Errata zu

„Mathematik für Ingenieure 1“

von Michael Knorrenschild

Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag 2009, ISBN 978-3-446-41346-7

Die Änderungen sind blau hervorgehoben. Dank an Prof. Dr. Klaus-Werner Iselborn (Mannheim), Sascha Lohf (Dortmund), Prof. Winfried Radtke (München), Prof. Dr. Andreas Meister (Kassel), Prof. Dr. Kurt Chudej (Bayreuth), Kristina Lohe (Erfurt), Prof. Helmut Dölecke (Hannover), Prof. Dr. Dr. Wolfgang Grundmann (Zwickau), Gabriele Silzer (Aachen), Marcel Hembrock, Dr. Thomas Schenk (Aachen), Andreas Figge, Ekaterina Lorenz, Prof. Dr. Günter Gramlich (Ulm), Prof. Dr. Jörg Frochte (Heiligenhaus), Kurt Heidelberger (Hünenberg), Christof Kaufmann (Heiligenhaus), Achim Schlieper (Bochum) und Hubert Dammer (Berlin) für Beiträge zu dieser Liste.

Umschlaginnenseite 2, vorne:

Ableitungsregeln

Funktion	Ableitung	Name der Regel
$u \cdot v$	$u' \cdot v + v' \cdot u$	Produktregel

S. 14:

Umkehrfunktion f^{-1} nicht mit Kehrwert $\frac{1}{f}$ verwechseln. Bei Funktionswerten dagegen hilft genaues Lesen: $f^{-1}(x)$ ist der Wert der Umkehrfunktion an der Stelle x, [. . .]

S. 16, ganz unten:

$f \circ s$: Spiegelung an y-Achse: $(f \circ s)(x) = f(-x)$, siehe Bild 1.4(f)
$s \circ f$: Spiegelung an x-Achse: $(s \circ f)(x) = -f(x)$, siehe Bild 1.4(c)

[...]
aber in den anderen drei Quadranten auf die Vorzeichen der Größen zu achten. Die Eigenschaften aus
[...]

S. 20:

Man sieht: Der Graph von sin ist einfach der von cos, nur verschoben (und umgekehrt). cos ist also eine Translation (siehe Def. 1.5) von sin um $\frac{\pi}{2}$, wir können also schreiben: $\cos = \sin \circ t_{0.5\,\pi}$.

S. 21:

S. 42:

Satz 2.1

- [...]
- [...]
- Für jedes $c \in \mathbb{R}$ konvergiert die Folge $c \cdot a_n$ auch:
  $\lim(c \cdot a_n) = c \cdot \lim a_n = c \cdot a$.

S. 58:

-wert über diesem Intervall. Genauso, wenn das Intervall unbeschränkt ist, also etwa $[0, \infty)$.

S. 69:

Das Polynom $p(x) = 2x^3 + 7x^2 - 1$ definiert und danach ausgewertet an der Stelle -2.

```
>> p=[2 7 0 -1];
>> polyval(p,-2)

ans =

    11

>>
```

[...]

	1	0	1	1	0	1	1
	$\downarrow$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x_0 = 2$	$\downarrow$	$1 \cdot 2$	$2 \cdot 2$	$5 \cdot 2$	$11 \cdot 2$	$22 \cdot 2$	$45 \cdot 2$
	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$	$=$
	$1 \nearrow$	$2 \nearrow$	$5 \nearrow$	$11 \nearrow$	$22 \nearrow$	$45 \nearrow$	91

S. 72:

Beispiel 3.2

- ...
  Nullstellen ± 3 und ± 2. p hat dann die Faktorisierung
  $$p(x) = (x-7)\,(x-3)\,(x+3)\,(x-2)\,(x+2).$$ ■

S. 88:

In Bild 4.1 muss es anstelle von $-3-\mathrm{j}$ richtig $-3-2\mathrm{j}$ heißen.

S. 91:

Beispiel 4.2

Vergleiche Beispiel 1.6, siehe Bild 4.4.

- Gesucht ist die Polardarstellung von $2+3\mathrm{j}$. Klar ist nach Pythagoras: $r = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$.

S. 95:

Trick: für $x, y, u, v \in \mathbb{R}$ gilt:
$x = u,\ y = v \iff x + \mathrm{j}\,y = u + \mathrm{j}\,v$.

