Übungen zur Vektoranalysis

5. Übungsblatt

Aufgabe 1. (Polarkoordinaten) Seien $\gamma : I = [0,1] \to \mathbf{R}^2$ eine stetig differenzierbare Kurve und $r, \phi : I \to \mathbf{R}$ Funktionen, sodaß $\gamma(t) = (r(t)\cos(\phi(t)), r(t)\sin(\phi(t)))$.
Man leite eine Formel her, die die Länge von γ durch ein Integral in Abhängigkeit von r, ϕ, r', ϕ' ausdrückt.
Als Anwendung berechne man die Länge der entsprechenden Kurve mit $r(t) = (t+1)^2$, $\phi(t) = \log(1+t)$.

Aufgabe 2. Sei $\gamma : I \to \mathbf{R}^n$ eine stetig differenzierbare Kurve, U eine offene Umgebung des Bildes und ω eine stetige Differentialform 1. Ordnung auf U.
Für $p \in U$ sei $||\omega_p||$ definiert als das Supremum aller $|\omega(v)|/||v||$ wobei v alle Elemente von $\mathbf{R}^n \setminus \{(0,\dots,0)\}$ durchläuft.
Sei ferner L die Länge von $\gamma(I)$.
Zeigen Sie:

$$\left| \int_\gamma \omega \right| \leq L \sup_{p \in \gamma(I)} ||\omega_p||$$

Abgabe: 29. November 2007, vor meinem Büro