Übungen zur Vektoranalysis

9. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei $V = \mathbf{R}^{2n}$. Zeigen Sie: Es gibt ein $\omega \in \Lambda^2(V^*)$ mit

$$\omega^n = \omega \wedge \ldots \wedge \omega \neq 0.$$

Aufgabe 2. Sein (r, ϕ) Polarkoordinaten, d.h. Funktionen auf einer offenen Teilmenge von $\mathbf{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ mit $x = r\cos\phi$ und $y = r\sin\phi$.
Drücken Sie dr, $d\phi$ und $dr \wedge d\phi$ in dx, dy und $dx \wedge dy$ aus.

Aufgabe 3. Sei $I = [0,1]$, $\Omega^k(I \times I)$ bzw. $\Omega^k(I)$ der Raum der stetig differenzierbaren k-Differentialformen auf $I \times I$ bzw. I und $H : \Omega^k(I \times I) \to \Omega^{k-1}(I)$ die für $k = 2$ durch

$$H\left(f(x,y)dx \wedge dy\right) = \left(\int_0^1 f(x,y)dy\right) dx$$

und für $k = 1$ durch

$$H\left(f(x,y)dx + g(x,y)dy\right) = \left(\int_0^1 g(x,y)dy\right)$$

gegebene Abbildung.
Berechnen Sie $dH(\omega) - Hd(\omega)$ für $\omega \in \Omega^1(I \times I)$.

Abgabe: 10. Januar 2008, vor meinem Büro