S. 108:

$$f(x) = \underbrace{\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}_{\to f'(x_0)} \cdot \underbrace{(x - x_0)}_{\to 0} + f(x_0) \to \dots$$

S. 115:

Bild 5.7 f hat in x_1 und x_3 lokale Maxima und in x_2 und x_4 lokale Minima. Auf $D = [a, b]$ hat f ein globales Maximum in x_3 und ein globales Minimum in a.

S. 119

Beispiel 5.10

[...]
Auf $(2, \pi)$: $f'(x) = \underbrace{\sin x}_{>0} \underbrace{(x-2)}_{>0} \underbrace{(x-4)}_{<0} < 0$, also f streng monoton fallend.
[...]
Auf $(4, 5)$: $f'(x) = \underbrace{\sin x}_{<0} \underbrace{(x-2)}_{>0} \underbrace{(x-4)}_{>0} < 0$, also f streng monoton fallend.

S. 123:

$$\begin{aligned} f(x) &\approx f'(x_0)\,x + f(x_0) - f'(x_0)\,x_0 && \text{für } x \text{ nahe bei } x_0 \\ &= f(x_0) + f'(x_0)\,(x - x_0) && \text{für } x \text{ nahe bei } x_0 \end{aligned}$$

S. 128:

- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{x^2}$ ist vom Typ „0 durch 0“. Hier gilt: $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x} = \infty$. ■

S. 173:

Bild 6.15 Flächeninhalte unter dem Graphen von $f(x) = \dfrac{1}{x^p}$

S. 177:

3. Zeile:

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx = \int_1^2 \sqrt{1+1}\,dx = \sqrt{2}\,(2-1) = \sqrt{2}.$$

S. 196:

$$\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}\|^2 = \|\boldsymbol{x}\|^2+\|\boldsymbol{y}\|^2-2\,\boldsymbol{x}\,\boldsymbol{y} \tag{7.9}$$

S. 198:

Beispiel 7.2

als Richtungsvektor den Vektor

$$\boldsymbol{r} = \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

S. 202:

Definition 7.7 Normalenform von Ebenen

Sei $\boldsymbol{n} \neq \boldsymbol{o}$ ein Normalenvektor einer Ebene p, $\boldsymbol{y}$ ein Ortsvektor

---

S. 204: neu hinzugefügt am 22.07.2022

$x_1 = 0,\ x_2 = 0 \Longrightarrow x_3 = -18;$ und $x_1 = 0,\ x_3 = 0 \Longrightarrow x_2 = 3.$

Wir haben damit drei Punkte in der Ebene gefunden: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -18 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$

S. 206:

Greift eine Kraft $\boldsymbol{F}$ am Rand einer drehbar gelagerten Scheibe im Punkt mit dem Ortsvektor $\boldsymbol{r}$ an (siehe Bild 7.15), so spricht man

---

S. 212:

$$\mathrm{dist}(g_1, g_2) = \min\{\|\overrightarrow{X_1Y_1}\| \mid X_1 \in g_1, X_2 \in g_2\}$$

S. 213:

Formel für Abstand Gerade-Gerade im $\mathbb{R}^3$

Satz 7.11

$$\mathrm{dist}(g_1, g_2) = \frac{|(\boldsymbol{r_1} \times \boldsymbol{r_2}) \cdot (\boldsymbol{y_2} - \boldsymbol{y_1})|}{\|\boldsymbol{r_1} \times \boldsymbol{r_2}\|}.$$

S. 214:

Satz 7.12

Eine Menge $X \subseteq \mathbb{R}^n$ ist ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$, wenn gilt:
für alle $k \in \mathbb{N}$, $\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_k \in X$, und alle $\lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \boldsymbol{x}_i \in X.$$

Man nennt die obige Summe auch eine **Linearkombination** der Vektoren $\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_k$. [...]

$$X := \left\{ \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \boldsymbol{x}_i \;\middle|\; k \in \mathbb{N},\ \boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_k \in M,\ \lambda_1, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{R} \right\}$$

S. 217:

Definition 7.14

linear unabhängig

Eine Menge von Vektoren $\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_k\} \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt linear unabhängig, wenn für alle $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\sum_{i=1}^{k} \lambda_i \boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{o} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_1 = \lambda_2 = \ldots \lambda_k = 0.$$

[...]

