

**I1:**

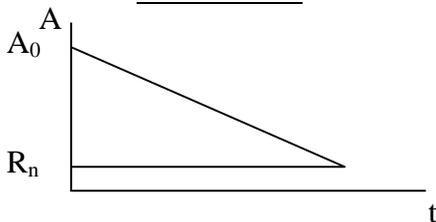
a) *Kostenvergleichsrechnung*: Entscheidungskriterium – Wahl der Investition mit den minimalen durchschnittlichen Kosten. Um Kosten zu betrachten → Voraussetzung: identische Erlöse, dadurch kann Vernachlässigung erfolgen.  
Problem: Die Gewinne/Erträge spielen keine Rolle

Kosten p.a.	Maschine 1	Maschine 2
kalk. Abschreibungen	56.000,00	38.000,00
kalk. Zinsen	9.600,00	6.300,00
sonstige fixe Kosten	10.000,00	9.000,00
variable Kosten	50.000,00	70.000,00
<b>Summe</b>	<b>125.600,00</b>	<b>123.300,00</b>
davon Fix	75.600,00	53.300,00

kalk. Zinsen  
MA 1:  $(300.000+20.000)/2 \cdot 0,06$   
MA 2:  $(200.000+10.000)/2 \cdot 0,06$

Maschine 2 wäre nach dieser Rechnung vorteilhaft.

Zu den Kalk. Zinsen.: Gebundenes Kapital (mit Restwert) =  $\frac{A_0 + R}{2} = \frac{A_0 - R_n}{2} + R_n$



b) *kritische Produktionsmenge* (Menge gesucht, wann Kosten für beide Maschinen gleich):

MA 1:  $75.600 + 5x = \text{Jahreskosten}$

MA 2:  $53.300 + 7x = \text{Jahreskosten}$

Gleichsetzen:

$75.600 + 5x = 53.300 + 7x$

$22.300 = 2x$

$x = 11.150$

Für  $x < 11.150$  ist Maschine 2 vorteilhaft

Für  $x > 11.150$  ist Maschine 1 vorteilhaft.

c) *Gewinnvergleichsrechnung*:

	Maschine 1	Maschine 2
Umsatzerlöse	150.000,00	140.000,00
	10.000 x 15,-	10.000 x 14,-
Durchschn. Kosten	125.600,00	123.300,00
Gewinn	24.400,00	16.700,00

Nach der Gewinnvergleichsrechnung ist die Maschine 1 vorteilhaft, da sie die höheren Erträge liefert.

d) *Rentabilitätsvergleich*:

Kosten p.a.	Maschine 1	Maschine 2
kalk. Abschreibungen	56.000,00	38.000,00
sonstige fixe Kosten	10.000,00	9.000,00
variable Kosten	50.000,00	70.000,00
Summe	116.000,00	117.000,00
Umsatzerlöse	150.000,00	140.000,00
Gewinn (ohne kalk. Zinsen)	34.000,00	23.000,00

Rentabilität =  $\frac{\text{Gewinn v. Zinsen}}{\text{durchschn. Kapitaleinsatz}}$

Das gebundene Kapital errechnet sich wie in a) angesprochen:

$$\text{MA 1: } \frac{(300.000 + 20.000)}{2} = 160.000$$

$$\text{MA 2: } \frac{(200.000 + 10.000)}{2} = 105.000$$

Nach obiger Rentabilitätsformel:

$$r_{\text{MA1}} = \frac{34.000}{160.000} = 0,2125 = 21,25\%$$

$$r_{\text{MA2}} = \frac{23.000}{105.000} \approx 0,2190 \approx 21,90\%$$

(Ohne Ergänzungsinvestition)

**MA 2 vorteilhaft**

	MA 1	MA 2
Rendite	21,25 %	14,15 %
Gewinn (o. Zins)	34.000	29.000
Eing. Kapital	160.000	205.000

(Mit Ergänzungsinvestition: Die Anschaffungspreisdifferenz wird zu 6 % angelegt)

**MA 1 vorteilhaft**

**I 2: a)**

t	01.01.98	31.12.98	31.12.99	31.12.00		31.12.06	31.12.07
Kn	100.000,00	110.000,00	121.000,00	133.100,00	...	235.794,77	259.374,25
Zins		10.000,00	11.000,00	12.100,00		21.435,89	23.579,48

$K_n = K \cdot (1+i)^n$ ;  $K_n$ : Kapital nach n Jahren; n: Jahre; K: Kapital; i: Zinsfuß

b)

$$B_0 = \frac{K}{(1+i)^n} = K \cdot (1+i)^{-n} = \frac{10.000}{1,08^5} \approx 6.805,83$$

