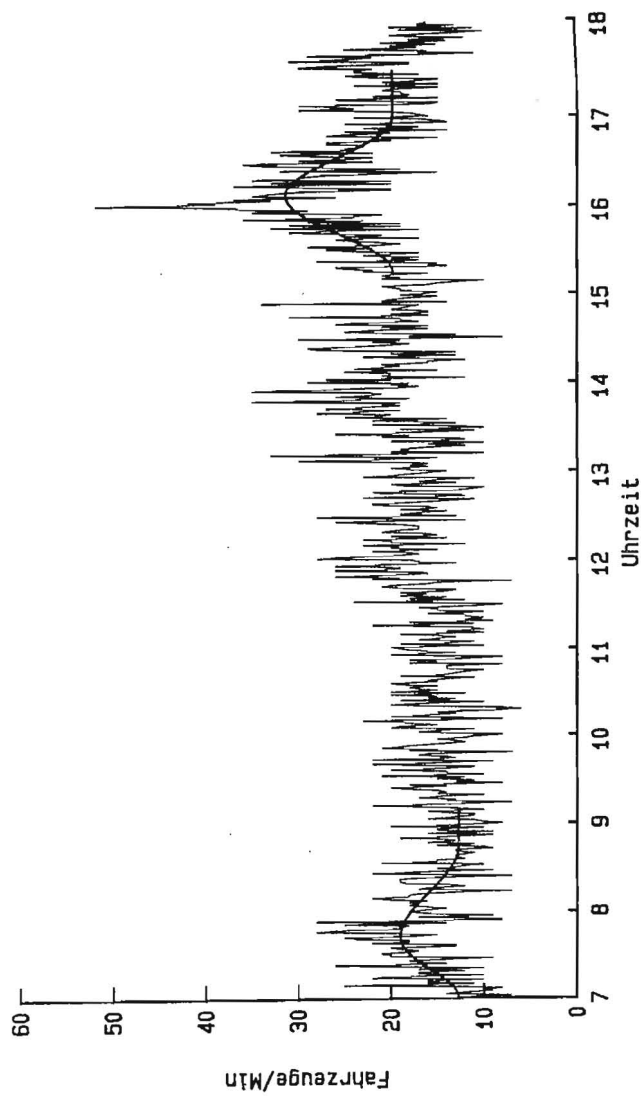


Abb. 6.1.1.2 Anpassung der Ganglinie (Beispiel 1)

Ganglinie Uni-Str. Richtg. Universitaet

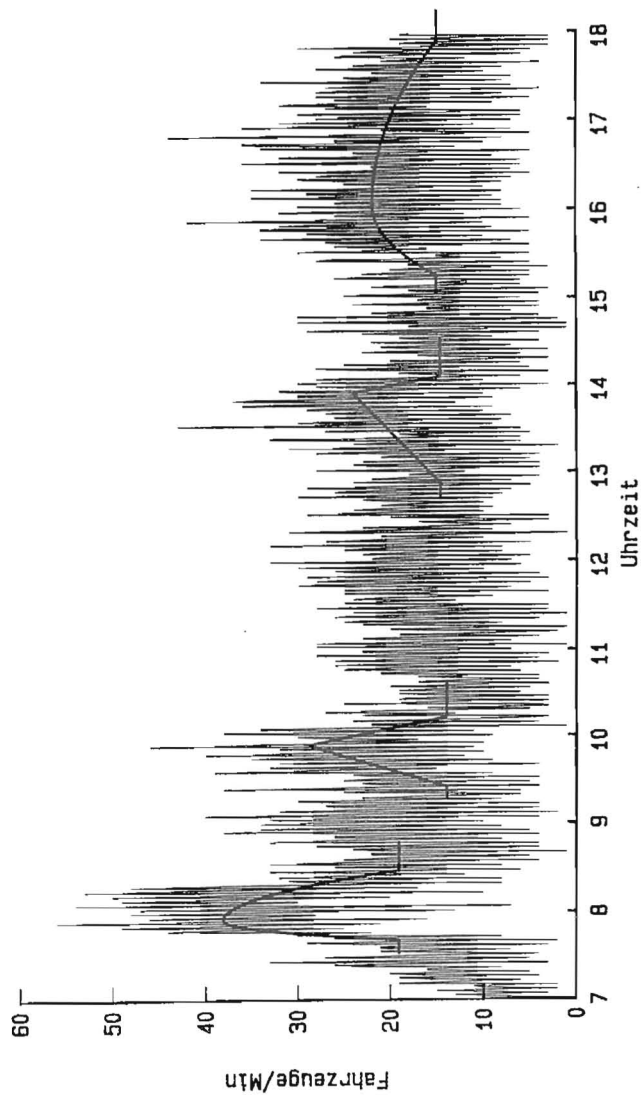


Abb. 6.1.3 Anpassung der Ganglinie (Beispiel 2)



Abb. 6.1.4

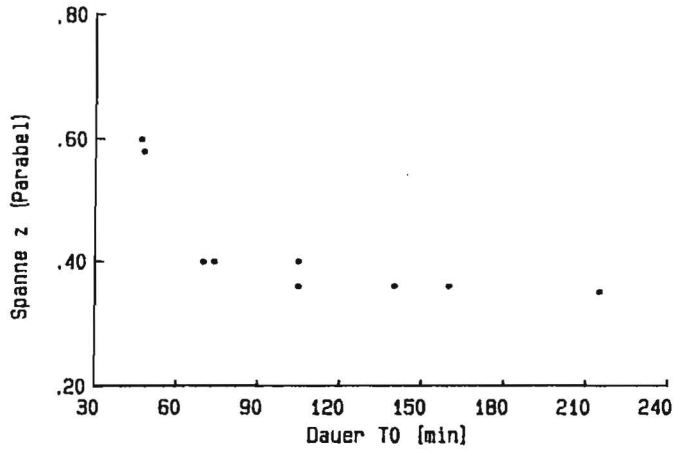
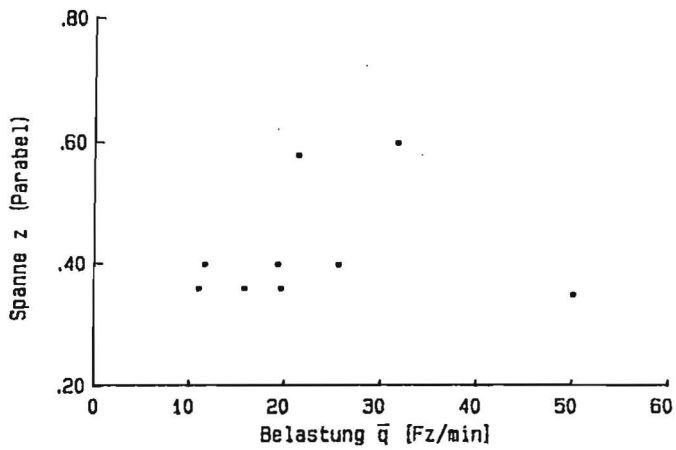


Abb. 6.1.5



## 6.2 Rückstaulängen und Wartezeiten

Die tatsächlichen Rückstaulängen und Wartezeiten bei instationärem Verkehr lassen sich bei den hier beobachteten Verkehrsvorgängen nur unzureichend untersuchen. Gründe dafür sind:

1. Es traten nur selten Überlastungen auf, die eigentlich Voraussetzung für die Ansätze zur Berechnung der mittleren Wartezeit bei instationärem Verkehr sind (nur in drei der Spitzenstunden waren die Knotenpunkte überlastet).
2. Die tatsächlichen Leistungsfähigkeiten der Knotenpunkte waren bei den Überlastungen meistens niedriger als die rein rechnerisch zu ermittelnden Grenzleistungsfähigkeiten der Lichtsignalanlagen. Grund solcher Leistungsfähigkeitsverminderungen waren z.B. Links- und Rechtsabbieger bei einspurigen Straßen.

Auf Grund dieser Überlegungen wurden für einen Vergleich der hier entwickelten Formel die realen Knoten durch idealisierte Knotenpunkte ersetzt, an denen die nötigen Überlastungen simuliert werden konnten.

Es wurde angenommen, daß es einen signalisierten Knotenpunkt mit der Sättigungsabflußstärke  $s$ , Umlaufzeit  $U$  und Grünzeit  $G$  an der beobachteten Straße gäbe.  $U$  und  $G$  können so vorgegeben werden, daß ein vorgegebener mittlerer Auslastungsgrad  $\bar{x}$  eintritt. Betrachtet man die gemessene Verkehrsstärke als die Ganglinie der Ankünfte vor dem angenommenen Knotenpunkt, so kann man die Ganglinie der Reststaulänge und damit die durchschnittliche mittlere Wartezeit über

den Zeitraum  $T_0$  ermitteln. Diese Ermittlung kann von Hand oder mit einem einfachen Rechenprogramm so vorgenommen werden, daß in jedem Umlauf die angekommenen Fahrzeuge mit dem fiktiven Signalzeitenplan verglichen werden: Jedes ankommende Fahrzeug, das auf eine ausreichende lange Grünzeit trifft, kann weiterfahren, sofern die vorangehende Warteschlange abgebaut ist. Damit ergibt sich aus der Ankunftsganglinie und dem Signalzeitenplan eine Ganglinie des Rückstaus bei Grünende. Abb. 6.2.1 zeigt dazu zwei Beispiel. Unten ist die gemessene Ankunftsganglinie gezeigt. Oben findet sich die ermittelte Ganglinie des Rückstaus bei Grünende zusammen mit einer näherungsweise Angleichung dieser Ganglinie.

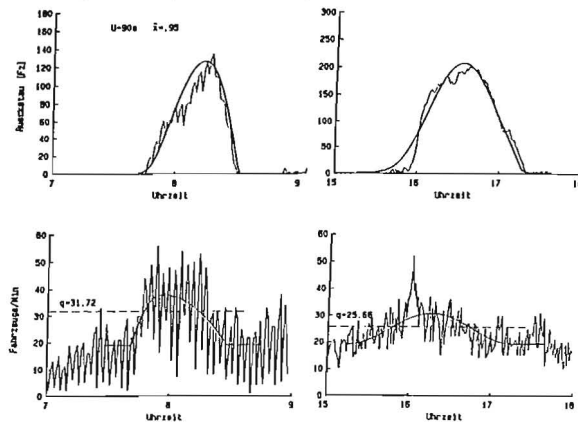


Abb. 6.2.1

Nach der in dieser Arbeit entwickelten neuen Formel für die Berechnung der Wartezeit bei instationärem Verkehr (Gl. 4.3.18\* und Gl. 4.3.0) kann man auch die durchschnittliche mittlere Wartezeit über den Zeitraum  $T_0$  ermitteln. Verwendet wurden dazu jeweils die

Tab. 6.2.1

| $\bar{x}=$ | .9   |      | .95   |       | 1.0   |       | 1.05  |       |
|------------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Nr.        | gem. | ger. | gem.  | ger.  | gem.  | ger.  | gem.  | ger.  |
| 1.         | 41.9 | 55.2 | 113.5 | 122.0 | 234.5 | 231.0 | 410.3 | 397.5 |
| 2.         | 88.9 | 70.8 | 147.4 | 133.8 | 249.4 | 257.6 | 420.9 | 416.3 |
| 3.         | 25.9 | 31.1 | 69.3  | 70.7  | 128.4 | 119.6 | 193.7 | 179.1 |
| 4.         | 46.1 | 50.9 | 83.2  | 90.3  | 144.1 | 140.1 | 215.3 | 200.9 |
| 5.         | 50.8 | 40.5 | 98.3  | 93.3  | 156.4 | 158.0 | 239.3 | 258.6 |
| 6.         | 25.0 | 26.1 | 79.7  | 99.1  | 280.8 | 251.8 | 486.2 | 473.1 |
| 7.         | 17.4 | 36.9 | 61.3  | 77.2  | 148.2 | 145.8 | 254.1 | 241.4 |
| 8.         | 30.0 | 40.0 | 112.0 | 110.5 | 255.0 | 243.0 | 410.0 | 423.0 |
| 9.*        |      |      |       |       |       |       |       |       |

\* Ganglinie Nr. 9 ist wegen ihre Überlänge ( $T_0=215$  min) hier nicht ausgewertet.

gem. - Ergebnisse mit gemessenen Ganglinien

ger. - Ergebnisse mit angepaßten mathematischen Funktionen

Abb. 6.2.2

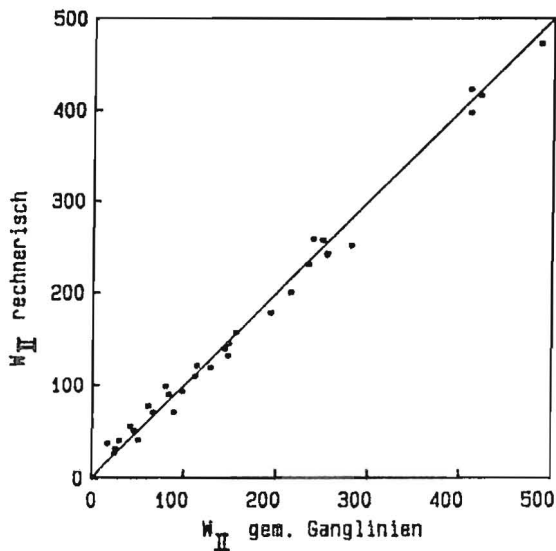


Abb. 6.2.3

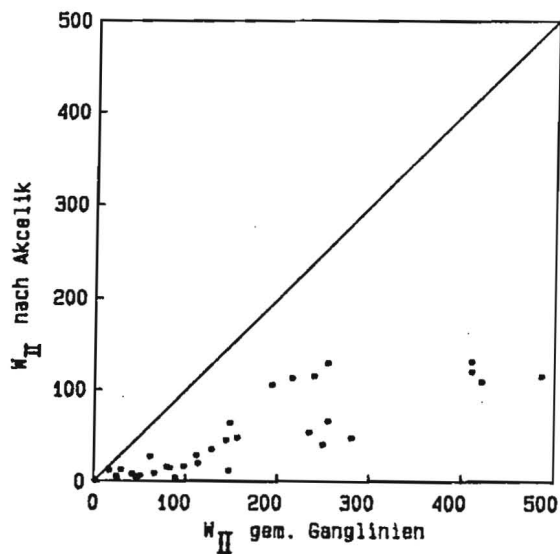
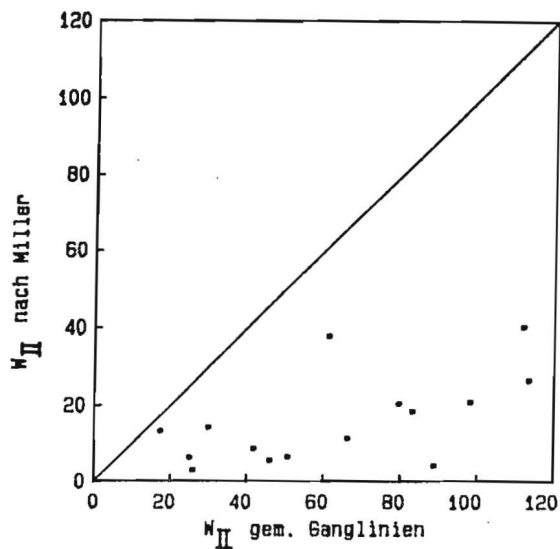


Abb. 6.2.4



Funktion, die nach Tab. 6.1.1 die Ganglinie am besten annäherte.

