Prof. Dr. Jörg Winkelmann WS 2008/2009

Übungen zur Vorlesung Linearen Algebra I

Blatt 7

Aufgabe 1

Sei V ein Vektorraum und $f : V \to V$ eine lineare Abbildung.
Zeigen Sie, dass die "Fixpunktmenge" $\{v \in V : f(v) = v\}$ ein Untervektorraum ist.

Aufgabe 2
Sei $f : V \to V$ eine lineare Abbildung wobei V ein Vektorraum ist. Sei $v \in V$ und $n \in \mathbf{N} \setminus \{0\}$ sodass $f^n(v) \neq 0 = f^{n+1}(v)$. ($f^n$ bezeichnet hier die n-fache Komposition, also $f^n = f \circ \ldots \circ f$.)
Zeigen Sie, dass v, $f(v)$,...,$f^n(v)$ linear unabhängig sind.

Aufgabe 3
Welche der folgenden Abbildungen sind linear?

1. $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ gegeben durch $f(x, y) = (y^2, x)$.
2. $f : \mathbf{C} \to \mathbf{R}$ gegeben durch $f(z) = \Re(z)$ wobei $\mathbf{C}$ als Vektorraum über $\mathbf{R}$ zu betrachten ist.
3. $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ wobei $f(x, y) = 2x$ falls $x = y$ und
$$f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$$
falls $x \neq y$.
4. Sei $V = U \oplus W$ und $f : V \to U$ die Projektionsabbildung, also $f(u+w) = u$ für alle $u \in U$, $w \in W$.

Abgabe: Dienstag, den 2. 12. 2008, vor der Vorlesung.

Hinweise: Bitte Namen und Übungsgruppe auf jedem Blatt. Maximal 3 Namen zusammen.
Für jede Aufgabe ein separates Blatt. Verschiedene Aufgaben *nicht* zusammenheften.