

## Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

### 3. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Sei  $f$  eine holomorphe Funktion auf  $\Delta^* = \{z : 0 < |z| < 1\}$  mit einer nicht hebbaren Singularität in 0.

Zeigen Sie:  $z \mapsto e^{f(z)}$  hat eine wesentliche Singularität in 0.

**Aufgabe 2.** Seien  $f, g$  holomorphe Funktionen auf  $\Delta^* = \{z : 0 < |z| < 1\}$  und sei  $z_n$  eine Folge in  $\Delta^*$  mit  $\lim z_n = 0$ .

Zeigen Sie:

Wenn  $f \neq g$ , aber  $f(z_n) = g(z_n)$  für alle  $n$  gilt, dann hat  $f - g$  eine wesentliche Singularität in 0.

#### Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Laurent-Zerlegung folgender auf  $A(1, 3) = \{z : 1 < |z| < 3\}$  gegebenen holomorphen Funktionen

$$f(z) = \frac{2}{z(z-i)(z-4)},$$

$$g(z) = \frac{z}{z-42} \sin(z).$$

**Abgabe: 6. November 2008, vor der Vorlesung**

*Maximal zwei Namen auf einem Blatt.*