Zum Vergleich sind die Ergebnisse beider Berechnungen mit den mittleren Auslastungsgraden  $\bar{x}=0.9$  , 0.95 , 1.0 und 1.05 in Tab.6.2.1 eingetragen. In Abb. 6.2.2 sind die Tabellenwerte graphisch gegenübergestellt. Bei Übereinstimmung zwischen den aus realen Ganglinien ermittelten  $W_{II}$ -Werten und den Ergebnissen der Rechenformeln müßten die Punkte auf der Diagonalen liegen. Die Abb. 6.2.2 verdeutlicht, daß zwar Abweichungen auftreten, daß aber die aus realen Ganglinien ermittelten Wartezeiten und die rein rechnerischen Ergebnisse über die ganze Spannweite der Werte-Skala gut übereinstimmen.

Die Übereinstimmung ist auf jeden Fall deutlicher besser als bei einer Schätzung der mittleren Wartezeit mit

- stationärem Ansatz (hier: mit Miller's Formel, Abb. 6.2.3; nur für  $\bar{x} = 0.9$  und 0.95 möglich).
- dem Ansatz von Akcelik (Abb. 6.2.4).

Die Wartezeiten  $W_{II}$  nach den gemessenen Ganglinien und nach dem mathematischen Ansatz (vgl. Tab. 4.2.1) sind noch einmal in Tab. 6.2.2 mit absoluten und relativen Abweichungen dargestellt:

Tab. 6.2.2

| Nr. | W     | $\hat{W}$ | $\Delta W$ | $\Delta W / \hat{W}$ | W     | $\hat{W}$ | $\Delta W$ | $\Delta W / \hat{W}$ |
|-----|-------|-----------|------------|----------------------|-------|-----------|------------|----------------------|
| 1.  | 41.9  | 55.2      | -10.2      | -.196                | 113.5 | 122.0     | -8.5       | -.070                |
|     | 234.5 | 231.0     | 3.5        | .015                 | 410.3 | 397.5     | 12.8       | .021                 |
| 2.  | 88.9  | 70.8      | 18.1       | .256                 | 147.4 | 133.8     | 13.6       | .102                 |
|     | 249.4 | 257.6     | -8.2       | -.032                | 420.9 | 416.3     | 4.6        | .011                 |
| 3.  | 25.9  | 31.1      | -5.2       | -.167                | 69.3  | 70.7      | -1.4       | -.020                |
|     | 128.4 | 119.6     | 9.0        | .075                 | 193.7 | 179.1     | 14.6       | .082                 |
| 4.  | 46.1  | 50.9      | -4.8       | -.094                | 83.2  | 90.3      | -7.1       | -.079                |
|     | 144.1 | 140.1     | -4.0       | -.029                | 215.3 | 200.9     | 14.6       | .073                 |
| 5.  | 50.8  | 40.5      | 10.3       | .254                 | 98.3  | 93.3      | 5.0        | .054                 |
|     | 156.4 | 158.0     | -1.6       | -.010                | 239.3 | 258.6     | 17.3       | .067                 |
| 6.  | 25.0  | 26.1      | -1.1       | -.042                | 79.7  | 99.1      | -19.6      | -.198                |
|     | 280.8 | 251.8     | 14.2       | .056                 | 486.2 | 473.1     | 13.1       | .028                 |
| 7.  | 17.4  | 36.9      | -19.5      | -.528                | 61.3  | 77.2      | -15.9      | -.206                |
|     | 148.2 | 145.8     | 2.4        | .016                 | 254.1 | 241.4     | 13.0       | .054                 |
| 8.  | 30.0  | 40.0      | -10.0      | -.25                 | 112.0 | 110.5     | 1.5        | .014                 |
|     | 255.0 | 243.0     | 12.0       | .049                 | 410.0 | 423.0     | -13.0      | -.031                |

Mittelwert  $\Delta \bar{W} = 1.13 \text{ sec}$   $\Delta \bar{W} / \bar{W} = -.022$   
 Standardabweichung  $s_{\Delta \bar{W}} = 10.4 \text{ sec}$   $s_{\Delta \bar{W} / \bar{W}} = 0.146$

$\bar{W}$  - Messungswerte

$\hat{W}$  - Regressionswerte

Die Wartezeit wird nach diesen Überlegungen als eine Funktion von der Ganglinienlänge  $T_0$ , dem mittleren Verkehrsauslastungsgrad  $\bar{x}$  über  $T_0$ , der Spanne der Ganglinie  $z$ , der Umlaufzeit  $U$ , der Abflußkapazität eines Umlaufs  $s \cdot G$  und der Form der Ganglinie aufgefaßt, d.h.:

$$W = f(T_0, \bar{x}, z, U, s \cdot G, \text{Form})$$

Weil bei allen Berechnungen die gleiche Umlaufzeit  $U = 90 \text{ sec}$  eingesetzt wurde, sind hier die Ergebnisse nicht von  $U$  abhängig, d.h.

$$W = f(T_0, \bar{x}, z, s \cdot G, \text{Form})$$

$W$  ist dann eine Funktion von fünf Variabeln. Die Reststreuung der Regressionsfunktion kann man aus den Daten von Tab. 6.2.2 ermitteln:

$$RS = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot (\bar{W} - \hat{W})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \Delta W^2} = 11,34 \text{ sec}$$

Und analog zur multiplen linearen Regression ergibt sich dann der multiple Korrelationskoeffizient zu

$$R = \sqrt{1 - \frac{Q}{S_{WW}}} = 0,99550$$

mit

$$Q = \sum \Delta W_i^2$$

$$S_{WW} = \sum (W_i - \bar{W})^2$$

Das Bestimmtheitsmaß ist dann:

$$B = R^2 = 0,99102$$

Nach der Theorie der Statistik (vgl./60/, SACHS, Abs. 58, Gl. 5.88) kann man die statistische Größe

$$u = \frac{R^2/m}{(1-R^2)/(n-m-1)}$$

als Test-Größe verwenden. Getestet wird damit die Hypothese, daß die hier entwickelte Formel zutreffend die mittlere Wartezeit beschreibt. Die Testgröße  $u$  ist F-verteilt mit  $m=5$  Freiheitsgraden (Anzahl der unabhängigen selbst variierten Größen der Regressionsfunktion) und  $n=32$  (Anzahl der Daten), d.h.:

$$u \sim F(m, n-m-1)$$

Für das Significanzniveau  $\alpha=0,01$  gilt (SACHS, Tab. 30d, S. 120)

$$u_{\alpha} = 3,82$$



Weil

$$u = \frac{0,9955^2/5}{(1-0,9955^2)/(32-5-1)} = 574.5 > u_{\alpha} = 3,82$$

ist die o.g. Hypothese bestätigt.

Die Häufigkeit der relativen Abweichungen der Wartezeit ist in einem Histogramm in Abb. 6.2.5 dargestellt. Sie hat eine Standardabweichung  $s=0,146$ .

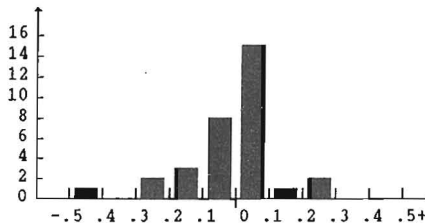


Abb. 6.2.5

Die verbleibenden Abweichungen zwischen den Ergebnissen der Formel und der aus den beobachteten Ganglinien ermittelten mittleren Wartezeit können nicht in erster Linie der Ungenauigkeit der Formel angelastet werden. Sie sind vielmehr vor allem eine Folge des realen Verlaufs der Ganglinien. Dieser Verlauf kann naturgemäß durch die Parabel - oder Cosinuslinie nur angenähert, nicht aber mit allen mikroskopischen Schwankungen exakt beschrieben werden. Wesentlich an der Gegenüberstellung ist:

- Die relative Abweichung ist im Mittel mit  $-0.022$  nahezu gleich Null. Dies bedeutet: Systematische Fehler treten bei Verwendung

der Formel nicht auf.

- Der absolute Fehler ist praktisch unabhängig von der Größenordnung der mittleren Wartezeit (Abb. 6.2.6). Eine statische Analyse zeigt, daß der Fehler mit guter Näherung im Bereich  $\pm 20$  sec gleichverteilt ist.

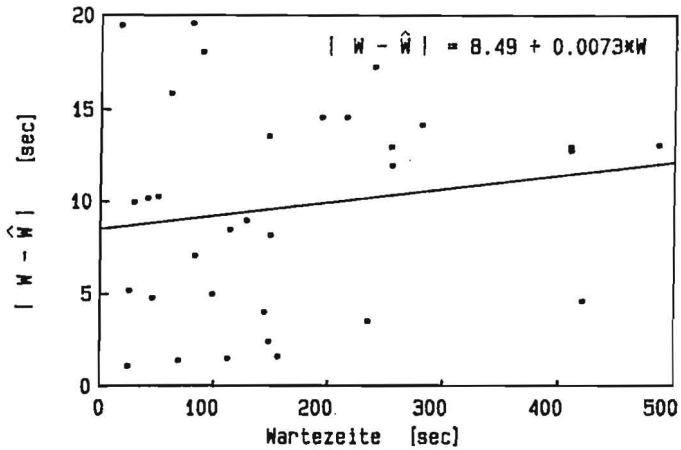
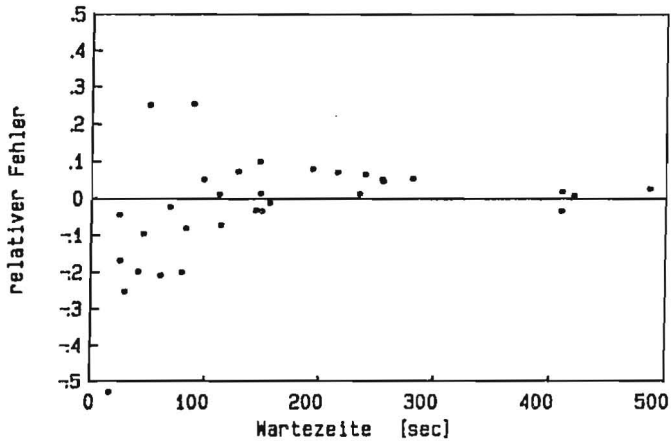
Abb. 6.2.6 Absolute-Werte des Fehlers  $|W - \hat{W}|$ 

Abb. 6.2.7 relativer Fehler



### 6.3 Vereinfachte Darstellung der Ganglinien in Spitzenstunden

In der Praxis ist eine Darstellung der Ganglinien in Parabel oder eine detaillierte Betrachtung in 1-Minuten-Intervall nicht üblich und auch nicht möglich. Die genaueste Aufgliederung von Ganglinien, die für praktische verkehrstechnische Berechnungen gebräuchlich ist, ist eine Auflösung in 1/4-Stunden-Intervalle.

Es wird im folgenden untersucht, ob auch bei einer derart groben Annäherung der Zuflußganglinie zu einem Signal die mittlere Wartezeit bei instationären Verhältnissen noch ausreichend genau angenähert werden kann.

