Prof. Dr. Jörg Winkelmann WS 07/08

# Übungen zur Vektoranalysis

## 4. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Sei $U \subset \mathbf{R}^n = V$ offen, $\omega : U \times V^* \to \mathbf{R}$ eine stetige Differenzialform 1. Ordnung. Es gelte: Für je zwei stetig differenzierbare Kurven $\gamma_i : [0,1] \to U$ $(i \in \{1,2\})$ mit $\gamma_1(0) = \gamma_2(0)$ und $\gamma_1(1) = \gamma_2(1)$ ist stets $\int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_2} \omega$.
Zeigen Sie:
Es gibt eine stetig differenzierbare Funktion $f$ auf $U$ mit $\omega = df$.

**Aufgabe 2.** Sei $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion, sodaß die Nullstellenmenge $M = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : f(x,y) = 0\}$ zusammenhängend und beschränkt ist und mit $(df)_p \neq 0$ für alle $p \in M$.
Zeigen Sie:

1. Jeder Punkt in $M$ besitzt eine offene Umgebung $U$ in $\mathbf{R}^2$ sodaß eine Zahl $a > 0$ und eine bijektive stetig differenzierbare Abbildung $\gamma : ]0,a[ \to U \cap M$ mit $||\gamma'(t)|| = 1$ $\forall t \in ]0,a[$ existiert.
2. $M$ ist homöomorph zu $S^1 = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.

**Abgabe: 22. November 2007, vor meinem Büro**