

Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie

6. Übungsblatt

Aufgabe 1.

Sei $W = \{z \in \mathbf{C} : -\pi < \Im(z) < \pi\}$ und $\Omega = \mathbf{C} \setminus \{x \in \mathbf{R} : x \leq 0\}$. Die Funktion \log ist als Stammfunktion von $1/z$ auf Ω mit $\log(1) = 0$ erklärt.

Zeigen Sie:

1. $\log(e^z) = z \quad \forall z \in W$
2. $e^{\log z} = z \quad \forall z \in \Omega$

Aufgabe 2. Sei $\log : \Omega \rightarrow \mathbf{C}$ wie in Aufgabe 1. Wenn z, w und zw alle in Ω liegen, folgt daraus $\log(zw) = \log(z) + \log(w)$?

Aufgabe 3. Sei $U = \{z \in \mathbf{C} : \Re(z) > 0\}$.

Gibt es holomorphe Funktionen $f : U \rightarrow \mathbf{C}$, $g : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ mit $(f(z))^2 = z$ bzw. $(g(z))^2 = z$?

Abgabe: 30. Mai 2008