Hier können aus den Messungen zusätzlich zu den bisher genannten 9 Spitzenverkehrs-Intervallen 6 weitere Intervalle beobachtet werden ( $T_0 = 60 \text{ min}$ ):

|                                                              | Seite |
|--------------------------------------------------------------|-------|
| 10. Universitätstraße, Fahrtrichtung Stadtmitte, vormittags. | A 20  |
| 11. Wittener Straße, Fahrtrichtung Stadtmitte, vormittags.   | A 22  |
| 12. Wittener Straße, Fahrtrichtung Stadtmitte, abends.       | A 22  |
| 13. Wittener Straße, Fahrtrichtung Witten, vormittags.       | A 23  |
| 14. Wittener Straße, Fahrtrichtung Witten, nachmittags.      | A 23  |
| 15. B1, Fahrtrichtung Unna, nachmittags.                     | A 24  |

Tab. 6.3.1

| Nr.                | z   | $\bar{q}$ [Fz/min] | $k_{0/4}$ | $k_{1/4}$ | $T_o$       |
|--------------------|-----|--------------------|-----------|-----------|-------------|
| 1.                 | .31 | 17.3               | 1.126     | 1.084     | 7.17- 8.17  |
| 2.                 | .38 | 28.3               | 1.158     | 1.105     | 15.34-16.34 |
| 3.                 | .79 | 28.2               | 1.369     | 1.246     | 7.33- 8.33  |
| 4.                 | .64 | 20.5               | 1.285     | 1.19      | 9.17-10.17  |
| 5.                 | .57 | 19.9               | 1.24      | 1.16      | 13.18-14.18 |
| 6.                 | .19 | 20.5               | 1.075     | 1.05      | 15.23-16.23 |
| 7.                 | .38 | 12.1               | 1.15      | 1.10      | 7.08- 8.08  |
| 8.                 | .11 | 12.0               | 1.042     | 1.028     | 15.57-16.57 |
| 9.                 | .10 | 53.3               | 1.039     | 1.026     | 16.34-17.34 |
| 10.                | .21 | 18.7               | 1.084     | 1.055     | 10.45-11.45 |
| 11.                | .3  | 8.6                | 1.12      | 1.08      | 10.14-11.14 |
| 12.                | .28 | 10.2               | 1.113     | 1.075     | 15.49-16.49 |
| 13.                | .35 | 8.4                | 1.144     | 1.096     | 10.01-11.01 |
| 14.                | .33 | 10.2               | 1.135     | 1.09      | 14.17-15.17 |
| 15.                | .08 | 37.4               | 1.03      | 1.02      | 7.08- 8.08  |
| Mittelwert         |     |                    | 1.141     | 1.094     |             |
| Standardabweichung |     |                    | 0.098     | 0.063     |             |

$$k_{1/4} = q_{1/4, \max} / \bar{q}$$

$$k_{0/4} = q_{0/4} / \bar{q}$$

Für alle Spitzenstundenintervalle (Nr. 1.-15.) wird das Intervall der Länge  $T_o$  (=60 min) ausgewertet, in das die jeweils größte stündliche Belastung fällt, d.h.  $T_o$  beginnt und endet hier nicht zu festgesetzten Uhrzeiten (z.B. 1.: nicht 7<sup>15</sup> - 8<sup>15</sup> sondern 7<sup>17</sup> - 8<sup>17</sup>). In Tab. 6.3.1 sind diese Zeiten für alle Ganglinien eingetragen. Dabei ist  $\bar{q}$  die mittlere Verkehrsstärke der Zufahrt in Fz/min. Definiert wird außerdem:

$$k_{0/4} = \frac{q_{0/4}}{\bar{q}}$$

$$k_{1/4} = \frac{q_{1/4}}{\bar{q}}$$

Dazu wird  $T_0$  in 4 gleich lange Intervalle geteilt.  $q_{0/4}$  ist die mittlere Verkehrsstärke (in Fz/min) des höchst beobachteten 1/4-Stunden-Intervalls.  $q_{1/4}$  ist die mittlere Verkehrsstärke (Fz/min) der beiden an höchsten belasteten 1/4-Stunden-Intervalle. (vgl. Abb. 4.3.7, dort ist  $q_{1/4}$  mit  $q_{1/4,max}$  bezeichnet). Es gilt im allgemeinen Fall:

$$k_{0/4} = 1 + (k_{1/4} - 1) \cdot \frac{3}{2}$$

Der mittlere Wert von  $k_{1/4}$  ist 1,094, die Standardabweichung von  $k_{1/4}$  ist 0,063. Es wird angenommen, daß  $k_{1/4}$  normal-verteilt ist. Wegen des zu geringen Stichprobenumfangs war die Durchführung eines  $\chi^2$ -Tests nicht sinnvoll. In Abb. 6.3.1 sind lediglich die Häufigkeit und die Summelinie von  $k_{1/4}$  dargestellt.

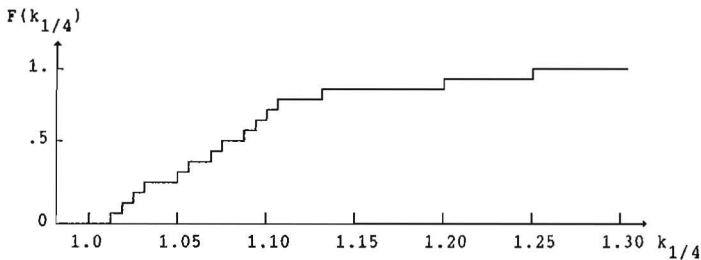


Abb. 6.3.1

Für  $k_{0/4}$  ergibt sich ein Mittelwert von 1,141 und eine Standardabweichung von 0,098. GLEUE(1972) hat festgestellt, daß das Verhältnis  $k_{0/4}$  durch eine Regressionsfunktion beschrieben werden kann. Seine Regressionsformel lautet:

$$k_{0/4} = 4 \cdot (28,594 - 0,0010 \cdot \bar{q}) / 100$$

$$1008 \leq \bar{q} \leq 1320 \text{ Fz/h}$$

(6.3.1)

Vereinfacht kann nach GLEUE auch  $k_{0/4} = 1,2$  angesetzt werden. Der Wert  $k_{0/4} = 1,2$  entspricht einer Ganglinienspanne  $z = 0,68$  bei Parabel-Ganglinien,  $z = 0,48$  bei Cos-Funktion-Ganglinien und  $z = 0,53$  bei Geraden-Kombination-Ganglinien mit  $T_0 = 60 \text{ min}$ .

Tab. 6.3.2

| Nr.                | W     | $\hat{W}$ | $\Delta W$ | $\Delta W / \hat{W}$ | Nr.                                      | W     | $\hat{W}$ | $\Delta W$ | $\Delta W / \hat{W}$ |
|--------------------|-------|-----------|------------|----------------------|------------------------------------------|-------|-----------|------------|----------------------|
| 1.                 | 92.2  | 106.1     | -13.9      | -.131                | 2.                                       | 140.4 | 104.2     | 36.2       | .347                 |
| 3.                 | 250.7 | 203.2     | 47.5       | .234                 | 4.                                       | 172.6 | 160.2     | 12.4       | .077                 |
| 4.                 | 139.8 | 146.3     | -6.5       | -.044                | 6.                                       | 93.7  | 90.3      | 3.4        | .038                 |
| 7.                 | 110.5 | 127.6     | -17.1      | -.134                | 8.                                       | 111.4 | 142.8     | -31.4      | -.222                |
| 9.                 | 64.9  | 54.3      | 10.6       | .195                 | 10.                                      | 85.3  | 93.0      | -7.7       | -.083                |
| 11.                | 118.0 | 134.6     | -16.6      | -.122                | 12.                                      | 133.0 | 127.2     | 5.8        | .046                 |
| 13.                | 162.9 | 143.7     | 19.2       | .134                 | 14.                                      | 119.4 | 130.2     | -10.8      | -.083                |
| 15.                | 46.7  | 54.3      | 10.6       | .195                 |                                          |       |           |            |                      |
| Mittelwert         |       |           |            |                      | $\Delta \bar{W} = 2.78 \text{ sec}$      |       |           |            |                      |
| Standardabweichung |       |           |            |                      | $s_{\Delta \bar{W}} = 21.06 \text{ sec}$ |       |           |            |                      |
| (vgl. Abb. 6.3.2)  |       |           |            |                      | $\Delta \bar{W} / \bar{W} = 0.043$       |       |           |            |                      |
|                    |       |           |            |                      | $s_{\Delta \bar{W} / \bar{W}} = 0.150$   |       |           |            |                      |

Für die betrachteten 15 Spitzenstunden-Intervalle wurde auch auf der Basis von 1/4-Stunden-Intervallen ein Vergleich zwischen den mittleren Wartezeiten, die auf die beiden folgenden Arten ermittelt werden, durchgeführt:

- a)  $\bar{W}$  = mittlere Wartezeit ermittelt aus den tatsächlichen Zuflußganglinien und einer fiktiven Signalanlage mit  $U = 90 \text{ sec}$  und einer Grünzeit, die jeweils zu einem mittleren Auslastungsgrad  $\bar{x} = 1.0$  über  $T_0$  führt (vgl. Abb. 6.2.1 und zugehörigen Text).
- b)  $\hat{W}$  = mittlere Wartezeit errechnet aus Gl. 4.3.0 und 4.1.18\*. Als

Ganglinientyp wurde die Geraden-Kombination angenommen (vgl. Abb. 4.3.7). Dabei wurde der  $x_1^*$ -Werte als der  $x_{1/4}$ -Werte (s.o.) übernommen.

Tab. 6.3.2 zeigt die Ergebnisse im Vergleich.  $\Delta W$  ist dabei  $W - \hat{W}$ . Will man  $\hat{W}$  durch lineare Regression als Funktion von  $W$  darstellen, ergibt sich ein multipler Korrelationskoeffizient  $R$  von 0,8238 und ein Bestimmtheitsmaß von  $B = 0,6786$ . Der in Absatz 6.2 beschriebene Test der Regression ergibt als Testgröße

$$u = \frac{R^2/m}{(1-R^2)/(n-m-1)} = 12,67 \sim F(m, n-m-1)$$

mit

$m = 2$  = Zahl der Freiheitsgrade (nur die Spanne  $z$  und die Grünzeit  $G$  sind Variabel)

$n = 15$  = Stichprobenumfang

Nach der Tabelle für die F-Verteilung ist der kritische Testwert

$$u_{\alpha=0,01} = 6,36$$

Weil  $u > u_{\alpha}$ , ist die Hypothese, daß  $\hat{W}$  eine sinnvolle Schätzung für  $W$  ist, ebenfalls nicht zu verwerfen. D.h. auch bei Vereinfachung der Ganglinie mit  $T_0 = 60$  min und einer festen Ganglinienform (in viertelstündigen Intervalle) kann die mittlere Wartezeit während der Spitzenstunde statistisch hinreichend genau durch den hier entwickelten Ansatz beschrieben werden. Allerdings sind die Streuungen größer als bei der Berechnung mit den genau angepaßten Ganglinien. Für die praktische Anwendung bedeutet dies, daß die Auflösung der Ganglinie in 1/4-Stunden-Intervalle eine sinnvolle Einteilung ist, wenn es gilt, die mittleren Wartezeiten bei instationärem Verkehr zu



berechnen.

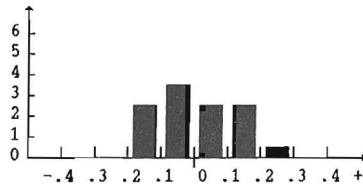


Abb. 6.3.2 relative Abweichungen der Wartezeit

## 7. Zusammenfassung und Ausblick

In der Arbeit werden theoretische Herleitungen zur Wartezeit an Lichtsignalanlagen durchgeführt. Basis der Betrachtungen ist die Anwendung von Markow-Ketten. Diese ermöglichen eine numerisch exakte Ermittlung von Rückstaulängen und Wartezeiten. Beide Aspekte der Wartezeit können sowohl über ihre Mittelwerte als auch ihre Verteilung dargestellt werden.

Betrachtet wird jeweils eine einspurige Zufahrt zu einer Lichtsignalanlage mit Festzeitsteuerung. Hinsichtlich der verkehrlichen Voraussetzungen werden die Fälle unterschieden:

- stationärer (d.h. gleichbleibende Verkehrsstärke) und poisson-verteilter Zufluß
- stationärer Zufluß und gestörte Zeitlückenverteilung
- instationärer Zufluß

Die Berechnungen führen zu numerisch exakten Lösungen. Diese benötigen zu ihrer Anwendung einen Rechner. Deshalb werden auch Näherungslösungen hergeleitet, die sich für eine praktische Anwendungen eignen. Diese Gleichungen sind genauer als die bisher bekannten Lösungen. Sie erweisen sich auch unter Anwendung beobachteter Ganglinien des Verkehrs als zutreffend.

Die einzelnen Absätze der Untersuchung werden wie folgt zusammengefaßt:

## Kapitel 2: Mathematische Grundlagen

Der Verkehrsablauf an einer festzeitgesteuerten Lichtsignalanlage kann als Markow'sche Kette dargestellt werden. Die zugehörige Übergangsmatrix kann für die Rückstaulänge von einem Grünende zum nächsten (Gl. 2.3.3) oder von einem Rotende zum folgenden (Gl. 2.3.4) angegeben werden. Damit kann die Verteilung der Rückstaulänge vor dem Signal zu jedem Grünende oder Rotende berechnet werden (Beispiel: Abb. 3.2.3)

Die mittlere Wartezeit ( $W_{\text{ges}}$ ) pro Fahrzeug setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Die erste Komponente  $W_I$  (Gl. 2.4.1) ist aus den Herleitungen von Webster /55/ bereits bekannt. Sie entsteht allein durch den ständigen Wechsel zwischen Rot und Grün. Die zweite Komponente  $W_{II}$  hängt allein von der mittleren Rückstaulänge bei Grünende ab (Gl. 2.4.2). Dadurch ergeben sich für stationären Verkehr und bei einer Überlastung unterschiedliche Formeln (Gl. 2.4.6) für die mittlere Wartezeit. Kern dieser Formeln ist die mittlere Rückstaulänge  $N_{\text{GE}}$  bei Grünende. Diese ist - je nach den vorgegebenen Verkehrsbedingungen - im folgenden zu bestimmen.

### Kapitel 3: stationärer Verkehr

Der Verkehr an einer Lichtsignalanlage ist stationär, wenn der Zufluß von der Zeit nicht abhängig ist und wenn der Auslastungsgrad  $x < 1$  ist. Zusätzlich wird zunächst angenommen, daß der Zufluß poissonverteilt ist. Für diesen Fall haben Webster, Ohno und Miller Wartezeitformeln hergeleitet. Diese werden diskutiert. Hier wird mit Markow-Ketten eine numerisch exakte Lösung erarbeitet. Damit läßt sich die Verteilung der Rückstaulängen (z.B. Abb. 3.2.3) errechnen. Entsprechend können Tafeln des 95%- und 99%-Rückstaus (Abb. 3.2.5 bis 3.2.10) angegeben werden. Weiterhin läßt sich die Überlastungswahrscheinlichkeit (d.h.  $p$  von "mindestens 1 Fahrzeug wartet bei Grünende") ermitteln (Gl. 3.2.8 und Abb. 3.2.4). Weiterhin kann die mittlere Rückstaulänge bei Grünende angegeben werden (Gl. 3.2.9). Und schließlich läßt sich daraus die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug ermitteln (Abb. 3.2.2). Vergleiche mit den bisher bekannten Werten zeigen, daß Miller's Formel die mittlere Wartezeit im stationären Poisson-fall am genauesten beschreibt (Abb. 3.2.1 und 3.2.2).

Besondere Bedeutung wird in theoretischer Hinsicht dem Absatz 3.3 beigemessen. Hier wird die sogenannte Teilgebundenheit des Verkehrs behandelt; d.h.: Der Zufluß zur Lichtsignalanlage erhält eine gestörte Zeitlückenverteilung. Angenommen wird eine um die Mindestzeitlücke  $r$  verschobene Exponentialverteilung der Zeitlücken. Für diese Voraussetzung wird die Verteilung der Ankunftshäufigkeiten (Gl. 3.3.21) hergeleitet - eine Herleitung, die auch über den Be-

reich der Lichtsignalanlagen hinaus Bedeutung hat. Es zeigt sich, daß bei dieser Form der Teilgebundenheit die mittlere Wartezeit niedriger liegt als im freiem Verkehr (vgl. Abb. 3.3.4). Wenn man zusätzlich annimmt, daß die Mindestzeitlücke statistisch verteilt ist (z.B. Erlang- Verteilung), so reduziert sich dieser Unterschied allerdings wieder.

