Übungen zur Vektoranalysis

8. Übungsblatt

Aufgabe 1. Sei $\omega = f(x,y)dx + g(x,y)dy \in \Omega^2(\mathbf{R}^2)$. Sei $I \subset \mathbf{R}$ ein offenes Intervall, $\lambda : I \to \mathbf{R}^2$ eine stetig differenzierbare Abbildung und $\gamma(t) = (t, \lambda(t))$.
Zeigen Sie:
λ ist genau dann eine Lösung der Differentialgleichung $f(t,y) + g(t,y)y'(t) = 0$ wenn $\gamma^*\omega = 0$.
Wenn es eine Funktion $\phi \in C^1(\mathbf{R}^2)$ mit $\omega = d\phi$ gilt, dann ist $\phi \circ \lambda$ konstant.

Aufgabe 2. Sei $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbf{R}^2$ gegeben durch $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $B = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 < 1\}$ und $\omega = xdy \in \Omega^1(\mathbf{R}^2)$.
Berechnen Sie $\int_\gamma \omega$ und $\int_B d\omega$.

Abgabe: 20. Dezember 2007, vor meinem Büro