MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT BAYREUTH
Prof. J. Winkelmann, M. Seehafer

WS 07/08
-Blatt 13-
22.01.08

Gewöhnliche Differentialgleichungen

50. (HA) Berechnen Sie die allgemeine Lösung des Systems

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} e^t \\ -e^t \\ te^t \end{pmatrix}.$$

51. (HA)(Kriterium von ROUTH-HURWITZ).
Zeigen Sie, dass für ein Polynom $p(z) = z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3$ mit reellen Koeffizienten gilt:

$$\operatorname{Re} \lambda_i < 0 \text{ für alle Nullstellen } \lambda_i \text{ von } p \quad \Leftrightarrow \quad a_i > 0 \text{ für } 1 \leq i \leq 3 \text{ und } a_1 a_2 > a_3.$$

52. (ÜA) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem für die Gleichung $y^{(4)} = 2y^{(3)} - \ddot{y}$ und die Lösung zur Anfangsbedingung $(y(0), \dot{y}(0), \ddot{y}(0), y^{(3)}(0)) = (1, 2, 3, 4)$.

53. (ÜA) Die Funktion $f \in C^0(\mathbb{R}^2; \mathbb{R}), (t, x) \mapsto f(t, x)$ sei ω-periodisch bzgl. t und lokal Lipschitz-stetig bzgl. x. Es sei $y \in C^1([0, \infty[, \mathbb{R})$ eine beschränkte Lösung der Differentialgleichung $\dot{y} = f(t, y)$. Zeigen Sie, dass die Folge $y(k\omega)_{k \in \mathbb{N}}$ monoton und konvergent ist.

Zu bearbeiten bis: 29.01.08