Definition 7.15

Basis

Eine Menge von Vektoren $\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_k\} \subseteq \mathbb{R}^n$ heißt **Basis** von $X \subseteq \mathbb{R}^n$, wenn gilt:

- $\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_k\}$ ist linear unabhängig
- für jedes $\boldsymbol{x} \in X$ gibt es $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k \in \mathbb{R}$ mit $\boldsymbol{x} = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \boldsymbol{x}_i$.

S. 239:

Ein lineares Gleichungssystem hat entweder gar keine Lösung, eine einzige oder unendlich viele Lösungen.

S. 245:

Beispiel 7.18

Es soll folgendes System gelöst werden

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -10 & 10 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -40 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ ausgeschrieben: } \begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 - x_3 & = & 9 \\ -10x_2 + 10x_3 & = & -40 \\ -2x_3 & = & 2 \end{array}$$

Dreieckssystem

Definition 7.24

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}: \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

S. 256:

Beispiel 7.27

sind orthogonal zueinander. Nach Satz 7.28 sind sie also linear unabhängig,

---

S. 267:

Householder-Matrizen

Satz 7.34

Sei $\boldsymbol{u} \in \mathbb{R}^n$ mit $\|\boldsymbol{u}\| = 1$ und $\boldsymbol{H} := \boldsymbol{I}_n - 2\,\boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T$.

S. 285:

Satz von Taylor

Satz 8.4

$$f(x) = \underbrace{\sum_{i=0}^{n} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i\,!}(x-x_0)^i}_{=T_n(x)} + \underbrace{\frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)\,!}(x-x_0)^{n+1}}_{=:R_{n+1}(x)} \quad (8.1)$$

Joseph Louis Lagrange (sprich: „Lagronch“), 1736-1813, ital. Mathematiker

S. 298: Lösungen zu 4.1 und 4.4 sind vertauscht.

S. 302:

5.11 [...]
Also $h''(0) = -2 < 0$, d. h. in $x_0 = 0$ liegt ein relatives Maximum mit $h(0) = 1$ vor. Sei nun $x_k = \sqrt{(0.75+k)\pi}$.
[...]
berechnen. Es gilt $\lim\limits_{x\to\infty} \mathrm{e}^{-x^2}\cos(x^2) = 0$, da $\lim\limits_{x\to\infty} \mathrm{e}^{-x^2} = 0$ und $\cos(x^2)$ beschränkt ist.
Damit liegen an den oben genannten Stellen auch absolute Extrema vor. Es liegen also zwei absolute Minima in $\pm x_0 = \pm\sqrt{0.75\,\pi}$ und ein absolutes Maximum in $x = 0$ vor.

S. 310:

6.13 $\int \mathrm{e}^x(\sin x - \cos x)\,\mathrm{d}x$ (anstelle **6.6**)

S. 317:

7.10 $\boldsymbol{r} := \ldots = 25\cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

S. 321:

7.23 [. . .]

- [. . .]
  $$\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}\,\boldsymbol{H} = \boldsymbol{I}_n^T\boldsymbol{I}_n - 4\,\boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T + 4\,\boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T\,\boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T = \boldsymbol{I}_n - 4\,\boldsymbol{u}\,\boldsymbol{u}^T + 4\,\boldsymbol{u}\,\underbrace{(\boldsymbol{u}^T\,\boldsymbol{u})}_{=1}\,\boldsymbol{u}^T = \boldsymbol{I}_n.$$

Umschlaginnenseite 4, hinten:

Einige Reihen

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{i=0}^{\infty} x^i, \quad |x| < 1$$

$$\cdots \qquad \cdots,$$

Taylor-Reihe für f um x_0 : $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i\,!}(x-x_0)^i$

Satz von Taylor

$$f(x) = \underbrace{\sum_{i=0}^{n} \frac{f^{(i)}(x_0)}{i\,!}(x-x_0)^i}_{=T_n(x)} + \underbrace{\frac{f^{(n+1)}(z)}{(n+1)\,!}(x-x_0)^{n+1}}_{=:R_{n+1}(x)}$$

mit z zwischen x_0 und x