

Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

6. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei f holomorph auf \mathbf{C} und $|f(z)| \leq |\log(z)|$ für alle $z \in \mathbf{C} \setminus \mathbf{R}_{\leq 0}$. Was gilt für f ?

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Residuen folgender Funktionen in allen ihren Singularitäten:

$$f_1(z) = \frac{1 - \cos z}{z^3}, \quad f_2(z) = \frac{1}{e^z + 1}, \quad f_3(z) = \frac{42}{(z^2 + 1)^3}$$

Aufgabe 3. Es sei f eine auf ganz \mathbf{C} definierte meromorphe Funktion mit der Eigenschaft, dass $f(z) = f(z + n)$ für alle $z \in \mathbf{C}$, $n \in \mathbf{Z}$.

Zeigen Sie:

Für alle $z \in \mathbf{C}$ und $n \in \mathbf{Z}$ stimmt das Residuum von f in z mit dem Residuum von f in $z + n$ überein.

Abgabe: 27. November 2008, vor der Vorlesung

Maximal zwei Namen auf einem Blatt.