Prof. Dr. Jörg Winkelmann WS 07/08

# Übungen zur Vektoranalysis

## 7. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Sei $f : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen reellen Vektorräumen, und $f^* : W^* \to V^*$ die duale Abbildung.
Zeigen Sie:

1. Die duale Abbildung $f^*$ ist genau dann injektiv wenn $f$ surjektiv ist.
2. Wenn $f^*$ injektiv ist, dann ist für jede natürliche Zahl $k$ $(0 < k \leq \dim W)$ die induzierte Abbildung $f^* : \Lambda^k W^* \to \Lambda^k V^*$ auch injektiv.

**Aufgabe 2.** Sei $V = \mathbf{R}^4$, $dx_1, \ldots, d_4$ die zur Standardbasis von $\mathbf{R}^4$ duale Basis von $V^*$ und

$$\omega = dx_1 \wedge dx_2 + dx_3 \wedge dx_4$$

Zeigen Sie:

1. Durch $\mu \mapsto \omega \wedge \mu$ wird eine bijektive Abbildung von $\Lambda^1 V^*$ nach $\Lambda^3 V^*$ definiert.
2. Es gibt keine $\alpha, \beta \in V^*$ mit $\omega = \alpha \wedge \beta$.

**Abgabe: 13. Dezember 2007, vor meinem Büro**