Auch für den teilgebundenen Verkehr werden 95%- und 99%-Rückstaulängen (Abb. 3.3.7 bis 3.3.12) errechnet. Es wird vorgeschlagen, diese Werte in der Praxis der Dimensionierung von Stauräumen vor Lichtsignalanlagen zugrunde zu legen. Die mittlere Wartezeit vor einer Lichtsignalanlage bei stationärem, aber teilgebundenem Verkehr kann nach Gl. 3.3.32 errechnet werden.

## Kapitel 4: instationärer Verkehr

Als instationäre Verkehrszustände werden Zeiträume betrachtet, in denen die Verkehrsstärke sich über die Zeit ändert. Dabei können auch vorübergehende Überlastungen auftreten, d.h. Zeitabschnitte mit einem Auslastungsgrad  $x > 1$ . Für derartige instationäre Verhältnisse lassen sich auch mit dem numerischen Ansatz der Markow-Ketten die Wahrscheinlichkeiten der Rückstaulänge errechnen. Dadurch kann z.B. die Ganglinie der mittlere Rückstaulänge oder der 95%-Rückstaulänge über die Zeit ermittelt werden (Abb. 4.1.5). Ebenso läßt sich daraus wiederum die Ganglinie der zu erwartenden Wartezeiten errechnen. Selbstverständlich ergibt sich so auch die mittlere Wartezeit aller Fahrzeuge, gemittelt über das beobachtete Spitzenverkehrs-Intervall.

Es zeigt sich, daß die bekannte Formel von Akcelik zu niedrige Werte für die mittlere Wartezeit liefert (vgl. Abb. 4.3.1). Ursache ist die bei Akcelik nicht ausreichende Berücksichtigung realer Verkehrsstärke-Ganglinie.

Die Berechnung mit Markow-Ketten ist für eine praktische Anwendung ungeeignet. Daher wird eine Näherungsformel zur Berechnung der mittlere Wartezeit bei instationärem Verkehr entwickelt. Diese lautet:

$$W = \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} + \frac{1}{q} \cdot \left[ N_0 \cdot \left[ 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] - \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \cdot N_\infty \right] \quad x_\infty < \bar{x}$$

oder vereinfacht mit  $N_\infty = 0$  und  $x_\infty = 0$ :

$$W = \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} + \frac{N_o}{Q} \quad [\text{sec}]$$

mit

$$N_o = \begin{cases} \frac{Q \cdot T_o'}{4} \cdot \left[ \bar{x}' - 1 + \sqrt{(1-\bar{x}')^2 + \frac{12(\bar{x}' - x_o)}{Q \cdot T_o'}} \right] & \begin{matrix} \bar{x}' > x_o \\ \bar{x} < x_2^* \end{matrix} \\ \frac{Q \cdot T_o}{4} \cdot \left[ \bar{x} - 1 + \sqrt{(1-\bar{x})^2 + \frac{12[(1-x_o) \cdot x_1^* - (1-\bar{x})]}{Q \cdot T_o}} \right] & \begin{matrix} \bar{x} > x_o \cdot x_1^* \\ \bar{x} > x_2^* \end{matrix} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

= mittlere Rückstaulänge gemittelt über das Zeitintervall  $T_o$ 

[Kfz]

 $U$  = Umlaufzeit

[sec]

 $\lambda$  = Grünzeitanteil

[ - ]

 $\bar{x}$  = mittlerer Auslastungsgrad gemittelt über Zeitintervall  $T_o$ 

[ - ]

 $Q$  = maximale Abflußstärke der Zufahrt

[Kfz/sec]

 $T_o$  = Länge des betrachteten Zeitintervalls

[sec]

 $z$  = Spanne der Ganglinie ( $z \approx 0,3 - 0,7$ )

[ - ]

 $T_o' = T_o \cdot k_T$ ( $k_T \approx 0,5 - 0,6$ )

[ - ]

 $\bar{x}' = \bar{x} \cdot k_x$ ( $k_x \approx 1,1 - 1,2$ )

[ - ]

 $x_o = 0,67 + s \cdot G/600$ 

[ - ]

 $s$  = Sättigungsverkehrsstärke (i.a.  $s=0,5/\text{sec}$ )

[Kfz/sec]

 $G$  = Grünzeit

[sec]

 $N_{\infty}$  = Basis-Rückstaulänge außerhalb des Zeitintervalls  $T_o$ 

[Kfz]

$x_{\infty}$  = Basis-Auslastungsgrad außerhalb des Zeitintervalls  $T_0$   
[ - ]

und

$\left. \begin{array}{l} k_T \\ k_x \\ x_1^* \\ x_2^* \end{array} \right\} = \text{Charakterisierungsfaktoren der Ganglinie} \quad [ - ]$   
 (Tab. 7.1)

Tab. 7.1

| Gln. Form | $x_1^*$              | $x_2^*$              | $k_x$            | $k_T$ |
|-----------|----------------------|----------------------|------------------|-------|
| Parabel   | $1/(1+2/9 \cdot z)$  | $1/(1-0,31 \cdot z)$ | $1+2/9 \cdot z$  | 0,582 |
| Cos       | $1/(1+0,32 \cdot z)$ | $1/(1-0,32 \cdot z)$ | $1+0,32 \cdot z$ | 0,5   |
| Gerade    | $1/(1+1/4 \cdot z)$  | $1/(1-1/4 \cdot z)$  | $1+1/4 \cdot z$  | 0,5   |

Diese Formel trifft das exakte Ergebniss besser als andere bisher bekannt gewordene Näherungen (vgl. Abb. 4.3.8).



## Kapitel 5: Leistungsfähigkeit

Die praktisch für Bemessungsaufgaben anwendbare Leistungsfähigkeit einer Lichtsignalanlage leitet sich aus der gewünschten Qualität des Verkehrsablaufs her. Als Qualitätskriterien werden verwendet:

- mittlere Wartezeit
- Überlastungswahrscheinlichkeit

Aus beiden Kriterien lassen sich mit den hier vorgestellten Ergebnissen praktische Leistungsfähigkeiten einer Lichtsignalanlage errechnen. Dargestellt sind in graphischer Form (Abb. 5.5.1 bis 5.5.13) derartige praktische Leistungsfähigkeiten. Die Abbildungen gelten für

- 1-spurige Zufahrten
- Festzeitsteuerung
- instationärer und stationärer Verkehr
- freier Verkehr

Bei diesen Randbedingungen lassen sich die Graphiken in der Praxis zum Leistungsfähigkeitsnachweis oder zur Grünzeitdimensionierung verwenden.

## Kapitel 6: Empirische Absicherung

Es sind schließlich Instationaritäten in der Realitäten durch Messungen beobachtet worden. Dabei erwiesen sich parabelförmige Ganglinien mit einer Spanne  $z=0,4$  bei einer Spitzenstundendauer  $T_o=60$  min als eine brauchbare Verallgemeinerung für die Verkehrsstärke-Ganglinie (vgl. Tab. 6.1.1 und Abb. 6.1.4).

Die beobachteten Ganglinien wurden der Steuerung durch eine fiktive Lichtsignalanlage unterzogen, um - sozusagen quasi-empirische - mittlere Wartezeit zu ermitteln. Diese wurden mit den Ergebnissen der Näherungsgleichung verglichen. Dabei bestätigte sich die Richtigkeit der hergeleiteten Gleichungen (vgl. Abb. 6.2.2).

**Ausblick:**

Die Arbeit behandelt - streng gesehen - nur 1-spurige Signalzufahrten. Ungeklärt bleibt zunächst, inwieweit 2- und mehrspurige Zufahrten

- als 1-spurige Zufahrt mit 2- oder mehrfacher Leistungsfähigkeit
- oder als mehrere 1-spurige Zufahrten aufzufassen sind
- oder ob eine dazwischen liegende Lösung zutreffend ist. Ggf. müßten auch dafür Lösungen gesucht werden.

In der gesamten Arbeit ist mit konstanten  $s \cdot G$ -Werten (maximale Anzahl der Fahrzeuge, die in der Freigabezeit  $G$  abfließen können) gerechnet worden. Die hier angegebenen Diagramme und Tabelle können für beliebige  $s$ - bzw.  $t_b$ -Werte ( $t_b = 1/s$ ) verwendet werden.

Die Rechnung mit konstanten  $s \cdot G$ -Werten (d.h.: mit konstanten  $s$ - (bzw.  $t_b$ -) und  $G$ -Werten) ist aus statistischer Sicht problematisch, denn in Wirklichkeit gilt für die  $t_b$ -Werte (vgl. Ahn, 1987):

- Die  $t_b$ -Werte sind statistisch verteilt.
- Die  $t_b$ -Werte hängen von der Position der Fahrzeuge in der Warteschlange ab.

Die Berücksichtigung dieser Effekte kann zu Veränderungen der Rückstaulängen und damit der mittleren Wartezeit führen.

Ein besonderes Problem an Lichtsignalanlagen sind die Linksabbieger, die sich mit dem Gegenverkehr durchsetzen müssen. Dafür sind von PÖSCHL (1980) Lösungen auf der Basis der Theorie vorfahrtgere-

gelter Knotenpunkte vorgeschlagen worden. Das HCM 1985 trifft pragmatische Lösungsvorschläge zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit und Wartezeit. Eine mathematisch genaue Lösung steht jedoch noch aus.

Alle hier angesprochenen Fragen lassen sich auch mit der Theorie der Markow-Ketten einer Lösung näherbringen. Es wird vorgeschlagen, derartige Ansätze zur Behandlung der genannten Fragen weiterhin zu verfolgen.

Darüberhinaus ergibt sich aus der Beschäftigung der vorgestellten Untersuchung die Erwartung, daß auch für Knotenpunkte ohne Lichtsignalanlagen die Rechnung der Rückstaulängen und Wartezeiten bei instationären Verhältnissen mit der Theorie der Markow-Ketten möglich ist.

## Anhang A:

Berechnung der mittleren Wartezeit pro Fahrzeug in einem Umlauf  
bei stationärem Verkehr

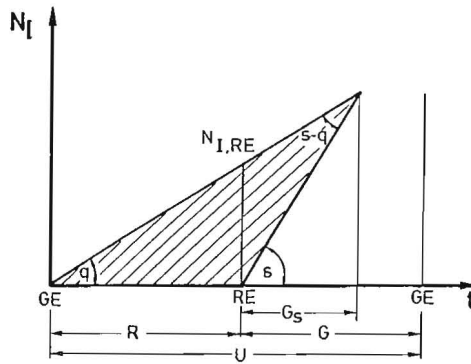


Abb A 1.1

Betrachtet wird eine Zufahrt an einer Lichtsignalanlage mit der Freigabezeit  $G$ , Sperrzeit  $R$  und Umlaufzeit  $U$ . Die Verkehrsstärke des Zuflusses sei  $q$  und die Sättigungsverkehrsstärke des Abflusses während der Freigabezeit sei  $s$ . Die Rückstaulänge erster Art  $N_I$ , d.h. die deterministische Rückstaulänge, die wegen der periodischen Wiederholung der Freigabe- und Sperrzeit entsteht - ohne Berücksichtigung der Zufälligkeit der Zuflußverkehrsstärke -, ist in dem Zeit-Rückstau-Diagramm dargestellt (Abb. A 1.1)

Die gesamte Wartezeit erster Art  $W_{IU}$  während eines Umlaufs ist dann die schraffierte Fläche in Abb. A 1.1, d.h:

$$W_{IU} = \frac{1}{2} \cdot N_{I,RE} \cdot (R + G_s) \quad (A 1.1)$$

mit

$G_s$  = Freigabezeit, bei der die während der Sperrzeit R zurückgestauten Fahrzeuge noch nicht abgefließen sind

$N_{I,RE}$  = Rückstaulänge erster Art bei Sperrzeitende (Rotende)

Einfache geometrische Betrachtungen in Abb. A 1.1 ergeben:

$$R = (1-\lambda) \cdot U \quad (A 1.2)$$

$$N_{I,RE} = q \cdot R = q \cdot (1-\lambda) \cdot U \quad (A 1.3)$$

$$G_s = \frac{N_{I,RE}}{(s-q)} = \frac{q \cdot (1-\lambda) \cdot U}{(s-q)} \quad (A 1.4)$$

mit

$$\lambda = \frac{G}{U}$$

Setzt man Gl. A 1.2, Gl. A 1.3 und Gl. A 1.4 in Gl. A 1.1 ein, dann erhält man:

$$\begin{aligned} W_{IU} &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ q \cdot (1-\lambda) \cdot U \cdot \left[ (1-\lambda) \cdot U + \frac{q \cdot (1-\lambda) \cdot U}{(s-q)} \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ q \cdot (1-\lambda)^2 \cdot U^2 + \frac{q^2 \cdot (1-\lambda)^2 \cdot U^2}{(s-q)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot q \cdot (1-\lambda)^2 \cdot U^2 \left\{ 1 + \frac{q}{(s-q)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot q \cdot (1-\lambda)^2 \cdot U^2 \left\{ \frac{s-q+q}{(s-q)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot q \cdot (1-\lambda)^2 \cdot U^2 \left\{ \frac{1}{(1-q/s)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot U^2 \cdot (1-\lambda)^2}{(1-q/s)} \quad (A 1.5) \end{aligned}$$

mit

$$x = \frac{q}{Q} = \frac{q}{s \cdot \lambda}$$

$$Q = s \cdot \frac{G}{U} = s \cdot \lambda$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeuge erster Art  $W_I$  ist somit:

$$W_I = \frac{W_{IU}}{q \cdot U} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{(1-x \cdot \lambda)} \quad (A 1.6)$$

Diese Wartezeit erster Art  $W_I$  würde die Realität dann zutreffend beschreiben, wenn der Zuflußprozesse völlig gleichmäßig, d.h. deterministisch - wie in Abb. A 1.1 gezeigt - verlaufen würde.

