Errata zu
"Numerische Mathematik" von Michael Knorrenschild

Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag 2010 (4. Aufl.),
ISBN: 978-3-446-42228-5

Die Änderungen sind rot hervorgehoben. Dank an Dr. Karl-Heinz Brakhage (Aachen), Prof. Dr. Stefan Glasauer (Augsburg), Dr. Nadine Conza (Windisch), Anton Feist (Bielefeld), Christian Frei (Basel), Andreas Zeh-Marschke (Eggenstein-Leopoldshafen), León Kreutz (Bochum) und Prof. Dr. Matthias Ehrhardt (Wuppertal) für Beiträge zu dieser Liste.

S. 18

$$\frac{x\,y - \tilde{x}\,\tilde{y}}{x\,y} = \frac{x-\tilde{x}}{x} + \frac{y-\tilde{y}}{y} - \frac{x-\tilde{x}}{x} \cdot \frac{y-\tilde{y}}{y}.$$

S. 37 neu 05.09.2020

Aufgaben

[...]

2.6 Das Bauer-Ziege-Wiese-Problem: [...]
abgrasen kann (s. Bild 2.5). Wie groß ist r?

S. 60, unten:

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}^{(n+1)} = - \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}^{(n)} + \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 12 \end{pmatrix}$$

S. 62

[...] das sog. *Zeilensummenkriterium*. Matrizen, die diese Bedingung erfüllen, nennt man auch *diagonaldominant*.
Für die 1-Norm erhalten wir analog:

$$\|\boldsymbol{B}\|_1 = \|\boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{R})\|_1 = \max_{j=1,\ldots,n} \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} \frac{|a_{ij}|}{|a_{ii}|} \qquad \blacksquare$$

Hinreichend für die Konvergenz des Gesamtschrittverfahrens ist auch das *Spaltensummenkriterium*:

$$\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} |a_{ij}| < |a_{jj}|, \quad \text{für alle } j = 1, \ldots, n.$$

Einen Nachweis findet man z. B. in [23].

S. 63

Der wirkliche Fehler von $\boldsymbol{x}^{(5)}$ ist:

$$\| \boldsymbol{x}^{(5)} - \bar{\boldsymbol{x}} \|_\infty = \max \{ 0.002675,\ 0.00142,\ 0.00246 \} = 0.002675,$$

und ist damit etwa 10mal kleiner als unsere Abschätzung suggeriert.

S. 66, 5.te Zeile in 4.2

Eine entsprechende Linearisierung ist ebenfalls für $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^N \longrightarrow \mathbb{R}^N$ möglich.

S. 67

Algorithmus: Newton-Verfahren

Gesucht sind Nullstellen von $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^N \longrightarrow \mathbb{R}^N$.

S. 70

$$\boldsymbol{Df}(\boldsymbol{x}^{(0)})\, \boldsymbol{\delta}^{(1)} = \boldsymbol{Df}(4,2)\, \boldsymbol{\delta}^{(1)} = -\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}^{(1)}) = -\boldsymbol{f}(-2.909, 1.455)$$
$$\Longleftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 96 \end{pmatrix} \boldsymbol{\delta}^{(1)} = -\begin{pmatrix} 0.00 \\ -12.98 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow \boldsymbol{\delta}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0.2951 \\ -0.1475 \end{pmatrix}$$

S. 72

Satz: Existenz und Eindeutigkeit des Interpolationspolynoms

Gegeben sind $n+1$ Wertepaare (x_i, f_i), $i = 0, \dots, n$. Dann gibt es genau

S. 81

Beispiel 5.8

[...]

Lösung: Wir erhalten $p(x) = -0.01\, x^6 + 0.15\, x^4 - 0.64\, x^2 + 1 \dots$

S. 85

Satz: Berechnung der Momente

...

- für den periodischen Spline: $M_0 = M_n$ und

  ...

  wobei $x_{n+1} := x_n + x_1 - x_0,\ f_{n+1} = f_1, \dots$

S. 90, 2. Zeile:

... und $D_1 = 0.25,\ D_2 = 1,\ D_3 = 0.25$.

...

$$s(x) = \begin{cases} \dots & \dots \\ \dots & \dots \\ \frac{81}{4\,\pi^3}x^3 - \frac{189}{4\,\pi^2}x^2 + \frac{135}{4\,\pi}x - \frac{27}{4} & x \in [\frac{2\pi}{3}, \pi] \end{cases}$$

S. 100 neu 22.03.2021

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{\partial E(f)(a,b)}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - (a\,x_i + b))\,x_i \tag{6.2}$$

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{\partial E(f)(a,b)}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - (a\,x_i + b)) \tag{6.3}$$

Wir haben also zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten a, b. Nach wenigen Umformungen erhalten wir

$$a \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i\,x_i \tag{6.4}$$

$$a \sum_{i=1}^{n} x_i + b \sum_{i=1}^{n} 1 = \sum_{i=1}^{n} y_i, \tag{6.5}$$

also ein lineares Gleichungssystem für die beiden Unbekannten, das in Matrix-Vektor-Form folgendermaßen aussieht:

$$\begin{pmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum\limits_{i=1}^{n} x_i \\ \sum\limits_{i=1}^{n} x_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum\limits_{i=1}^{n} y_i\,x_i \\ \sum\limits_{i=1}^{n} y_i \end{pmatrix} \tag{6.6}$$

Nach Einsetzen der x_i und y_i erhalten wir leicht die Lösung:

S. 107

Bemerkung: Formeln mit höherer Ordnung sind in der Regel genauer als solche mit niedriger Ordnung, denn:
[...] Für die aktuelle Größe des Fehlers spielen natürlich auch die Konstanten C und D eine Rolle, [...]

S. 166

5.6 ...

$$s_2(x) = \begin{cases} -x^3 + 12\,x^2 - 6\,x + 5 & x \in [0,1] \\ -9\,x^3 + 36\,x^2 - 30\,x + 13 & x \in [1,2] \\ 5\,x^3 - 48\,x^2 + 138\,x - 99 & x \in [2,4] \end{cases}$$

S. 167

7.2 ...
Angewandt auf die Situation in Aufgabe 7.1 erhält man:
$h \approx \sqrt[3]{3 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot \tan 1} \approx 1.3 \cdot 10^{-3}$, einen Wert, den wir in der Tabelle bestätigt sehen.