

## Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

### 4. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Formulieren und beweisen Sie eine Version des aus der reellen Analysis in einer Veränderlichen bekannten Satz von l'Hôpital für holomorphe Funktionen.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie:

Für jedes  $\epsilon > 0$  nimmt die Funktion  $e^{1/z}$  auf  $\{z : 0 < |z| < \epsilon\}$  jeden Wert in  $\mathbf{C}^*$  an.

**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie die Laurentreihen folgender auf  $A(1, 3) = \{z : 1 < |z| < 3\}$  gegebenen holomorphen Funktionen

$$f_1(z) = \frac{1}{(z-1)z} \quad (1)$$

$$f_2(z) = \frac{1}{(z-1)z(z-4)} \quad (2)$$

$$f_3(z) = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1} \quad (3)$$

$$f_4(z) = e^z + \frac{1}{(z-4)^2} \quad (4)$$

**Abgabe: 13. November 2008, vor meinem Büro, oder in der Übungsgruppe am Donnerstag (13-14 Uhr, H20).**

*Maximal zwei Namen auf einem Blatt.*