

**Übungen zur Vorlesung Linearen Algebra I**

## Blatt 13

**Aufgabe 1.**

Sei  $K$  ein Körper. Zeigen Sie:

$$\det \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix} = (x-1)^2(x+2)$$

für alle  $x \in K$ .

**Aufgabe 2.**

Berechnen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3.**

Sei  $A \in M(n \times n, K)$  mit  $A^n = 0$ .

Zeigen Sie:  $\det(A) = 0$  und  $\det(I_n + A) = 1$ .

**Aufgabe (\*).**

Seien  $n \in \mathbf{N}$ ,  $x_1, \dots, x_n \in K$  (wobei  $K$  ein Körper ist) und  $V$  die Matrix mit den Koeffizienten  $V_{i,j} = x_i^{j-1}$ .

Man zeige (z.B. durch vollständige Induktion nach  $n$ ):

$$\det V = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$$

**Abgabe: Dienstag, den 27. 1. 2009, vor der Vorlesung.**

*Hinweise:* Bitte Namen und Übungsgruppe auf jedem Blatt. Maximal 3 Namen zusammen. Für jede Aufgabe ein separates Blatt. Verschiedene Aufgaben *nicht* zusammenheften.