Mathematisches Institut der Universität Basel
Vorlesung Infinitesimalrechnung II (SS 2000)

PD Dr. Jörg Winkelmann

Aufgabenblatt 11

Abgabetermin: 30. Juni 2000

1. Bestimme die globalen und lokalen Extrema der durch $f(x,y) = (4x^2 + y^2)\exp(-x^2 - 4y^2)$ gegebenen Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

2. Sei f eine stetig differenzierbare Funktion auf $\mathbb{R}^n$ und $g(x) = sin(|f(x)|^2)$. Bestimme $grad\ g$.

3. Sei $S = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$, $p > 2$ und $f : S \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y,z) = x^p + y^p + z^p$. Bestimme Minima und Maxima von f auf S.

4. Zeige, dass $T = \{(x,y,z) : x^2 + 2y^2 = 1, 4x = 3z\}$ kompakt ist und bestimme Maxima und Minima von $f(x,y,z) = x + y - z$ auf T.

5. Sei $W = \{(x,y,z) : x > 0, 0 < y < \pi, 0 < z < 2\pi\}$ und $f : (x,y,z) \mapsto (x\cos y, x\sin y \sin z, x \sin y \cos z)\}$. Bestimme das Bild $f(W)$ und zeige, dass f ein Diffeomorphismus von W auf $f(W)$ ist.

(∗) 6. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ gegeben durch $f(x,y) = (y - x^2)(y - 2x^2)$. Zeige: f hat kein lokales Minimum in $(0,0)$, aber für jedes $v = (a,b) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ besitzt die durch $f_v : t \mapsto f(at, bt)$ definierte Funktion $f_v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ein lokales Minimum in 0.