In Wirklichkeit können aber - durch zufallsbedingte unterschiedliche Zeitlücken der Fahrzeuge bei der Ankunft - auch für Auslastungsgrade  $x < 1$  in einzelnen Umläufen Überlastungen auftreten. Diese führen zu einer Erhöhung der mittleren Wartezeit. Diese zusätzliche Wartezeit wird hier mit  $W_{II}$  bezeichnet.

Die Wartezeit zweiter Art  $W_{II}$  ist also gemäß der Definition diejenige Wartezeit, die wegen der Zufälligkeit des Zuflußprozesses entsteht. Diese Wartezeit entsteht, wenn die momentane zufällige Rückstaulänge  $N(t)^*$  in einem kleinen Zeitintervall  $\Delta t$  nach dem Zeitpunkt  $t$  (Gesamte Rückstaulänge einschließlich der deterministischen Rückstaulänge  $N_I$ ; vgl. Abb. A 1.2) größer als die Abflußkapazität  $\Delta C(t)$  dieses Zeitintervalls ist. Die dadurch entstehende Wartezeit in dem Zeitintervall  $\Delta t$ , die zusätzlich zu  $W_I$  auftritt, ist dann:

$$\Delta W_{II} = N_{II}(t) \cdot \Delta t$$

mit

$$N_{II}(t) = \begin{cases} N(t)^* - \Delta C(t) - N_I(t) & \text{für } N(t)^* - N_I(t) > \Delta C(t) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{A 1.7})$$

= Rückstaulänge zweiter Art

$$\Delta C(t) = \mu \cdot \Delta t$$

= Abflußkapazität des Teitintervalls  $\Delta t$

$\mu$  = Abflußintensität während des Zeitintervalls  $\Delta t$

Die gesamte Wartezeit zweiter Art über den ganzen Umlauf U ist dann:

$$\begin{aligned} W_{IIU} &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum \Delta W_{II} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum N_{II}(t) \cdot \Delta t \\ &= \int_0^U N_{II}(t) \cdot dt \end{aligned} \quad (\text{A 1.8})$$

Betrachtet man  $N_{II}(t)$  als die statistischen Mittelwerte für unendlich viele Umläufe, ist  $N_{II}(t)$  bei einem stationärem Warteschlangensystem für alle Umläufe gleich. Der Verlauf von  $N_{II}(t)$  bei Lichtsignalanlagen innerhalb eines Umlaufs ist zunächst unbekannt. Man kann aber nachweisen, daß die Rückstaulänge  $N_{II}(t)$  bei Lichtsignalanlagen mit der Definition von Gl. A 1.7 einen konstanten Wert annehmen muß: Betrachtet werden die Zeitpunkte Freigabezeitende GE und Sperrzeitende RE (Abb. A 1.2). Die Rückstaulänge zweiter Art bei GE ist  $N_{II,GE}$ , die Rückstaulänge zweiter Art bei RE ist  $N_{II,RE}$ . Weil während der Sperrzeit R kein Abfluß für den Rückstau  $N_{II}(t)$  erfolgt, ist in dieser Zeitspanne R



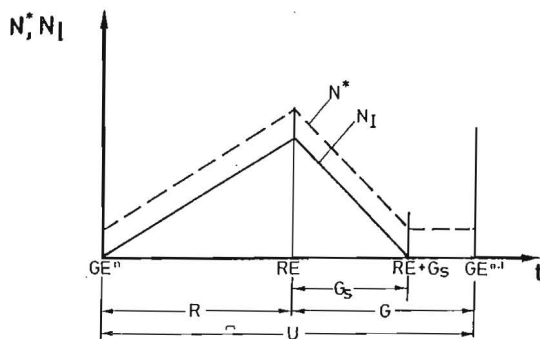


Abb. A 1.2

$$N_{II}(t) \equiv N_{II,GE}^{(n)} \quad \text{für } GE^{(n)} < t < RE^{(n)} \quad (A 1.9)$$

Weil während der Freigabezeit  $G$  alle Bedingungen homogen sind (d.h. konstanter Zufluß und Abfluß, gleiche Verteilungen), muß  $N_{II}(t)$  eine stetig steigende oder eine stetig abfallende Funktion sein, d.h.:

$$N_{II}(t) \geq N_{II,RE}^{(n)} \quad \text{oder} \quad N_{II}(t) \leq N_{II,RE}^{(n)} \quad \text{für } RE^{(n)} < t < GE^{(n+1)} \quad (A 1.11)$$

Das gilt auch für den Zeitpunkt  $GE^{(n+1)}$ , somit ist

$$N_{II,GE}^{(n+1)} \geq N_{II,RE} \quad \text{oder} \quad N_{II,GE}^{(n+1)} \leq N_{II,RE} \quad (A 1.12)$$

Weil die Rückstaulängen bei Freigabzeitende  $GE$  im stationärem Zustand für alle Umläufe gleich sind, ist

$$N_{II,GE}^{(n+1)} = N_{II,GE}^{(n)} \quad (A 1.13)$$

Setzt man die Gl. A 1.9, Gl A 1.12 und Gl. A 1.13 in Gl. A 1.11

ein, so erhält man

$$N_{II}(t) \geq N_{II,RE}^{(n)} = N_{II,GE}^{(n)} \quad \text{oder} \quad N_{II}(t) \leq N_{II,RE}^{(n)} = N_{II,GE}^{(n)}$$

$$\text{für } RE^{(n)} < t < GE^{(n+1)} \quad (A 1.14)$$

Die Lösung dieser Ungleichung ist damit

$$N_{II,GE}^{(n)} \leq N_{II}(t) \leq N_{II,GE}^{(n)} \quad \text{für } RE^{(n)} < t < GE^{(n+1)}$$

$$(A 1.15)$$

Das heißt:

$$N_{II}(t) \equiv N_{II,GE}^{(n)} \quad \text{für } RE^{(n)} < t < GE^{(n+1)}$$

Mit Gl. A 1.9, ist

$$N_{II}(t) \equiv N_{II,GE}^{(n)} \quad \text{für ganzen Umlauf}$$

$$(A 1.16)$$

Weil bei stationärem Verkehr die Rückstaulänge erster Art bei Freigabezeitende gleich null ist, gilt

$$N_{II}(t) \equiv N_{GE} \quad (A 1.17)$$

Die gesamte Wartezeit zweiter Art  $W_{IIU}$  ist dann gemäß Gl. A 1.16:

$$W_{IIU} = N_{II}(t) \cdot U$$

$$= N_{GE} \cdot U \quad (A 1.18)$$

Die mittlere Wartezeit zweiter Art pro Fahrzeug ist somit:

$$W_{II} = \frac{W_{IIU}}{q \cdot U} = \frac{N_{GE}}{q} \quad (A 1.19)$$

Um die Wartezeit zweiter Art zu errechnen haben, viele Autoren verschiedenen Formeln angegeben, die sich im wesentlichen in folgenden zwei Punkten voneinander unterscheiden:

1. durch die Berechnung der Rückstaulänge zweiter Art  $N_{II}(t)$  bei Freigabezeitende GE und während der effektiven Sperrzeit  $R+G_s$ .
2. durch die Berechnung der Rückstaulänge zweiter Art  $N_{II}(t)$  während der übrigen Freigabezeit  $G-G_s$ .

Für die Funktion  $N_{II}(t)$  stehen zwei Formeln zur Verfügung:

1. Formel nach MILLER(1678)

$$\begin{aligned}
 N_{II}(t) &\equiv N_{GE} \\
 &= \frac{\exp[-1.33 \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2 \cdot (1-x)} \\
 &= F1 \qquad \qquad \qquad (A 1.20)
 \end{aligned}$$

2. Mittlerer Rückstau in einem M/D/1-System

$$\begin{aligned}
 N_{II}(t) &\equiv \begin{cases} \frac{x^2}{2(1-x)} + x & \text{mit Fahrzeug im Schalter} \\ \frac{x^2}{2(1-x)} & \text{ohne Fahrzeug im Schalter} \end{cases} \\
 &\equiv \begin{cases} F2 & \text{mit Fahrzeug im Schalter} & (A 1.21) \\ F3 & \text{ohne Fahrzeug im Schalter} & (A 1.22) \end{cases}
 \end{aligned}$$

mit

$x$  = Auslastungsgrad

Bei der Webster-Formel ist vereinfacht für den ganzen Umlauf die

Rückstaulänge zweiter Art des M/D/1-Systems - ohne Fahrzeug im  
Schalter - übernommen worden, d.h.:

$$\begin{aligned} W_{IIU} &= F3 \cdot U \\ &= \frac{x^2 \cdot U}{2 \cdot (1-x)} \end{aligned} \quad (A 1.23)$$

$$\begin{aligned} W_{II} &= \frac{W_{IIU} \cdot U}{q \cdot U} \\ &= \frac{x^2}{2 \cdot q \cdot (1-x)} \end{aligned} \quad (A 1.24)$$

Die Vorstellung, daß der Lichtsignalanlage ein M/D/1-Wartesystem vorgeschaltet ist, führt nur zu einer Annäherungsdarstellung der Rückstaulänge zweiter Art bei Lichtsignalanlagen. Dadurch treten durch die Anwendung von Gl. A 1.22 zwangsläufig Abweichungen auf, h.h. hier entsteht eine Überschätzung der mittleren Wartezeit. Webster hat dazu einen Korrekturterm eingesetzt, der auf einer EDV-Simulation beruht. Dieser Term lautet:

$$\Delta W_{II} = -0,65 \cdot \left(\frac{U}{q}\right)^{1/3} \cdot x^{(2+6\lambda)} \quad (A 1.25)$$

Die Webster-Formel für die Berechnung der mittleren Wartezeit lautet danach:

$$\begin{aligned} W &= W_I + W_{II} + \Delta W_{II} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{(1-x \cdot \lambda)} + \frac{x^2}{2 \cdot q \cdot (1-x)} - 0,65 \cdot \left(\frac{U}{q}\right)^{1/3} \cdot x^{(2+6\lambda)} \end{aligned} \quad (A 1.26)$$

Bei der Miller-Formel wird während der effektiven Sperrzeit  $R+G_s$  die Rückstaulänge zweiter Art nach Gl. A 1.20 verwendet. Diese ist ohne Zweifel als die genaueste Darstellung der Rückstaulänge bei Freigabezeitende anzusehen. Für die übrige Freigabezeit  $G-G_s$  wurde die Rückstaulänge zweiter Art als null eingesetzt. So lautet die Wartezeit zweiter Art nach MILLER:

$$\begin{aligned}
 W_{IIU} &= F1 \cdot (R+G_s) \\
 &= F1 \cdot \left[ (1-\lambda) \cdot U + \frac{q \cdot (1-\lambda) \cdot U}{(s-q)} \right] \\
 &= F1 \cdot \frac{(1-\lambda) \cdot U}{(1-\lambda \cdot x)} \\
 &= \frac{\exp[-1.33\sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2 \cdot (1-x)} \cdot \frac{(1-\lambda) \cdot U}{(1-\lambda \cdot x)} \quad (A 1.27)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{II} &= \frac{W_{IIU}}{q \cdot U} \\
 &= \frac{\exp[-1.33\sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2 \cdot (1-x)} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \quad (A 1.28)
 \end{aligned}$$

Die gesamte Formel von MILLER lautet dann:

$$\begin{aligned}
 W &= W_I + W_{II} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{(1-\lambda \cdot x)} + \frac{\exp[-1.33\sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2 \cdot (1-x)} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left[ (1-\lambda) \cdot U + \frac{\exp[-1.33\sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{(1-x)} \right] \quad (A 1.29)
 \end{aligned}$$

Bei der Ohno-Formel (OHNO,1978) wird die Wartezeit zweiter Art wie bei der Miller-Formel berechnet (vgl. auch Gl. 3.0.3ff). Für die Wartezeit erster Art wird ein Wartezeitanteil angesetzt, der als Wartezeit des jeweils 1. Fahrzeugs der Schlange während des angenommenen Bedienungsvorgangs angesehen werden kann. Im Sinne der Warteschlangentheorie wäre dies die Wartezeit des Fahrzeugs, das sich im Bedienungsschalter befindet. Diese wird von OHNO angesetzt, solange die Rückstaulänge erster Art nicht gleich null ist. Die Anzahl der Fahrzeuge, die diese Rückstauschlange bilden, ist (Abb. A 1.1):

$$\begin{aligned}
 N_{I,\max} &= q \cdot (R + G_s) \\
 &= q \cdot \frac{(1-\lambda) \cdot U}{(1-q/s)} \quad (A\ 1.30)
 \end{aligned}$$

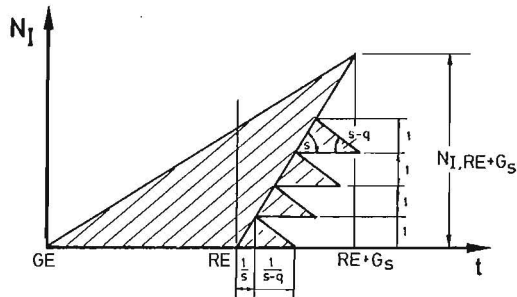


Abb. A 1.3

Jedes Fahrzeug, das zu dieser Rückstauschlange gehört, muß zuerst  $\frac{1}{s}$  sec warten, nachdem die Zufahrt freigegeben wird oder nachdem das vordere Fahrzeug abgefahren ist. Die Rückstauschlange ist am Ende dieser Wartezeit jeweils um ein Fahrzeug länger als die Rück-

stauschlange in der Abb. A 1.1. Um diese zusätzliche Rückstaulänge abzubauen, wird eine zusätzliche Zeit der Länge  $\frac{1}{s-q}$  gebraucht (vgl. Abb. A 1.3). Der dadurch entstehende Zuschlag, den ein Fahrzeug zur Summe aller Wartezeiten leistet, ist somit:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s-q} \right) \quad (\text{A 1.31})$$

Der gesamte Zuschlag zur Summe aller Wartezeiten erster Art, der im Vergleich zur Gl. 1.6 entsteht, lautete dann:

$$\begin{aligned} \Delta W_{I_U} &= N_{I, \max} \cdot W \\ &= q \cdot \frac{(1-\lambda) \cdot U}{(1-q/s)} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s-q} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda) \cdot q \cdot U}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s \cdot (1-\lambda \cdot x)} \right) \quad (\text{A 1.32}) \end{aligned}$$