Bei einem Zins von 8 % p.a. würde der Gläubiger Verlust machen, wenn er die Forderung unter 6.805,83 DM zurücknimmt.

c)

t	0	1	2	3	4	5
Auszahlungen		10.000,00	10.000,00	10.000,00	10.000,00	10.000,00
Barwerte		9.259,26	8.573,39	7.938,32	7.350,30	6.805,83
Summe Barwerte	39.927,10					

Gesucht ist hier der Barwert einer Rente, also der Wert zukünftiger Auszahlungen, verdichtet auf  $t_0$ .

$$B_0 = K \cdot \text{Rentenbarwertfaktor}(RBF) = K \cdot \frac{q^n - 1}{q^n \cdot i} = 10.000 \cdot \frac{1,08^5 - 1}{1,08^5 \cdot 0,08} = 39927,10$$

d)

$$\text{Rente} = B_0 \cdot \text{Kapitalwiedergewinnungsfaktor}(KWF) = B_0 \cdot \frac{q^n \cdot i}{q^n - 1} = 100.000 \cdot \frac{1,08^{10} \cdot 0,08}{1,08^{10} - 1} = 14902,95$$

Der Rentenbarwert (100.000,-) wird über die Zeit von 10 Jahren bei jährlicher Zahlung und 8 % Zins mit obiger Formel verteilt.

$$\text{e) Rentenendwert} = K \cdot \text{Rentenendwertfaktor}(REF) = K \cdot \frac{q^n - 1}{i} = 3.000 \cdot \frac{1,1^{10} - 1}{0,1} = 47.812,27$$

f) Geschenk 1

Geschenk 2

t	B <sub>0</sub>	0	1	2	B <sub>0</sub>	1	2	3
Einzahlungen		100,00	200,00	300,00			630,00	
Barwert (0 %)	<b>600,00</b>	100,00	200,00	300,00	<b>630,00</b>		630,00	
Barwert (6 %)	<b>555,68</b>	100,00	188,68	267,00	<b>560,70</b>		560,70	
Barwert (8 %)	<b>542,39</b>	100,00	185,19	257,20	<b>540,12</b>		540,12	
Barwert (10 %)	<b>529,75</b>	100,00	181,82	247,93	<b>520,66</b>		520,66	

$$\text{Kritischer Zins: } 100 + 200 \cdot q^{-1} + 300 \cdot q^{-2} = 630 \cdot q^{-2} \Leftrightarrow 330 \cdot q^{-2} - 200 \cdot q^{-1} - 100 = 0 \cdot \left( -\frac{q^2}{100} \right)$$

$$\Leftrightarrow -3,3 + 2 \cdot q^1 + q^2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + 3,3} = -1 \pm 2,07364 \Rightarrow \text{krit. Zins } i = 7,364\%$$

**g) ewige Rente**

$$B_0 = \frac{b}{i} = \frac{100}{0,1} = 1.000 \quad (\text{Herleitung: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n - 1}{q^n \cdot i} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{-n}}{i} = \frac{1}{i})$$

**Übersicht über die finanzmathematischen Faktoren und ihre Bedeutung:**

**Aufzinsungsfaktor:**  $(1+i)^n$

Errechnet, welchen *Endwert* eine *einmalige Einzahlung* in bestimmter Zeit bei einem bestimmten Zinssatz ergibt.

**Abzinsungsfaktor:**  $\frac{1}{(1+i)^n}$

Errechnet den *Barwert* eines *zukünftigen Wertes* bei bestimmtem Zinssatz und bestimmter Zeit. *Kehrwert* vom Aufzinsungsfaktor.

**Rentenbarwertfaktor:**  $\frac{(q^n - 1)}{(q^n \cdot i)}$

Errechnet den *heutigen Wert* einer *zukünftigen Rentenzahlung*.

**Rentenendwertfaktor:**  $\frac{(q^n - 1)}{i}$

Errechnet den *Endwert* einer Rente

**Kapitalwiedergewinnungsfaktor:**  $\frac{(q^n \cdot i)}{(q^n - 1)}$

Verteilt einen Betrag (*Barwert*) auf eine *Rentenzahlung*, so daß der *Barwert* der Rente gleich dem Betrag ist.

**Rückwärtsverteilungsfaktor:**  $\frac{i}{(q^n - 1)}$

Verteilt einen *Betrag (Endbetrag)* auf eine *Rentenzahlung*, so daß der *Endwert* der Rentenzahlung gleich diesem Endbetrag ist.