Pro Fahrzeug beträgt dieser Zuschlag im Mittel:

$$\begin{aligned} \Delta W_I &= \frac{\Delta W_{I_U}}{q \cdot U} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s \cdot (1-\lambda \cdot x)} \right) \quad (\text{A 1.33}) \end{aligned}$$

Die gesamte Formel von OHNO lautet dann:

$$\begin{aligned} W &= W_I + \Delta W_I + W_{II} \\ &= W_{\text{Miller}} + \Delta W_I = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left[ (1-\lambda) \cdot U + \frac{\exp[-1.33 \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{(1-x)} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \cdot \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s \cdot (1-\lambda \cdot x)} \right) \\
& = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda \cdot x)} \\
& \cdot \left[ (1-\lambda) \cdot U + \frac{\exp[-1.33 \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x) / x}]}{(1-x)} + \frac{1}{s} + \frac{1}{s \cdot (1-\lambda \cdot x)} \right]
\end{aligned}$$

(A 1.34)

Die Berücksichtigung des Zuschlags nach Ohno wird nicht als sinnvoll angesehen. Die Betrachtungsweise nach Ohno zerlegt den Abflußprozess in sehr viele diskrete Einzelvorgänge. Sie würden ein Anhalten jedes Fahrzeugs vor der Haltelinie und eine ruckartige Weiterfahrt bedeuten. In Wirklichkeit ist der Abflußvorgang jedoch durch einen kontinuierlichen Prozess zutreffender dargestellt, weil das Ende des Wartevorgangs jedes Einzelfahrzeugs nur schwer zu definieren ist. Insbesondere die Überlegung, daß das erste Fahrzeug der Schlange  $1/s$  sec nach Beginn der effektiven Freigabezeit abfließt, stößt auf Probleme. Eine wesentliche Erkenntnis der hier vorgestellten Überlegungen ist, daß sowohl Miller als auch Ohno den Rückstau 2. Art im Zeitintervall  $(RE^{(n)} + G_s, GE^{(n+1)})$  nicht berücksichtigen. Dies ist jedoch unzulässig. Daher wird im stationären Fall die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug vollständig gemäß Gl. A 1.6 und Gl. A 1.19 mit Gl. A 1.20 beschrieben:

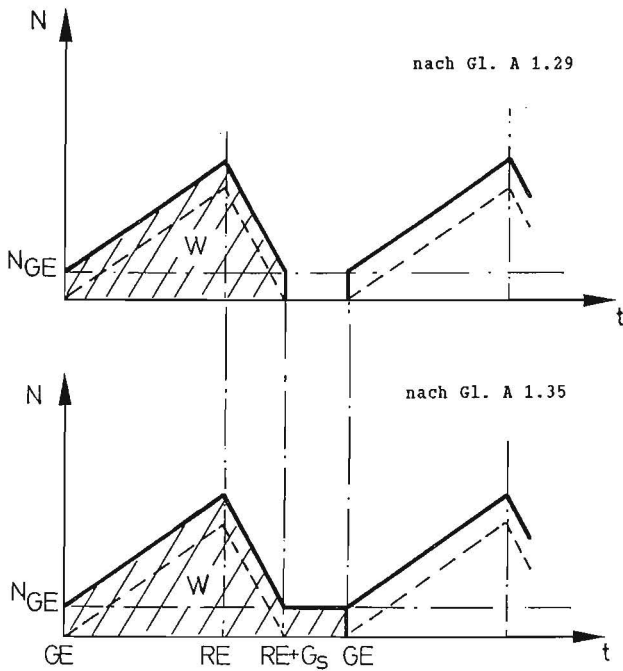
$$W = W_I + W_{II} =$$



$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1-\lambda)^2 \cdot U}{(1-\lambda \cdot x)} + \frac{\exp[-1.33 \sqrt{s \cdot G \cdot (1-x)/x}]}{2 \cdot (1-x) \cdot q} \quad (\text{A } 1.35)$$

Die Unterschiede dieser Gleichung zur Formel von Miller (Gl. A 1.29) sind in A 1.4 veranschaulicht.

Abb. A 1.4



## Anhang B:

Berechnung der mittleren Wartezeit pro Fahrzeug im Zeitintervall  
der Länge  $T_0$  bei instationärem Verkehr

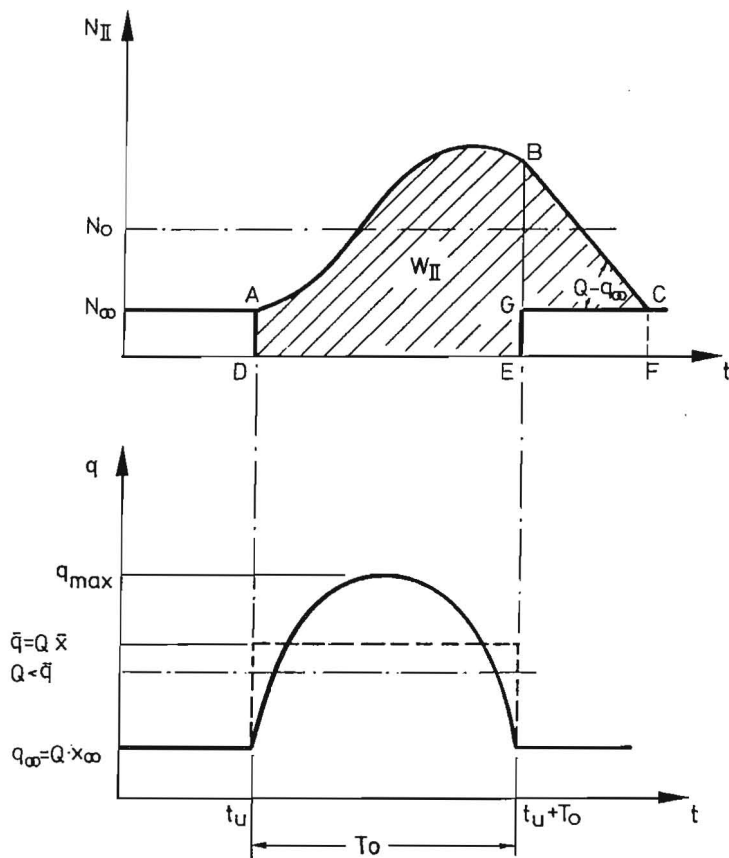


Abb. B 1.1

Unter instationärem Verkehr versteht man, daß die Zuflüsse und/oder die Abflüsse nicht konstant über die Zeit sind, das heißt zugleich, daß der Verkehrsauslastungsgrad  $x$  nicht mehr konstant über die Zeit ist. Der Verkehrsauslastungsgrad  $x$  kann bei instationärem Verkehr sowohl kleiner als auch größer als 1 sein. In der Wirklichkeit ist es nur sinnvoll, die Problematik Instationarität zu betrachten, wenn die Rückstaulänge sich nach einer bestimmten Zeit wieder abbaut. Es wird hier ein Zeitintervall der Länge  $T_0$  betrachtet, in dem der mittlere Auslastungsgrad den Wert  $\bar{x}$  annimmt. Außerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  ist der Auslastungsgrad  $x_\infty < \bar{x}$ . Die Ganglinie des Auslastungsgrads und die Ganglinie der Rückstaulänge zweiter Art sind schematisch in Abb. B 1.1 dargestellt.

Die gesamte Wartezeit zweiter Art über das ganze Zeitintervall  $T_0$  ist dann die Integration der Rückstaulänge zweiter Art über die Zeit  $T_0$ . D.h. (Abb. B 1.1 oben):

$$\begin{aligned} W_{II, T_0} &= \text{Fläche A-B-D-E} \\ &= N_0 \cdot T_0 \end{aligned} \quad (\text{B 1.1})$$

mit

$N_0$  = durchschnittliche Rückstaulänge über das Zeitintervall der Länge  $T_0$

Die Wartezeiten zweiter Art, die als Folge der Überstauung des Zeitintervalls der Länge  $T_0$  außerhalb dieses Zeitintervalls zusätzlich auftreten (Fläche B-G-C in Abb. B 1.1 oben), sind:

$$\begin{aligned} \Delta W_{II, T_0} &= \text{Fläche B-C-E-F} - \text{Fläche G-C-E-F} \\ &= N_0 \cdot t_2 - N_\infty \cdot t_2 \end{aligned} \quad (\text{B 1.2})$$

mit

$N_{\infty}$  = Basis-Rückstaulänge außerhalb des Zeitintervalls der  
Länge  $T_0$

$t_2$  = Dauer der Abbauphase der im Zeitintervall  $T_0$  entstehenden  
Überstauung

Einfache geometrische Betrachtungen in Abb. B 1.1 ergeben:

$$t_2 = \frac{N_{B-G}}{Q - q_{\infty}} = \frac{\bar{q} - Q}{Q - q_{\infty}} \cdot T_0 = \frac{\bar{x} - 1}{1 - x_{\infty}} \cdot T_0 \quad (B 1.3)$$

mit

$Q$  = maximal mögliche Abflußstärke

$\bar{q}$  = mittlere Zuflußstärke während des Zeitintervalls der  
Länge  $T_0$

$q_{\infty}$  = Verkehrsstärke außerhalb des Zeitintervalls der Länge  $T_0$

Somit ist die gesamte Wartezeit zweiter Art, die wegen der Instationarität im Zeitintervall der Länge  $T_0$  entsteht:

$$\begin{aligned} W_{II, T_0, ges} &= N_0 \cdot T_0 + N_0 \cdot t_2 - N_{\infty} \cdot t_2 \\ &= N_0 \cdot T_0 + N_0 \cdot \frac{\bar{x} - 1}{1 - x_{\infty}} \cdot T_0 - N_{\infty} \cdot \frac{\bar{x} - 1}{1 - x_{\infty}} \cdot T_0 \\ &= N_0 \cdot \left(1 + \frac{\bar{x} - 1}{1 - x_{\infty}}\right) \cdot T_0 - N_{\infty} \cdot \frac{\bar{x} - 1}{1 - x_{\infty}} \cdot T_0 \quad (B 1.4) \end{aligned}$$

Dann ist die mittlere Wartezeit zweiter Art für die Fahrzeuge, die im Zeitintervall der Länge  $T_0$  angekommen sind:

$$W_{II} = \frac{W_{II, T_0, ges}}{\bar{q} \cdot T_0} =$$

$$= \frac{1}{\bar{q}} \cdot \left[ N_0 \cdot \left( 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right) - N_\infty \cdot \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] \quad (\text{B } 1.5)$$

Die mittlere Wartezeit pro Fahrzeug erster Art kann von der Webster-Gleichung übernommen werden (vgl. Gl. 2.4.1). D.h.

$$W_I = \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} \quad (\text{B } 1.6)$$

Die gesamte mittlere Wartezeit pro Fahrzeug bei instationärem Verkehr lautet dann:

$$\begin{aligned} W &= W_I + W_{II} \\ &= \frac{U \cdot (1-\lambda)^2}{2(1-\lambda \cdot \bar{x})} + \frac{1}{\bar{q}} \cdot \left[ N_0 \cdot \left( 1 + \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right) - N_\infty \cdot \frac{\bar{x}-1}{1-x_\infty} \right] \end{aligned} \quad (\text{B } 1.7)$$

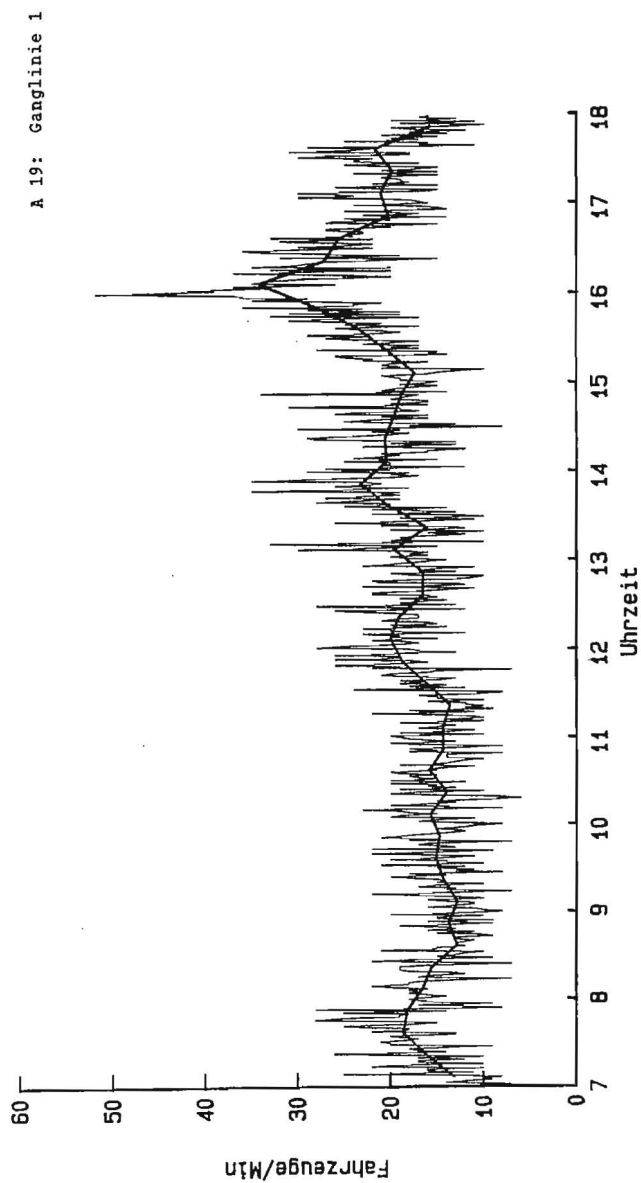
## Anhang C:

## C1. Fünf gemessene Tagesganglinien

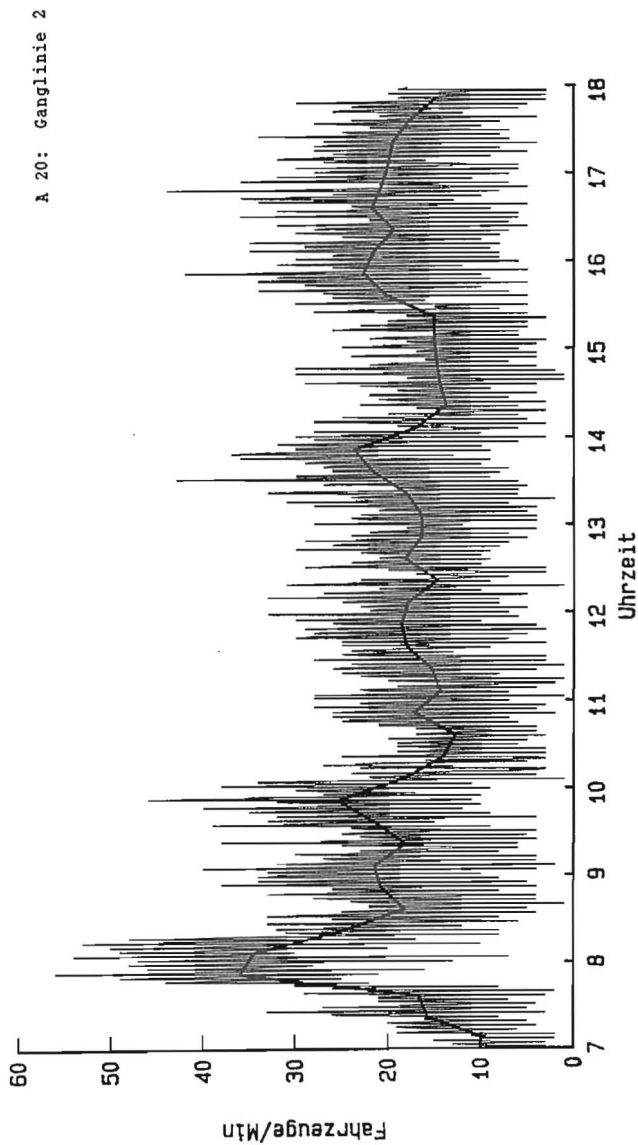
dünne Linie = Ganglinie in Minutenintervallen

dicke Linie = Ganglinie in 15-Minutentintervallen

Ganglinie Uni-Str. Richtg. Stadtmitte



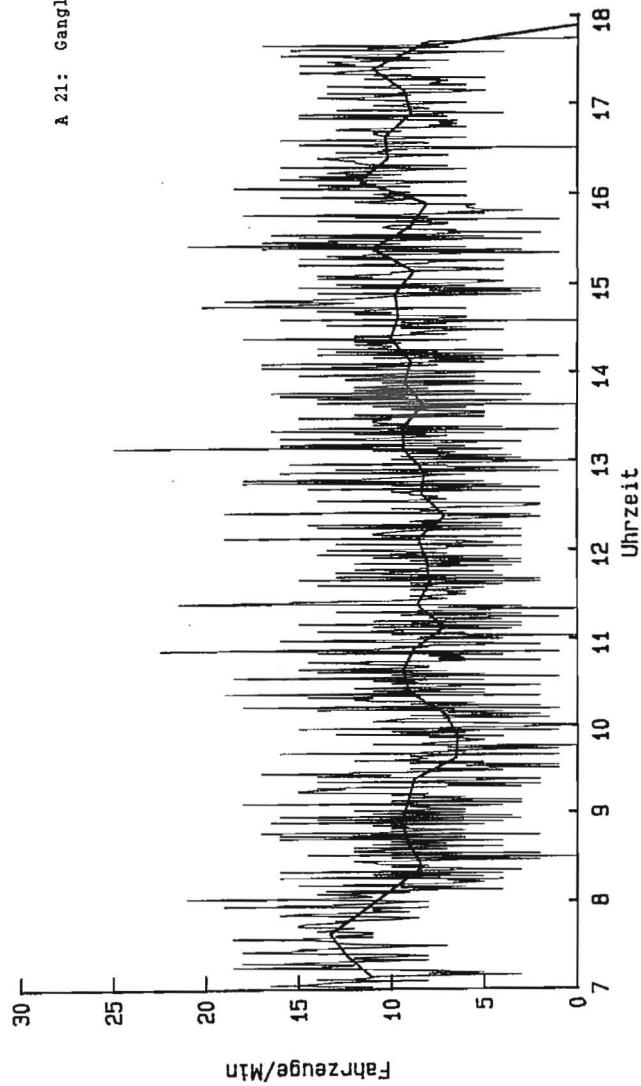
Ganglinie Uni-Str. Richtg. Universitaet





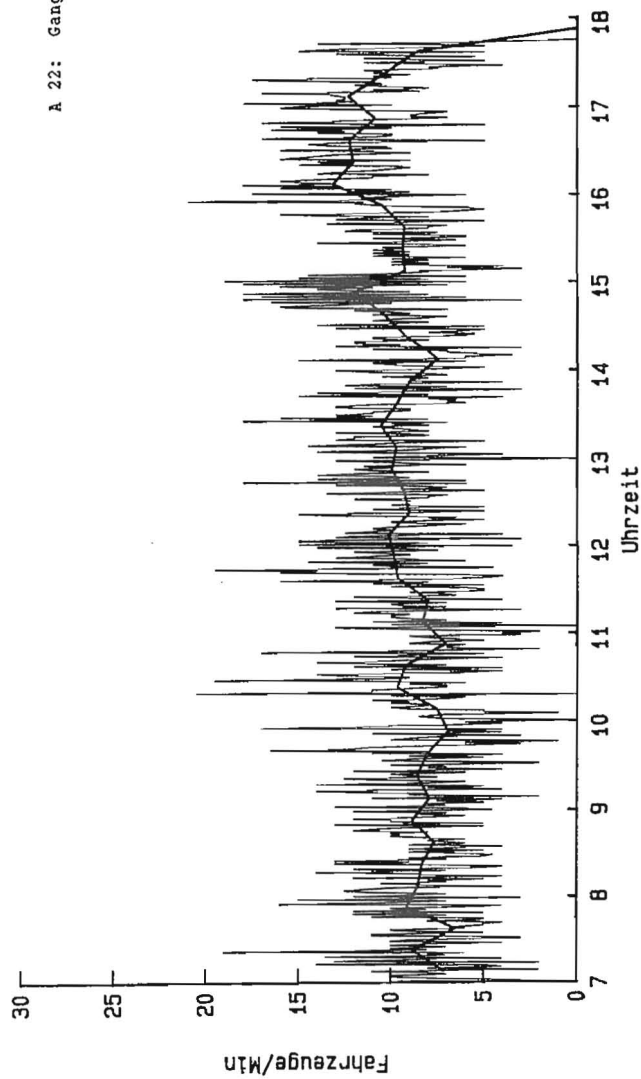
Ganglinie Wittener Str. Richtg. Stadtmitte

A 21: Ganglinie 3



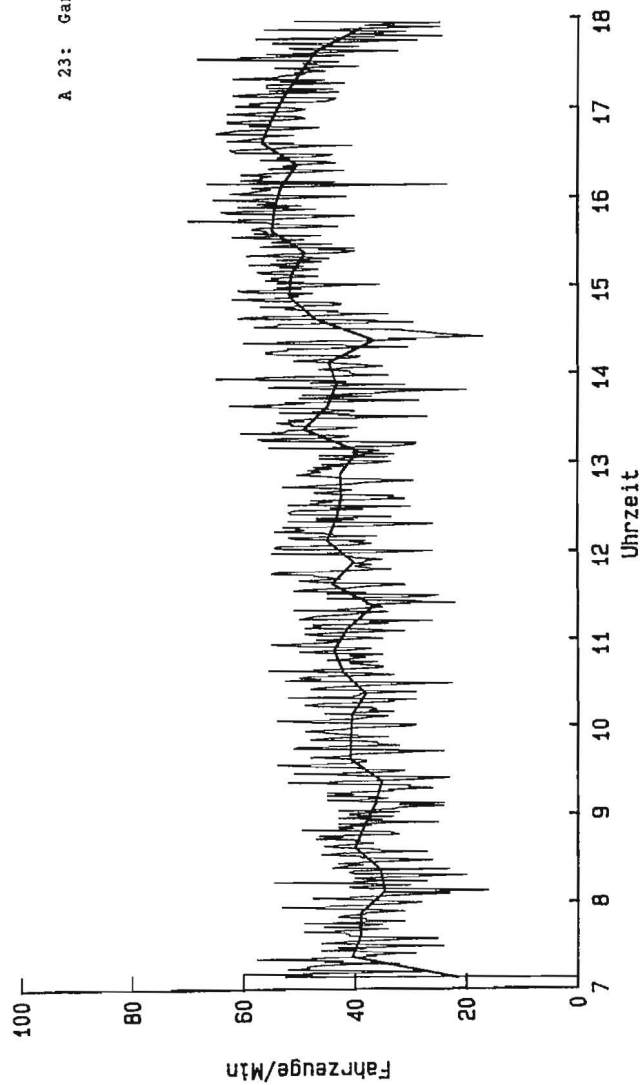
Ganglinie Wittener Str. Richtg. Witten

A 22: Ganglinie 4



Ganglinie B1 Dortmund Richtg. Unna

A 23: Ganglinie 5



## Anhang D: Verzeichnis der verwendeten Abkürzungen

|                             |                                                                             |       |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------|
| A                           | = Zahl der Ankünfte in Zeitintervall T                                      | [Kfz] |
| $a_i$                       | = Elemente der Ankunftsmatrix A                                             |       |
| A                           | = Ankunftsmatrix; infinitesimale Übergangsmatrix                            |       |
| B                           | = Bestimmtheitsmaß                                                          |       |
| c                           | = maximale Anzahl der Abflüsse in Zeitintervall T<br>oder in einem Umlauf U | [Kfz] |
| $c_i$                       | = Elemente der Abflußmatrix C                                               |       |
| C                           | = maximale Anzahl der Abflüsse in T                                         | [Kfz] |
| C                           | = Abflußmatrix                                                              |       |
| E                           | = Zeichen für Operation "Erwartungswert"                                    |       |
| E                           | = Einheitsmatrix                                                            |       |
| G                           | = Grünzeit                                                                  | [sec] |
| GE                          | = Grünende                                                                  |       |
| k                           | = Asymmetrie-Faktor der Ganglinie;                                          | [ - ] |
|                             | Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                         | [ - ] |
| $k_{0/4} = q_{0/4}/\bar{q}$ | = Faktor für die maximale 1/4-stündige Verkehrsstärke                       | [ - ] |
| $k_{1/4} = q_{1/4}/\bar{q}$ | = Faktor für die beiden größeren 1/4-stündigen<br>Verkehrsstärken           | [ - ] |
| $k_1$                       | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                       | [ - ] |
| $k_2$                       | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                       | [ - ] |
| $k^*$                       | = Reduzierungsfaktor für die Varianz der Ankünfte                           | [ - ] |
| $k_1^*$                     | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                       | [ - ] |

- $k_2^*$  = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1) [ - ]  
 $k_g$  = Faktor für Berechnung des Reduzierungsfaktors  $R^*$  [ - ]  
 $k_R = 1 - R^*$   
 Verminderungsfaktor der Teilgebundenheit [ - ]  
 $k_T$  = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.4.1) [ - ]  
 $k_x$  = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.4.1) [ - ]  
 $L$  = Leistungsfähigkeit [Kfz/h]  
 $m$  = mittlere Anzahl der Ankünfte in T oder in  
 einem Umlauf U [Kfz]  
 $m_b$  = Zahl der Ankünfte in Bedienungszeit  $t_b$  [Kfz]  
 $m_U$  = Summe der in einem Umlauf ankommenden Fahrzeuge [sec]  
 $N$  = mittlere Rückstaulänge [Kfz]  
 $N_d$  = deterministische Rückstaulänge bei instationärem Verkehr  
 [Kfz]  
 $N_{GE}$  = mittlere Rückstaulänge bei Grünende [Kfz]  
 $N_m$  = maximale mittlere Rückstaulänge in Zeitintervall  $T_0$   
 [Kfz]  
 $N_O$  = mittlere Rückstaulänge gemittelt über Zeitintervall  $T_0$   
 [Kfz]  
 $N_s$  = mittlere Rückstaulänge bei stationärem Verkehr [Kfz]  
 $N_T$  = transformierte mittlere Rückstaulänge zwischen  $N_s$   
 und  $N_d$  (Überbrückung) [Kfz]  
 $N_\infty$  = Rückstaulänge außerhalb des Zeitintervalls  $T_0$  [Kfz]  
 $p(m)$  = Anteil der Verkehrsmenge  $m$  mit bestimmter Verkehrsstärke  
 [ - ]  
 $p_i$  = Wahrscheinlichkeit der Rückstaulänge [ - ]

|                |                                                                                    |           |
|----------------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| $P_0$          | = $1 - P_{\bar{u}}$                                                                |           |
|                | = Wahrscheinlichkeit, daß die Rückstaulänge gleich 0 ist                           | [ - ]     |
| $p$            | = Wahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge                                      |           |
| $P$ oder $p$   | = Wahrscheinlichkeit                                                               | [ - ]     |
| $P_{ij}$       | = Übergangswahrscheinlichkeit                                                      | [ - ]     |
| $P_{\bar{u}}$  | = Überlastungswahrscheinlichkeit                                                   | [ - ]     |
| $P$            | = Übergangsmatrix                                                                  |           |
| $P_{\bar{u}m}$ | = bei der Leistungsberechnung maximal zugelassene Überlastungswahrscheinlichkeit   | [ - ]     |
| $q$            | = Verkehrsstärke                                                                   | [Kfz/sec] |
| $\bar{q}$      | = mittlere Verkehrsstärke über $T_0$                                               | [Kfz/sec] |
| $q_{0/4}$      | = mittlere Verkehrsstärke des höchst belasteten 1/4-Stunden-Intervalls             | [Kfz/sec] |
| $q_{1/4}$      | = mittlere Verkehrsstärke der beiden an höchsten belasteten 1/4-Stunden-Intervalle | [Kfz/sec] |
| $q(t)$         | = Ganglinie der Verkehrsstärke                                                     | [Kfz/sec] |
| $Q$            | = maximale Abflußverkehrsstärke                                                    | [Kfz/sec] |
| $R$            | = Rotzeit                                                                          | [sec]     |
| $RE$           | = Rotende                                                                          | [sec]     |
| $R^*$          | = Reduzierungsfaktor der Rückstaulänge durch Teilgebundenheit                      | [ - ]     |
| $RS$           | = Reststreuung                                                                     |           |
| $s$            | = Sättigungverkehrsstärke; Standardabweichung                                      | [Kfz/sec] |
| $t$            | = Zeit, Zeitlücke                                                                  | [sec]     |
| $t_b$          | = Bedienungszeit eines Fahrzeugs                                                   | [sec]     |

|               |                                                                                                          |       |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| $t_u$         | = Untergrenz des Zeitintervalls $T_o$                                                                    | [sec] |
| $T$           | = Länge eines Gliedes der Markow-Kette                                                                   | [sec] |
| $T_o$         | = Länge des Ganglinie bei instationärem Verkehr                                                          | [sec] |
| $T'_o$        | = $T_o \cdot k_T$<br>= scheinbare Länge des Zeitintervalls $T_o$                                         | [sec] |
| $U$           | = Umlaufzeit                                                                                             | [sec] |
| $W$           | = mittlere Wartezeit pro Fahrzeug                                                                        | [sec] |
| $W_I$         | = mittlere Wartezeit I. Art                                                                              | [sec] |
| $W_{II}$      | = mittlere Wartezeit II. Art                                                                             | [sec] |
| $W_m$         | = bei der Leistungsberechnung maximal zugelassene<br>mittlere Wartezeit                                  | [sec] |
| $W_U$         | = Summe der Wartezeit in einem Umlauf                                                                    | [sec] |
| $x$           | = Auslastungsgrad                                                                                        | [ - ] |
| $\bar{x}$     | = mittlerer Auslastungsgrad über $T_o$                                                                   | [ - ] |
| $\bar{x}'$    | = $\bar{x} \cdot k_x$<br>= scheinbarer mittlerer Auslastungsgrad über $T_o$                              | [ - ] |
| $x_1$         | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                                                    | [ - ] |
| $x_2$         | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                                                    | [ - ] |
| $x_1^*$       | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                                                    | [ - ] |
| $x_2^*$       | = Charakterisierungsfaktor der Ganglinie (Tab. 4.3.1)                                                    | [ - ] |
| $x_{1/4}$     | = 1/4-stündiger Auslastungsgrad                                                                          | [ - ] |
| $x_{1/4,max}$ | = Auslastungsgrad der beiden größeren 1/4-Stunden                                                        | [ - ] |
| $x_{1/4,min}$ | = Auslastungsgrad der beiden kleineren 1/4-Stunden                                                       | [ - ] |
| $x(t)$        | = Ganglinie des Auslastungsgrades                                                                        | [ - ] |
| $x_m$         | = maßgebender Auslastungsgrad bei gewählter $W_m$ oder $P_{ü_m}$ ;<br>maximaler Auslastungsgrad in $T_o$ | [ - ] |
| $x_o$         | = $0.67 + s \cdot G/600$                                                                                 | [ - ] |

$x_{\infty}$  = Auslastungsgrad außerhalb des Zeitintervalls  $T_0$  [ - ]

$y(t)$  = Einheitsganglinie für den Typ der Funktion  $q(t)$  bzw.  $x(t)$

[ - ]

$z$  = Spanne der Ganglinie bei instationärem Verkehr [ - ]

$r$  = Mindestzeitlücke in teilgebundenem Verkehr [sec]

$\sigma^2$  = Varianz

$\lambda$  = Ankunftsintensität; [Kfz/sec]

Grünzeitanteil [ - ]

$\mu$  = Abflußintensität [Kfz/sec]

$\pi_i$  = Grenzwahrscheinlichkeit der Rückstaulänge [ - ]

$\pi$  = Grenzwahrscheinlichkeitsvektor der Rückstaulänge



## Literaturverzeichnis

- 1) Akcelik, R.:  
Traffic Signals: Capacity and Timing Analysis.  
Australian Road Research Board, Research Report, No. 123, 1981,  
reprintet 1982
- 2) Akcelik, R.:  
Time-dependent expressions for delay, stop rate and queue length at  
traffic signals.  
Australian Road Research Board, No. 361-1, okt. 1980
- 3) Allsop, R.E.:  
Festzeitsteuerung von Lichtsignalanlagen.  
Schriftenreihe des Instituts für Verkehrswesen der Universität  
Karlsruhe, Heft 21, 1980
- 4) Allsop, R.E.:  
Delay at Fixed Time Traffic Signals-I: Theoretical Analysis.  
Transportation Science, Vol. 6, No. 3, p. 260, 1972
- 5) Allsop, R.E.:  
Treatment of opposed turning movements in traffic signal  
calculation.  
Transportation Research 11, pp. 405-411, 1977
- 6) Allsop, R.E.:  
Estimating the traffic capacity of a signalized road junction.  
Transportation Research 6, p. 245, 1972
- 7) Bailey, N.T.J.:  
On Queueing Processes with Bulk Service.  
J. Roy. Statist. Soc., ser. B, vol. 16, pp. 80-87, 1954

- 8) Benes, V.E.:  
On Queues with Poisson Arrivals.  
Ann. Math. Statit., vol. 28, pp. 670-677, 1957
- 9) Bharucha-Reid, A.T.:  
Elements of the Theory of Markov Processes and their Applications.  
McGraw-Hill Book Co. 1960
- 10) Böhm, H.:  
Anwendung der Monte Carlo Methode in der Straßenverkehrstechnik.  
Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 73, 1968
- 11) Branston, D.:  
A comparison of observed and estimated queue lengths at  
oversaturated traffic signals.  
Traffic and Control 17(7), pp. 322-327, 1978
- 12) Brilon, W.:  
Anmerkung zur Leistungsfähigkeitsermittlung von  
Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen.  
Straßenverkehrstechnik, Heft 1, 1981, pp. 20-26
- 13) Catling, I.:  
A time-dependent approach to junction delays.  
Traffic Engineering and Control, Nov. 1977
- 14) Chodur, J.; Tracz, J.:  
Study and numerical modelling of non-stationary traffic flow  
demands at signalized intersections.  
9. Inter. Symposium, Den Haag, 1984
- 15) Dawson, :  
The hyperlang probability distribution - a generalized traffic  
headway model.  
4. Intern. Symposium, Karlsruhe 1969

## 16) Edie, L.C.:

Traffic Delays at Toll Booths.  
Reprinted in C.W. Churchman, R.L. Ackoff, and E.L. Arnoff,  
"Introduction to Operation Research", John Wiley & Sons, Inc.,  
New York, 1957

## 17) Downton, F.:

Waiting Times in Bulk Service Queues.  
J. Roy. Statist. Soc., ser. B, vol 18, pp. 265-274, 1956

## 18) Downton, F.:

On Limiting Distributions in Bulk Service Queues.  
J. Roy. Statist. Soc., ser. B, vol 18, pp. 265-274, 1956

## 19) Gazis, D.C.:

Oversaturated systems.  
In: Gazis, D.C. (Ed.) "Traffic Science", pp. 209-229  
(Wiley: New York), 1974

## 20) Harders, J.:

Die Leistungsfähigkeit nicht signalgeregelter städtischen  
Verkehrsknoten.  
Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 76, 1968

## 21) Harders, J.:

Grenz- und Folgezeitlücken als Grundlage der Leistungsberechnung  
von Landstraßen.  
Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 216, 1976

## 22) HCM

Highway Capacity Manual.  
Special Report 209, Transportation Research Board,  
National Research Council, 1985

- 23) Hutchinson, T.P.:  
Delay at Fixed Time Traffic Signals-II: Numerical Comparisions of  
some theoretical expressions.  
Transportation Science, Vol. 6, No. 3, p. 286, 1972
- 24) Jacobs, F.:  
Untersuchungen zur stochastischen Theorie des Verkehrsablaufs auf  
Straßen.  
Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 96, 1970
- 25) Kendall, D.G.:  
On the Generalized Birth-and-Death Process.  
Ann. Math. Statist., vol. 19, pp. 1-15, 1948
- 26) Kimber, R.M.; Hollis, E.M.:  
Peak period delays at road junctions and other bottlenecks.  
Traffic Engineering and Control, Nov. 1977, pp. 516-519
- 27) Kimber, R.M.; Hollis, E.M.:  
Traffic queues and delays at road junctions.  
TRRL Laboratory Report, LR 909, 1979
- 28) Kleinrock, L.:  
Queueing System, Volume 1: Theory  
John Wiley + Sons, New York
- 29) Leutzbach, W.:  
Einführung in die Theorie des Verkehrsflusses.  
Springer-Verlag, 1972
- 30) May, A.D.; Keller, H.:  
A deterministic queueing modell.  
Transportation Research, Vol. 1, p. 117, 1967

- 31) McNeil, D.R.:  
Delay problems for isolated intersections.  
In: Gazis, D.C. (Ed.) "Traffic Science", pp. 109-174  
(Wiley: New York), 1974
- 32) Miller, A.J.:  
Settings for fixed-cycle traffic signals.  
Operations Research Quarterly, Vol. 14, No. 4, p.373, 1963
- 33) Miller, A.J.:  
Signalised intersections - capacity guide.  
Australian Research Board Bull, No. 4, 1968  
Reprinted as ARRB Research Report ARR No. 79, 1978
- 34) Miller, R.G.:  
A Contribution to the Theory of Bulk Queues.  
Stanford Univ. Tech. Rept., 1958
- 35) Müller, K.:  
Leistungsfähigkeit und Zeitverlust im Straßenverkehr.  
Straßenverkehrstechnik, Okt, 1972
- 36) Ohno, K.:  
Computational algorithm for a fixed cycle traffic signal and new  
approximate expressions for average delay.  
Transp. Sci. 12(1), pp. 29-47, 1978
- 37) Pavel, G.:  
Planen von Lichtsignalanlagen für den Straßenverkehr.  
Forschungsarbeiten aus dem Straßenwesen, Neue Folge, Heft 91, 1974
- 38) Pitzinger, P.:  
Rückstau und Wartezeit-Messung und Berechnung.  
Straßenverkehrstechnik, Heft 26, 1982, pp. 194-202, 13 B

- 39) Pöschl, P.:

Die Wartezeit von Kraftfahrzeugen an signalgeregelten Kreuzungszufahrten unter Berücksichtigung von pulkweisen und stochastischen Zuflüssen.  
Österreichische Ingenieur- und Architekten-Zeitschrift, Heft 3, 1982

- 40) Pöschl, P.; Waglechner, :

Neue Tafeln für kritische Rückstauzahlen an Signalzufahrten bei Poisson-Zufluß.  
Straßenverkehrstechnik, Heft 2, 1982

- 41) Retzko, :

Vergleichende Bewertung verschiedener Arten der Verkehrsregelung an städtischen Straßenverkehrsknotenpunkten unter besonderer Berücksichtigung des Faktors Zeit.  
Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Heft 33 1961

- 42) Retzko, H.G.; Forst-Lürken, :

Berücksichtigung von Qualitätskriterien des Verkehrsablaufs bei der Lichtsignalanlagen.  
Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Heft 382 1983

- 43) Retzko, H.G.:

Vergleichende Bewertung verschiedener Arten der Verkehrsregelung an städtischen Straßenverkehrsknotenpunkten unter besonderer Berücksichtigung des Faktors Zeit.  
Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik", Heft 33 1961

- 44) RILSA:

Richtlinien für Lichtsignalanlagen.  
Herausgegeben von der Forschungsgesellschaft für das Straßen- und Verkehrswesen, Ausgabe 1981

- 45) Schuhl, A:

The Probability theory applied to Distribution of Vehicels on Two-lane Highways.  
Poisson and Traffic, ENO-fundation, 1955

## 46) Schultz, R.:

Ein Modell zur Berechnung optimal koordinierter Lichtsignalanlagen.  
Straßenverkehrstechnik, Heft 2, 1981, pp 46-47

## 47) Schütze, P.:

Überlastungswahrscheinlichkeit und Wartezeit an Lichtsignalanlagen.  
Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 160, 1974

## 48) Siegloch, W.:

Die Leistungsermittlung von Knotenpunkten ohne Lichtsignalanlagen.  
Schriftenreihe "Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 154, 1974

## 49) Stamm, J.M.:

Der instationäre Verkehrsablauf an Knotenpunkten ohne  
Lichtsignalanlagen.  
Dissertation, TH Darmstadt, 1974

## 50) Stark, R.M.; Nicholls, R.L.:

Mathematical Foundations for Design:  
Civil Engineering Systems.  
McGraw-Hill Book Company

## 51) Steierwald, G.; Heinz, :

Untersuchungen zur Signalisierung städtischer Straßennetze unter  
besonderer Berücksichtigung der vorhandenen Stauräume.  
Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 419, 1984

## 52) Takacs, L.:

The time dependence of a single-server queue with poisson input and  
general service times.  
The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 33, No. 4, Dec. 1962

## 53) Tanner, J.C.:

A theoretical analysis of delays at an uncontrolled intersection.  
Biometrika 49, Heft 1-2, p. 163, 1962

- 54) Tonke, F.:  
Wartezeiten bei instationärem Verkehr an Knotenpunkten ohne  
Lichtsignalanlagen.  
Schriftenreihe "Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik",  
Heft 401, 1983
- 55) Webster, F.V.:  
Traffic Signal Settings.  
Road Research Technical Paper, No. 39, HMSO, London, 1958
- 56) White, J.A.; Schmidt, J.W.; Bennett, G.K.:  
Analysis of Queueing Systems.  
Academic Press, New York, 1975
- 57) Timman, R.; Kuipers, L.:  
Handbuch der Mathematik  
Walter de Gruyter & Co. Berlin 1968
- 58) Meissl, P.:  
Stochastisches Modell einer festzeitgesteuerten Rot-Grün-  
-Signalanlage.  
Mathematik, Technik, Wirtschaft [Graz] 10 (1962) S. 11-18, 65-69
- 59) Haigh, F.:  
Mathematical Theories of Traffic Flow  
New York, London 1963
- 60) Sachs, L.:  
Angewandete Statistik  
Spring-Verlag 1974
- 61) BRONSTEIN, I., N/SEMENDIAJEV, K., A.:  
Taschenbuch der Mathematik  
Verlag Harri Deutsch, Thun 1981





